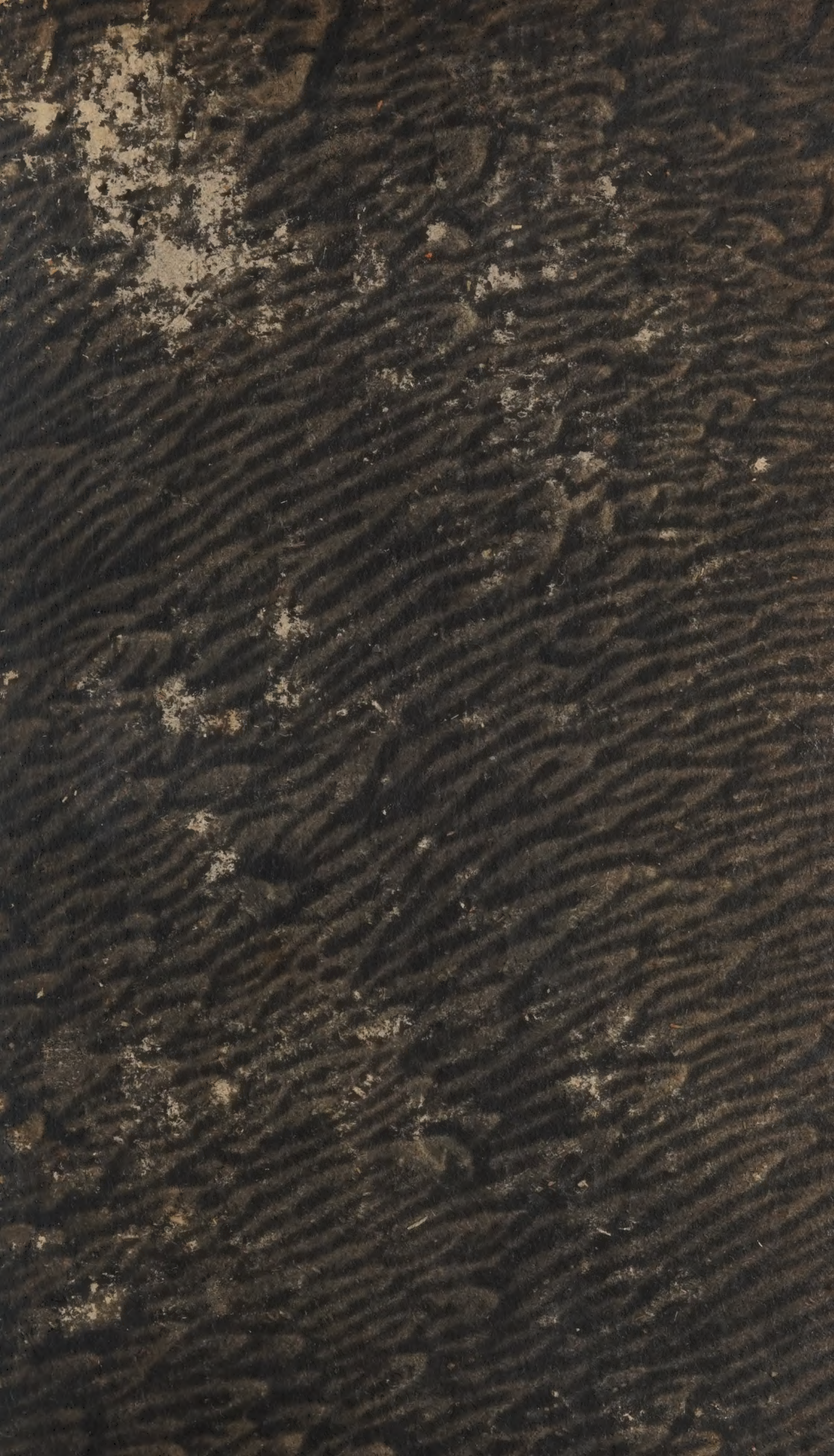
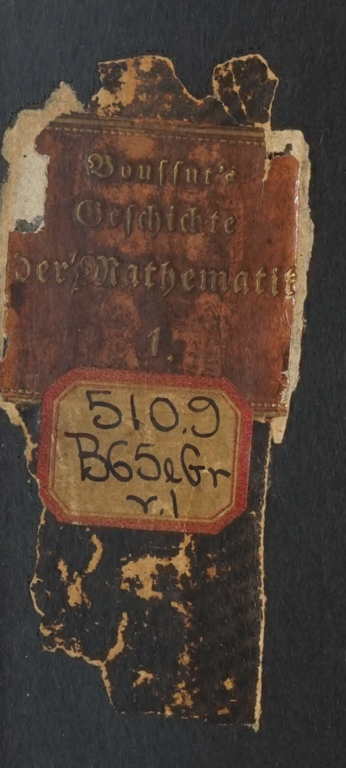
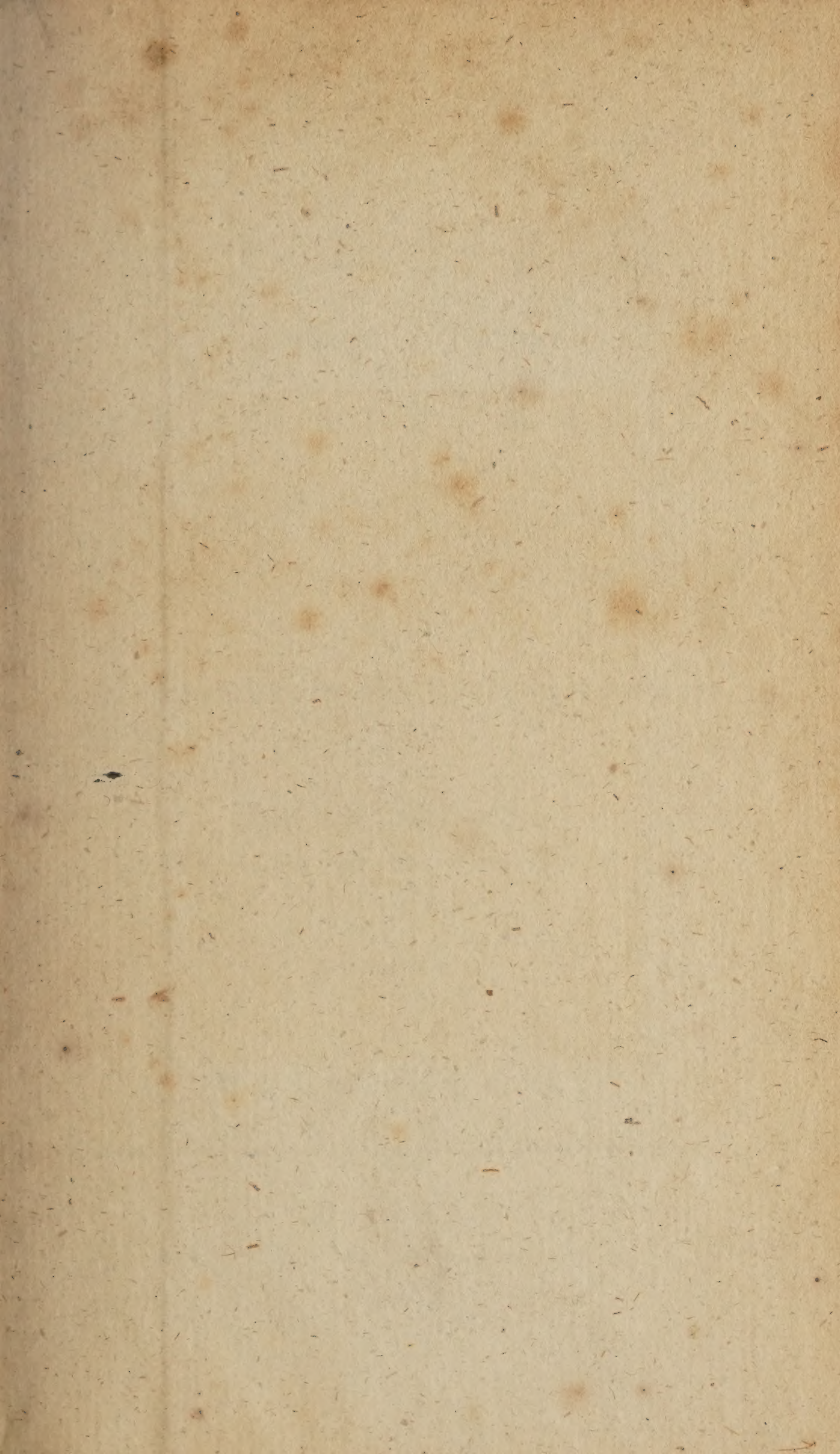
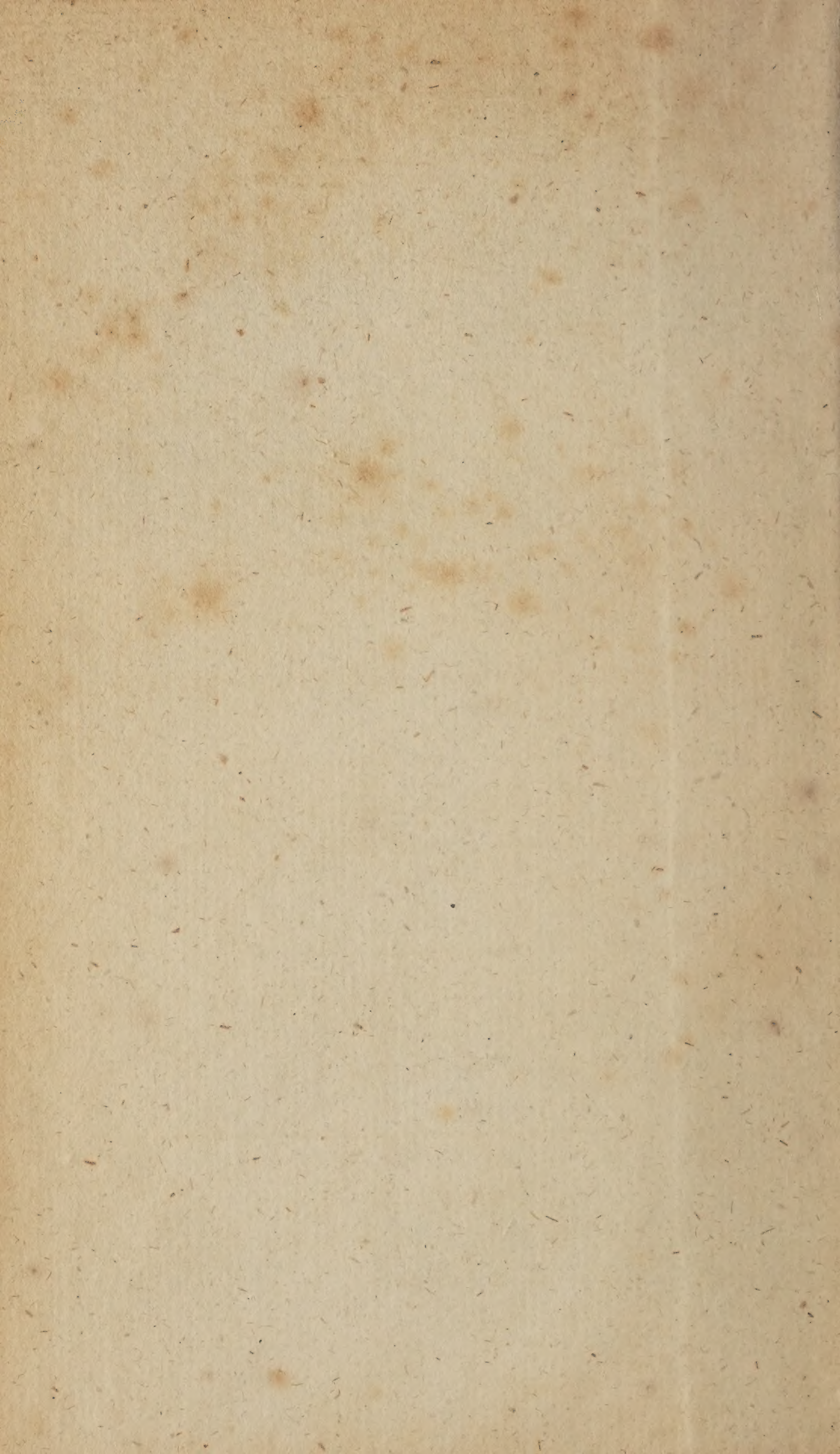



Boſſut's
Geſchichte
der Mathematik
1.
510.9
B65eGr
v.1







Carl Bossut's,
Mitglieds des französischen Nationalinstituts der Wissenschaften und Künste und der Akademien zu Bologna, Petersburg, Turin rc.

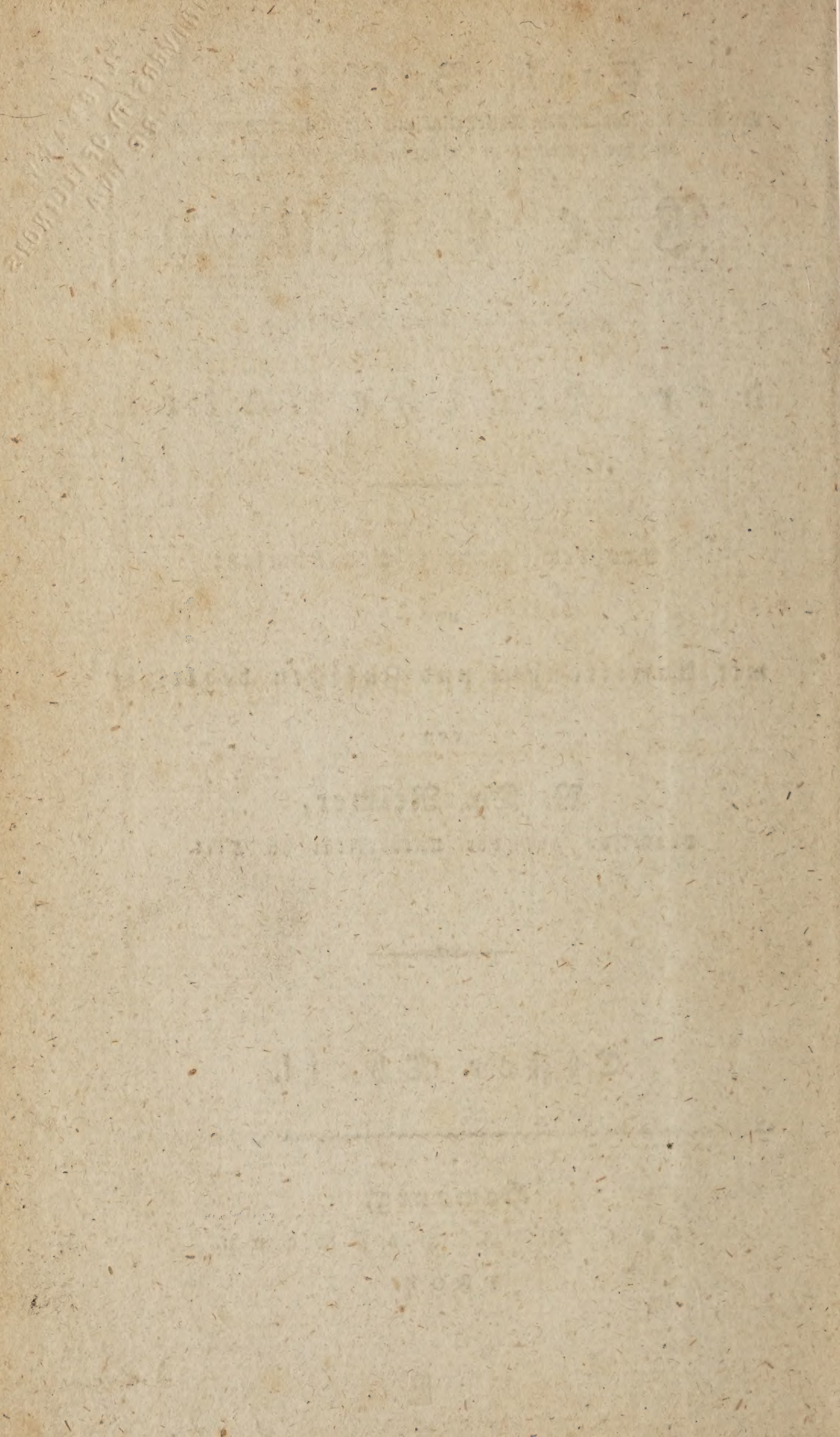
Versuch
einer allgemeinen Geschichte
der Mathematik.

Aus dem Französischen übersetzt
und
mit Anmerkungen und Zusätzen begleitet
von

N. Th. Reimer,
Professor auf der Universität zu Kiel.

Erster Theil.

Hamburg,
bey B. G. Hoffmann.
1804.



Seiner Hochgräflichen Excellenz

dem Hochgebohrnen Herrn

Herrn

Friedrich Grafen von Reventlow,

Sr. Königl. Maj. Geheimen Rath, Ritter und Curator der Universität zu Kiel;

widmet

diese Uebersetzung

als einen schwachen Beweis seiner tiefsten und ehrfurchts-
vollsten Verehrung

Seiner Hochgräflichen Excellenz

unterthänig gehorsamster

N. Th. Reimer.

Vorbericht.

Der berühmte Verfasser dieses Werkes hat in seiner Vorrede seine Leser selbst in den Gesichtspunct zu stellen gesucht, aus welchem seine Arbeit angesehen werden soll. Ich glaube daher mich hier nur auf eine kurze Anzeige desjenigen einschränken zu dürfen, was ich bey dieser deutschen Ausgabe zu leisten gesucht habe.

Die unter dem Texte stehenden Anmerkungen (mit Ausnahme einiger wenigen des Verfassers, die zur Unterscheidung mit einem V. bezeichnet sind) rühren alle von mir her. Sie enthalten einzelne Berichtigungen und Ergänzungen, die, wie ich glaubte, der Ueber-

setzung nicht ganz fehlen durften. Aus einer sorgfältigen Untersuchung der Quellen, der ich mich, so weit es meine Zeit und meine Hülfsmittel erlaubten, mit Vergnügen unterzogen habe; aus der Vergleichung der bekannten Werke verwandten Inhalts von Montucla, Bailly, Priestley, Klügel, Kästner u. a. so wie auch der Abhandlungen, worin, besonders deutsche Gelehrte, mit der Gründlichkeit und den richtigern Ansichten, die (ich darf es sagen) unsere Litteratur in der historischen Wissenschaft überhaupt auszeichnen, einzelne Gegenstände, die hier zur Sprache kamen, erläutert und aufgeklärt haben: bot sich mir freylich ein sehr reicher Vorrath dar, den ich jedoch nur mit einer gewissen Sparsamkeit und Auswahl hier benutzen konnte. Der Plan des Werkes selbst schrieb mir enge Gränzen vor; und diese nicht zu überschreiten, habe ich mir so viel möglich angelegen seyn lassen. Auch glaubte ich bey mehreren einzelnen Theilen dieses Werkes, worüber unsere Litteratur erst neuerlich die gründlichsten Belehrungen von anerkannten Kennern erhalten hat, mit einer blo-

ßen Hinweisung auf diese mich begnügen zu müssen. Genaue Citate der Quellen, die dem Originale fehlen, habe ich überall ohne Bedenken hinzugesetzt.

Ueberdies habe ich in der ältern Geschichte der Wissenschaft über mehrere Gegenstände, die mir wichtig und einer neuen Erörterung noch zu bedürfen schienen, ausführlichere Zusätze beygefügt, die jedesmal nach den Capiteln, zu welchen sie gehören, folgen. Ich wage sie Resultate längerer in den Quellen angestellter Forschungen zu nennen; wobey ich insonderheit auf eine getreue Darstellung der Methoden der alten Mathematiker Rücksicht genommen habe. Von dem Beyfall der Leser wird es abhangen, ob ich in der Folge in diesen Untersuchungen fortfahren darf.

Da Herr Bossut alle bloß litterärischen Notizen in seinem Werke hat vermeiden wollen (daß dieses gleichwohl nicht immer geschehen sey, findet man bald): so habe ich in den eben erwähnten Zusätzen diese Vorschrift so viel möglich auch zu beobachten gesucht. Aber in der Ueberzeugung, daß besonders in der ältern Ge-

schichte litterärische Nachrichten von den Werken der Schriftsteller nicht ganz umgangen werden können, oder doch vielen Lesern willkommen seyn dürften: habe ich diese in einem Anhange zur Geschichte des ersten Zeitraumes, nach der Chronologie der Verfasser, zusammengestellt. Diese Uebersicht, die bey meinen eingeschränkten Hülfsmitteln auf Vollständigkeit keinen Anspruch machen kann und soll, empfehle ich der nachsichtigen Beurtheilung der Kenner.

Kiel im April 1804.

N. Th. Reimer.

Vorrede
des Verfassers.

Mehrere Schriftsteller haben, theils in ihren Vorreden, theils in eigenen Werken, die Geschichte der Mathematik behandelt, aber nur in abgerissenen Stücken, und ohne Beobachtung eines gehörigen Verhältnisses. Montucla ist bis jetzt der einzige, der das Ganze derselben, nach einer der Natur und dem Um-

fange eines jeden einzelnen Theiles gemäßen Ordnung, umfaßt hat. Seine Histoire des Mathématiques erschien zuerst im Jahre 1758. Sie enthält die Geschichte der Ausbildung und des Fortganges dieser Wissenschaft von ihrem Ursprunge an bis auf den Anfang des verflossenen Jahrhunderts. Sie ist im Jahre 1798 wieder herausgekommen, mit beträchtlichen Zusätzen, doch ohne über jenen angegebenen Zeitpunct hinaus zu gehen. Der Verfasser hatte Materialien vorbereitet, um sie bis auf unsere Zeiten fortzuführen. Weil er aber im Jahre 1799 den Wissenschaften durch den Tod entrissen ward, so hat er sie nicht vollends zum Druck ausarbeiten können. Seine Papiere sind durchgesehen, verbessert und mit den nöthigen Ergänzungen vermehrt worden, und so eben erscheint diese Fortsetzung. Ich kenne

sie nur *) aus der Ankündigung der Zeitblätter.

Montucla's Werk hat von Gelehrten das gerechte Lob erhalten, das es verdiente. Es enthält in der That eine große Menge von interessanten Untersuchungen, insonderheit über die alte Mathematik. Ich will indessen nicht verhehlen, daß es auch verschiedentlich getadelt worden ist. Man wünschte darin im Allgemeinen mehr Methode, weniger Durcheinanderwerfen oft sehr übel zusammenpassender Materien, eine etwas sorgfältigere Schreibart, die Unterdrückung gewisser scherzhaften Stellen, die mit dem Ernste des Gegenstandes nicht zusammenstimmen. Man wirft ihm ferner vor, daß es nur Mathematikern von

*) Geschrieben den 30. Prairial J. X.

Profession verständlich ist; daß man in demselben freylich Abhandlungen fast über alle Theile der Mathematik findet, daß aber diese Abhandlungen nicht in einer classischen und elementarischen Ordnung auf einander folgen, und folglich nur von Lesern, die die Gründe derselben schon gefaßt haben, können verstanden werden. Man wünschte endlich, daß Montucla in den Geist der Verfasser, deren Entdeckungen er vorträgt, ein wenig tiefer eingedrungen wäre. So bedauert man, zum Beyspiel, wenn er von den Kegelschnitten handelt, daß er nicht einen etwas ausführlichern Auszug aus dem Werke des Apollonius gegeben, auch die Methode dieses alten Geometers nicht hinlänglich erklärt hat, die doch ein Gegenstand von dem größten Interesse für die Freunde der schönen Synthese ist.

Diese Kritiken mögen nun gegründet

seyn, oder nicht, so bleibt doch Montucla der Ruhm, ein Werk geliefert zu haben, das sehr gelehrt, sehr nützlich und von einer um so viel seltnern Art ist, als die Verehrer der Mathematik gewöhnlicherweise mehr Neigung haben, sie mit ihren eigenen Entdeckungen zu bereichern, als von den Entdeckungen anderer Berichte zu geben. Für eine solche Aufopferung muß man ihm Dank wissen.

Es ist hier nicht die Rede von einer umständlichen Geschichte der Mathematik. Ich betrachte in jedem Theile nur die Grundbegriffe und die vornehmsten aus diesen fließenden Folgerungen. Da ich von jeher in dem Fortgange meiner Studien einen großen Trieb hatte, auf die Entstehung dieser Kenntnisse zurück zu gehen, und von einer tiefen Verehrung gegen die großen Männer, denen man

sie verdankt, durchdrungen war: so fing ich vor ungefähr dreyßig Jahren an, hin und wieder Bemerkungen auf das Papier zu werfen, die aus dieser Neigung des Geistes entsprangen. Daraus entstand anfangs ein Entwurf, den ich im Jahre 1784 vor dem Dictionaire des Mathématiques der Encyclopédie méthodique bekannt machte. Dieser Entwurf machte einiges Glück. Er war gleichwohl sehr unvollkommen, theils durch den Zwang, mich auf einen so sehr engen Raum einschränken zu müssen, theils durch Unregelmäßigkeiten in meinem Plane, den ich damals noch nicht hinreichend überdacht hatte; und was diese Mängel noch vergrößerte, mehrere wesentliche Gegenstände waren zu sehr zusammengepreßt, oder gar gänzlich weggelassen. Unterrichtete Freunde lagen mir sehr an, ihn zu verbessern und daraus ein eigenes

Werk zu bilden, das man mit einer Art von Interesse zur Befriedigung der Wißbegierde und mit einigem Nutzen für den Unterricht lesen kann. Ich habe mich bemüht, ihre Absichten zu erfüllen, so viel als meine geringen Hülfsmittel es mir verstattet haben. Ich werde mich glücklich schätzen, wenn ich der Jugend Geschmack an dem Studium dieser erhabenen Wissenschaften einflößen kann, die wahrhaft würdig sind, ein denkendes Wesen zu beschäftigen.

Man wird mich vielleicht in dem Verdachte der Partheylichkeit für dieselben haben. Es wird mir wenig Mühe kosten, diesen Verdacht von mir abzulehnen. Ich glaube, und dies habe ich bey mehreren Gelegenheiten erklärt, daß die höhern Menschen in allen Gattungen fast gleich selten sind, und daß

die Natur gewissermaßen ein Gleichgewicht unter allen ihren Erzeugnissen anordnet. Allein durch eine Folge aus eben diesem Grundsatze darf ich diejenigen widerlegen, die nur den Fähigkeiten der Einbildungskraft Genie zugestehen, und die glauben, daß man mit einem gewöhnlichen Verstande und vieler Arbeitsamkeit sich zu dem höchsten Range in den strengen Wissenschaften erheben kann. Wahr ist es, man hat Beyspiele, daß sehr fleißige Menschen, die mit einem glücklichen Gedächtnisse, außerdem aber nur mit einer mittelmäßigen ursprünglichen Sagacität begabt waren, sich in der Welt den Ruf großer Geometer erworben haben. Allein darf man sich verwundern, daß eine unwissende oder oberflächlich unterrichtete Menge das Product des Wissens, welches durch Studiren erreicht wird, mit den neuen und originellen Wahrheiten, die das Genie allein hervorbringen kann,

verwechselt? Wenn man billig seyn will, so muß man den großen Dichtern und Rednern die anerkannt großen Mathematiker entgegenstellen. Man nehme also, auf der einen Seite, Homer, Virgil, Racine, Pope, Demosthenes, Cicero, Bossuet; auf der andern, Archimedes, Hipparch, Galilei, Descartes, Huygens, Newton, Leibnitz: alsdann wird die Entscheidung nicht so leicht seyn, nach welcher Seite hin die Wage sich neigen dürfe.

Ich will noch einen Vorwurf bestreiten oder wenigstens zu schwächen suchen, den man den Mathematikern macht (obwohl derselbe sich vielleicht mit größerem Rechte auf ihre Gegner anwenden ließe, so muß man doch am Ende einräumen, daß jene, und selbst die berühmtesten von ihnen, ihn zuweilen verdienen): man beschuldigt sie, daß sie eitel sind. Dies war, zum

Beyspiel, Johann Bernoulli, wie man in diesem Werke sehen wird. Allein warum fordert die Welt mit so großer Strenge, daß die höhern Menschen mit ihrem Werthe gänzlich unbekannt zu seyn scheinen sollen? Ich habe den Grund hiervon gesucht, und glaube ihn gefunden zu haben. Die Bescheidenheit ist eine Verläugnung seiner selbst und gewissermaßen ein Geständniß der Inferiorität, welches die Mittelmäßigkeit, um sich zu trösten, begierig auffaßt, welches sie in dem buchstäblichen Sinne auszulegen sucht, und woraus sie oft die Waffen schmiedet, um den Mann von Genie zu stürzen, der furchtsam und ohne Unterstützung ein Opfer seiner Aufrichtigkeit wird. Die Erfahrung zeigt, daß die Gefahr, wenn man sich zu sehr herabwürdigt, größer ist, als die Lächerlichkeit, wenn man sein eigenes Verdienst herausstreicht.

Ich setze noch hinzu, daß man dasjenige zuweilen für Eigenliebe nimmt, was nur eine achtungswürdige Offenherzigkeit bey einem Gelehrten ist, der, fast immer einsam, selbst in der Mitte der Gesellschaft, mit den Maximen und Gebräuchen einer verderbten Welt unbekannt bleibt, in der die Menschen nur darauf denken, einander zu täuschen, und Gesinnungen zu heucheln, die sie nicht haben.

Dieser Versuch schließt sich mit den Jahren 1782 und 1783: den unglücklichen Jahren, worin die Wissenschaften Daniel Bernoulli, Euler und d'Alembert verloren. Ich enthalte mich für jetzt, von den Arbeiten lebender Mathematiker zu reden. Allein ich habe auch hiervon eine Darstellung entworfen, und werde sie unter dem Titel: Betrachtungen über den gegenwärtigen Zustand der Mathematik

(Considérations sur l'état actuel des Mathématiques), herausgeben. Man begreift, wie viel Behutsamkeit dieses letztere Werk erfodern muß, bey der Absicht, die ich habe, vollkommen gerecht zu seyn, und den wahren Erfindern den verdienten Tribut des Lobes und der Dankbarkeit zu entrichten.

Inhalt
des ersten Theiles.

Einleitung.

Erster Zeitraum.

Zweyter Zeitraum.

Einleitung.

Allgemeines Gemälde der mathematischen Wissenschaften. – Von den Völkern, welche sie bearbeitet haben.

Etymologie des Namens.

Schon der Name der Mathematik allein, welcher, nach seiner Etymologie, **Unterricht**, **Wissenschaft** bedeutet, drückt auf eine richtige und bestimmte Weise den hohen Begriff aus, den man sich von ihr bilden muß. In der That ist sie nichts anders, als eine methodische Verknüpfung von Grundsätzen, Beweisschlüssen und Schlußfolgerungen, welche Gewißheit und Evidenz stets begleiten, ein Vorzug, welcher der unterscheidende Charakter der genauen Erkenntnisse, der wahren Wissenschaften ist, denen man die Meynungen der Metaphysik, die Muthmaaßungen und selbst die stärksten Wahrscheinlichkeiten niemals gleichstellen darf.

Gegenstand und Eintheilung der Mathematik.

Es ist bekannt, daß der Gegenstand der Mathematik das Messen oder Vergleichen der Größen ist, z. B. der Zahlen, Entfernungen, Geschwindigkeiten u. s. w. Sie theilt sich in die reine und die angewandte (Mathématiques mixtes), welche letztere man auch Physico-Mathematik nennt.

Die reine Mathematik betrachtet die Größe aus einem allgemeinen, einfachen und abstracten Gesichtspunct; und dadurch hat sie einzig den Vorzug, daß sie auf den Grundbegriffen der Größe gegründet ist. Diese erste Abtheilung begreift in sich

1) die Arithmetik, oder die Rechenkunst;
2) die Geometrie, welche die Ausdehnung zu messen lehrt;
3) die Analysis, oder den Calcul der Größen im Allgemeinen;
4) die gemischte Geometrie, eine Vereinigung der reinen Geometrie und der Analysis.

Die angewandte Mathematik entlehnet von der Physik eine oder mehrere ausgemachte Erfahrungen, oder sie setzt vielmehr in den Körpern eine Beschaffenheit, welche die Hauptbeschaffenheit und nothwendig ist, voraus; alsdann zieht sie, vermittelst methodischer und beweisender Schlüsse, aus dem aufgestellten Princip evidente und gewisse Folgerungen, dergleichen die reine Mathematik unmittelbar aus Axiomen und Erklärungen zieht. Zu dieser zweyten Abtheilung gehören:

1) die Mechanik, oder die Wissenschaft des

Gleichgewichtes und der Bewegung der festen Körper;

2) die Hydrodynamik, welche das Gleichgewicht und die Bewegung der flüssigen Körper betrachtet;

3) die Astronomie, oder die Wissenschaft von der Bewegung der himmlischen Körper;

4) die Optik, oder die Lehre von den Würkungen des Lichtes;

5) die Akustik, oder die Lehre vom Schalle.

Ich führe hier die verschiedenen Theile der Mathematik in derjenigen Ordnung auf, welche mir am meisten geeignet scheinet, mit einem Ueberblicke ihre wechselseitige Verbindung, in dem Zustande, worin sie heut zu Tage sich befinden, zu zeigen. Es stimmt indessen diese Ordnung mit ihrer würklichen Entwickelung, wie sie die Geschichte lehrt, nicht gänzlich überein.

Ungewißheit über den ersten Ursprung der Mathematik.

Es ist nicht möglich, den Zeitpunct, in welchem die Mathematik entstanden ist, genau anzugeben. Man kann nur behaupten, daß ihr Ursprung sich in die entferntesten Zeiten verliert. Als die Menschen das wilde und herumirrende Leben verließen, und in gesellschaftliche Verbindungen traten; als Gesetze oder allgemeine Uebereinkunft bestimmt hatten, daß Jeder auf seine eigene Erhaltung bedacht seyn sollte, ohne das Eigenthum eines Andern in Anspruch nehmen zu können: erfanden Bedürfniß und Eigennutz, diese zwey mächtigen Triebfedern des

Kunstfleißes, gar bald die Künste der ersten Nothdurft. Man baute Hütten; man schmiedete Eisen; die Gränzen der Felder wurden gesetzt; man beobachtete den Lauf der Gestirne. Man bemerkte, daß die Erde von selbst und zu allen Zeiten mehrere Früchte, die zur Nahrung der Thiere geeignet sind, hervorbrachte; daß ihr aber, um andre und nützlichere Erzeugnisse und zwar in reichlicherem Maaße zu liefern, eine Cultur, die sich nach der Ordnung der Jahrszeiten richtete, zu Hülfe kommen müsse. So entstand Saat und Erndte. Alle diese Beobachtungen, alle diese Verrichtungen, so roh und ungeschickt sie auch anfangs geschahen, hingen mit der Mathematik durch ein geheimes und ungekanntes Band nahe zusammen. Sie hatten lange Zeit keine andre Vorschrift und keinen andern Führer, als die Erfahrung und eine blinde Uebung. Die beständige Beschäftigung, welche die Jagd, der Fischfang und die Feldarbeiten auferlegten, erlaubte den Menschen nicht, sich zu allgemeinen und reflectirenden Begriffen zu erheben. Der Kreis ihrer physischen Bedürfnisse schloß den Kreis ihrer Gedanken ein. Allmählich und auf eine unmerkliche Weise überließen sich mehrere von ihnen, nachdem sie entweder durch einen überlegenern Kunstfleiß oder durch reichlichere Erndten eine Art von Ueberfluß erlangt hatten, dem Müssiggange, zu welchem alle Geschöpfe eine natürliche Neigung haben. Sie glaubten, in diesem Zustande der Ruhe und Faulheit ihr Glück zu finden; eine verführerische Täuschung, welche man bald als solche erkennt, der man aber wenigstens damals die

ersten Flüge des menschlichen Geistes zu verdanken hatte. Die unangenehmen Gefühle der Unthätigkeit, die Qualen der Langenweile, welche jene begleitet, und die Thätigkeit des denkenden Princips, das wir in uns tragen, entrissen bald den Menschen einer schmachvollen Lethargie, und gaben diesem wißbegierigen und forschenden Geiste, der uns unaufhörlich treibt, und eben so wie der Körper das dringende Bedürfniß hat, genährt zu werden, einen kräftigen Stoß. Nun sah der Mensch mit neuen Augen das prachtvolle Schauspiel, welches die Natur von allen Seiten seinen Sinnen und seiner Einbildungskraft darbot. Er lernte die Gegenstände zusammen zu stellen und zu vergleichen. Begriffe, welche man aus der physischen Welt geschöpft hatte, wurden von dieser gleichsam losgewickelt, und in eine geistige Welt hinübergetragen. Es entstanden Redner, Dichter, Mahler. Man studirte mit urtheilender Aufmerksamkeit die Erscheinungen der Natur; man wollte die Ursachen derselben wissen. Die Geometrie, welche anfangs auf das Messen der Felder eingeschränkt war, wurde zu neuen Anwendungen erweitert, und ihr höhere und schwerere Aufgaben vorgelegt. Die Astronomie wurde mit ordentlichen Beobachtungen bereichert und mit verschiedenen Werkzeugen, welche zur Vervielfältigung der Beobachtungen geeignet, und, um in dieselben Genauigkeit und Zusammenhang zu bringen, nothwendig waren. Man erfand Maschinen, in welchen eine geschickte Zusammensetzung der Räder und Hebel angewandt war, um die schwersten Lasten zu heben

oder zu verführen. Kurz, alle Theile der Mathematik machten nach einander Fortschritte. Diese würden schneller erfolgt seyn, wenn nicht der Aberglaube und die zügellose Herrschbegierde, durch ihre Verwüstungen der Erde, nur zu oft die Fackel des Genies durch eine lange Reihe von Jahrhunderten verdunkelt hätten. Aber, wie ein unter der Asche verborgenes Feuer, nahm sie in den glücklichen Zeiten ihren Glanz wieder an, und das Gebäude der Wissenschaften hat sich stuffenweise erhoben. Laßt uns hoffen, daß die Nachwelt den edlen Ehrgeiz haben wird, das Werk fortzusetzen, ohne sich von der Besorgniß, vielleicht niemals demselben den Gipfel aufsetzen zu können, muthlos machen zu lassen.

Entstehung der Mathematik in Chaldäa und Aegypten.

Die allgemeinste und am besten erwiesene Meynung ist, daß die Mathematik fast zu gleicher Zeit bey den frühern Chaldäern und frühern Aegyptiern, also bey den beyden ältesten bekannten Völkerschaften, angefangen hat, eine gewisse Gestalt anzunehmen. Nach einer fortdauernden Tradition, die von Jahrhundert zu Jahrhundert erneuert ist, legten die Hirten von Chaldäa, in der friedlichen Ruhe ihrer Lebensart, und unter dem heitersten Himmel wohnend, den Grund zur Astronomie. Haben gleich ihre zu unvollkommnen Beobachtungen keiner Theorie zur Grundlage dienen können, so haben sie doch wenigstens einige allgemeine Anzeigen gegeben, und die ersten Astronomen einiger irrigen Versuche überhoben.

Wissenschaft der Magier in Aegypten.

Die Magier oder Priester in Aegypten, die, nach ihren gesetzlichen Einrichtungen, es sich angelegen seyn ließen, die Geheimnisse der Natur zu studiren und zu sammeln, waren die Bewahrer und Ausspender aller menschlichen Kenntnisse geworden. Von allen Seiten reiste man herbey, sie um Rath zu fragen, und sich in ihrem Umgange zu unterrichten. Sie würden ohne Einschränkung die Verehrung und Dankbarkeit der Menschheit verdient haben, wenn sie sich mit der Aufklärung derselben begnügt, und nicht auch zuweilen sie zu täuschen, und unter heiligen Schleyern den stolzen Ehrgeiz sie zu beherrschen zu verbergen gesucht hätten.

Ansprüche der Chineser und Indier.

Völkerschaften sowohl, wie einzelne Menschen, suchen ihren Ursprung in entferntere Zeiten hinauf zu setzen, und ihre Urbildung mit vergrößerten Zügen darzustellen. Besonders den Chinesern und Indiern wirft man diese übertriebene Vaterlandsliebe vor. Will man ihnen glauben, so sind sie die ersten Erfinder aller Wissenschaften und Künste. Da sie ihre Ansprüche besonders auf das hohe Alter ihrer Astronomie gründen, so verspare ich die Untersuchung ihrer Rechte, bis ich die Fortschritte dieser Wissenschaft besonders abhandeln werde.

Die Mathematik der Alten haben wir von den Griechen.

Unsre Kenntniß von der Mathematik der Alten haben wir nur aus den Schriften der Griechen. Es fehlen uns die nothwendigen Urkunden, um den Werth des Unterrichtes, welchen sie ihrem Umgange mit den Magiern zu verdanken haben, bestimmen zu können. Einige Schriftsteller melden, daß Thales, auf einer seiner Reisen, zu Memphis, den Aegyptiern das Verfahren, die Höhe der Pyramiden aus der Länge ihrer Schatten zu messen, zeigte; welches ein Satz aus den ersten Anfangsgründen der Geometrie ist. Ist die Erzählung wahr, so dürfen wir schließen, daß die Aegyptier in dieser Wissenschaft noch wenig vorgerückt waren. Sie hat indessen gar keine Wahrscheinlichkeit für sich; und es ist überhaupt das vernünftigste, weil alle Denkmäler der Aegyptischen Wissenschaften mit der Alexandrinischen Bibliothek verloren gegangen sind, in dieser Sache überall nichts zu entscheiden. Nur dies muß man zugeben, daß wenn die Aegyptier die ersten Lehrer der Griechen gewesen sind, ihnen ihre Schüler sehr bald den Rang abgelaufen haben. So bald nur die mathematischen Wissenschaften in Griechenland anfingen Wurzel zu fassen, machten sie augenscheinlich auch sogleich schnelle und sichere Fortschritte, und bereicherten sich nach und nach mit einer Reihe von wichtigen Entdeckungen, in denen die gegenseitige Verbindung der Grundsätze und Folgerungen Einheit und Verfolgung eines und desselben Planes zu erkennen gibt. Die Griechen wur-

den gleichsam die Lehrer aller andern Nationen. Sie allein haben den Ruhm gehabt, in allen Gattungen der Wissenschaften und Künste groß zu seyn, in der Kriegskunst, in der Dichtkunst, in der Beredsamkeit, in der Mahlerey, in den strengen Wissenschaften u. s. w. Der größte Theil der berühmten Männer, welche an dem Museum zu Alexandrien,*) d. i. gleichsam im Mittelpuncte der Künste und Wissenschaften, versammelt waren, waren ihrer Abkunft nach Griechen. Alle diese Größe hatte das Schicksal menschlicher Dinge; sie schwand allmählich dahin.

Fall von Griechenland. Mittelmäßigkeit der Römer in der Mathematik.

Schon hatte die Eifersucht unter den verschiedenen Staaten, aus denen Griechenland bestand, in dessen Schooße mehrere blutige Kriege angefacht, welche seiner politischen Verfassung verderblich wurden. So lange die ganze Nation für die Aufrechthaltung der Sitten noch wachte, so lange sie den Grundsätzen der Gerechtigkeit und Mäßigung noch unveränderlich treu blieb: so lange triumphirte sie über ihre auswärtigen Feinde. Entfernte Völker kamen herbey, um ihre Gesetze und Staatseinrich-

*) Das Museum zu Alexandrien ward von dem Könige von Aegypten Ptolemäus Philadelphus etwa 320 J. vor der christlichen Zeitrechnung errichtet. Die mathematischen Wissenschaften haben daselbst fast ganze tausend Jahre hindurch geblüht.

tungen zu studiren. Nachdem sie hingegen durch innere Spaltung geschwächt war, kam sie endlich unter das Joch, welches die Römer der ganzen Welt auflegten. Hat sie aber der Gewalt der Waffen sich unterwerfen müssen, so hat sie doch größtentheils die Oberherrschaft des Geistes vor den Augen der Nachwelt behauptet. Mag man immerhin Virgil und Cicero einem Homer und Demosthenes gleichstellen, Livius, Sallust und Tacitus einem Herodot, Thucydides und Xenophon vorziehen: zwey ungeheure Gebiete sind noch übrig, die schönen Künste und die strengen Wissenschaften, in denen die alten Griechen ausgemacht die Meister geblieben sind. Die stets thätige, stets neu anwachsende Ehrsucht der Römer bewürkte auswärts die Ausbreitung ihrer Herrschaft: im Innern schärfte die ewige Eifersucht, welche seit der Vertreibung der Könige bis zum Sturz der Republik den Senat und die Volkstribunen trennte, die Geister, und erzeugte eine Reihe von großen Rednern, und nachher von großen Dichtern. Die Mahlerey, die Bildhauerkunst und die Baukunst hatten zu Rom bey weitem nicht denselben glücklichen Fortgang. Indessen ist das Werk des Vitruvius über die Baukunst noch immer ein äußerst schätzbares Denkmal der mannigfaltigen Kenntnisse, die zu dieser Kunst gehören. Was aber die strengen Wissenschaften anlangt, welche Sammlung des Geistes, Ruhe und tiefes Nachdenken erfordern, so haben es die Römer in diesen nie über die Mittelmäßigkeit gebracht. Diese Wissenschaften, welche zu hohen Ehrenstellen

im Staate nicht führen konnten, machten die Beschäftigung nur einer kleinen Zahl unbekannter Menschen aus, welche entfernt von den Stürmen der öffentlichen Angelegenheiten lebten. Die römischen Mathematiker waren gewissermaaßen nur Uebersetzer oder Erklärer des Archimedes, Apollonius u. s. w. Man bemerkt unter ihnen bloß einige gelehrte Astronomen, unter August und seinen ersten Nachfolgern. Späterhin kam alles in Abnahme.

Da nach dem Tode des Theodosius durch die Theilung des Reichs unter seine beyden Söhne, Honorius und Arcadius, dieser große Staatskörper sehr geschwächt war: fiel der abendländische Theil, der von den Barbaren lange Zeit verheert, zerstückelt und endlich völlig erobert war, in die tiefste Unwissenheit; in dem morgenländischen Reiche aber waren die Schulen nur mit elenden theologischen Streitigkeiten beschäftigt. Die strengen Wissenschaften hatten sich beynahe gänzlich nach dem Museum zu Alexandrien geflüchtet. Aller Unterstützung und Aufmunterung beraubt, mußten sie nothwendig ausarten. Nichtsdestoweniger erhielten sie noch immer, wenigstens durch Ueberlieferung und Nachahmung, den alten und strengen Charakter, welchen die Griechen ihnen eingedrückt hatten.

Bald ward aber auch dieser Zufluchtsort ihnen entrissen. Gegen die Mitte des siebenten Jahrhunderts der christlichen Zeitrechnung brachten die Araber, unter Anführung der ersten Nachfolger Mahomeds, Mord und Verwüstung über den ganzen Orient. Das Museum zu Alexandrien ward zer-

stört. *) Gelehrte und Künstler kamen um, oder zerstreuten sich.

Wissenschaften bey den Arabern.

Wenn gleich indessen diese traurige Katastrophe die Kette der mathematischen Entdeckungen zerbrach, so blieben von derselben doch noch einige Glieder übrig, welche eben dieses zerstörende Volk, nachdem es durch die Reitze des Friedens und der Muße menschlicher und für Geistesgenuß empfänglicher gemacht war, zu sammeln und von neuem anzuknüpfen sich eifrig bemühte. In weniger als hundert Jahren sah man die Araber Astronomie treiben, von der sie sonst schon allgemeine Kenntnisse gehabt hatten. Dieser eigenthümliche Geschmack verbreitete sich allmählich über alle Zweige menschlicher Kenntnisse. Die mathematischen Wissenschaften blühten einen Zeitraum von siebenhundert Jahren hindurch in allen Ländern, welche der Herrschaft der Araber, und in der Folge auch der Perser, als diese zwey Völker vereinigt wurden, unterworfen waren. Sie wurden

*) Schon vom Kayser Caracalla war die ursprüngliche Verfassung dieser Anstalt, das Beysammenwohnen der Gelehrten, ihre gelehrten Uebungen ꝛc. aufgehoben. Ob sie in der Folge ganz oder zum Theil wieder hergestellt wurde, und wie lange sie überhaupt als eine öffentliche Anstalt fortdauerte, ist unbekannt. Aurelian ließ die Mauern des Bruchium schleifen. Unter Theodosius wurden die heydnischen Gelehrten aus Alexandrien vertrieben, und die Bibliothek im Serapeum vernichtet. Die Araber, welche unter Amru im J. 640 Alexandrien eroberten, mochten daher wenig mehr von jenen Anstalten zerstören können.

von den Mauren nach Spanien gebracht; auch nach Deutschland drangen einige Strahlen derselben durch.

Die Eroberungen der Türken führten die Unwissenheit und Barbarey wieder in die schönen Länder zurück, welche von den Arabern bewohnt waren. Bey der Eroberung von Constantinopel durch Mahomed II. erhob sich eine Verfolgung gegen Gelehrte und Künstler, in der ein großer Theil derselben umkam. Einige ergriffen die Flucht, und brachten die Trümmer der mathematischen Wissenschaften mit sich nach Italien, Frankreich, Deutschland und England. Der Geschmack an Wissenschaften und Künsten hatte schon angefangen in diesen Ländern, besonders in Italien, Wurzel zu fassen.

Mathematische Wissenschaften bey den Völkern im Occident.

Von diesem Zeitpuncte an ändert sich die ganze Scene. Der menschliche Geist lebt in allen Theilen neu wieder auf. Die Algebra, die Geometrie, die Astronomie machen reißende Fortschritte; und endlich, in den dreyßig letztern Jahren des siebzehnten Jahrhunderts, erfolgt die große Entdeckung der Analysis unendlicher Größen.

Hier eröffnet sich nun in den strengen Wissenschaften eine neue Ordnung der Dinge, welche man sich nicht erkühnt hatte zu hoffen. Die Analysis des Unendlichen hat uns in den Besitz einer zahllosen Menge von Aufgaben gesetzt, welche allen Methoden des Archimedes, des Apollonius rc. unzugänglich waren. Wir wollen indessen nicht vergessen, daß

diese großen Männer unsre ersten Lehrer gewesen sind. Wir wollen nicht glauben, daß die Europäer es den Griechen an Genie zuvorgethan haben. Wir wollen uns begnügen, zu sagen, daß, durch eine Folge der natürlichen Fortschreitung der Kenntnisse, die Europäer es den Griechen im Wissen zuvorthun. In den Werken der Einbildungskraft, z. B. in der Dichtkunst, Beredsamkeit, Mahlerey ꝛc. ist die Vollkommenheit eine Würkung des Genie's, nicht aber der Zeit; und in dieser Rücksicht besteht der einzige Ruhm, auf den die Neuern Anspruch machen können, darin, daß sie es den Alten gleich gethan haben. Aber in den Wissenschaften reihen sich die Entdeckungen der Zeitalter eine an die andre; sie verbreiten sich vermittelst der Handschriften oder des Druckes; und endlich bildet sich bey den Wissenschaften treibenden Völkern eine allgemeine Masse von Einsichten, welche man gewissermaaßen mit derjenigen vergleichen kann, welche ein einziger Mensch, der mehrere Jahrhunderte lebte, erlangen würde. Wenn Archimedes wieder auflebte, so würde er mehrere Jahre studiren müssen, um sich Newton gleichstellen zu können, wenn gleich vielleicht die Entscheidung, welcher von beyden den andern an Genie übertroffen habe, sehr schwer seyn möchte.

Die Chineser und Indier haben an dieser großen Revolution, welche in den Wissenschaften erfolgt ist, keinen Theil genommen, und sie können in dieser Hinsicht in keine Vergleichung mit den Europäern kommen.

Die Americaner scheinen nie bestimmte Be-

griffe von der Mathematik gehabt zu haben. Vor ihrer Verbindung mit den Europäern waren ihnen nur die zu den Bedürfnissen des Lebens unentbehrlichsten mechanischen Künste bekannt. Der Geist dieses Volkes befand sich nie zum Nachdenken geneigt.

Absicht und Plan dieses Werks.

Meine Absicht in diesem Werke ist, einen historischen Inbegriff der mathematischen Wissenschaften von ihrem Ursprunge an bis auf unsre Zeiten zu entwerfen; und zugleich dem Andenken der großen Männer, welche das Gebiet derselben erweitert haben, die gebührende Verehrung zu erzeigen. Ich werde mich nicht auf Untersuchungen der Systeme einlassen, welche oft auf sehr unsichern Gründen beruhen. Auch werde ich die Form und den Zuschnitt geometrischer Beweise vermeiden, indem ich hauptsächlich solche Leser vor Augen habe, welche mit einem allgemeinen Geschmack an Gelehrsamkeit eine wahre und gegründete Wißbegierde, den Gang des menschlichen Geistes in der edelsten Uebung seiner Kräfte kennen zu lernen, vereinigen. Jedoch werde ich zuweilen die Methoden mit befriedigender Ausführlichkeit erklären, damit Mathematiker von Profession die Beweise der Resultate, auf welche ich mich einschränken muß, selbst finden mögen. Wenn es mir nicht möglich ist, ihnen vollkommen Genüge zu thun, so werde ich ihnen wenigstens die Quellen anzeigen, aus welchen sie eine ausführlichere Belehrung schöpfen können.

Ich mache auf vier Zeiträume in der Geschichte der Mathematik aufmerksam. Der erste stellt zuerst den schwachen Schimmer ihrer Entstehung dar, dann ihren schnellen Wachsthum bey den Griechen, und zuletzt ihre allmähliche Abnahme bis auf die Zerstörung der Alexandrinischen Schule. In dem zweyten Zeitraume erscheinet sie wieder belebt und gepflegt von den Arabern, welche sie mit sich in einige Länder von Europa herüber bringen. Dieser Zeitraum geht beynahe bis gegen das Ende des fynfzehnten Jahrhunderts. Einige Zeit darauf verbreitet sie sich und thut schnelle Fortschritte bey allen nur einigermaaßen beträchtlichen europäischen Nationen. Dies ist die dritte Periode, welche uns bis zur Entdeckung der Analysis des Unendlichen führt. Mit dieser aber beginnt die vierte und letzte Periode. Diese vier Perioden werden die Hauptabtheilungen dieses Werks abgeben.

Bey dem ersten Anblicke scheint um der Deutlichkeit willen nothwendig, daß ich die Geschichte eines jeden Theiles der Mathematik nach einander und ohne Unterbrechung folgen lasse. Allein diese Methode, wenn sie ohne Unterschied auf alle Theile und alle Zeiträume angewandt wird, ist mit einigen Unbequemlichkeiten verknüpft. Die verschiedenen Zweige der Mathematik sind nur stuffenweise gebildet und entwickelt worden, und oft einer aus dem andern. So gibt es z. B. einen Satz der Mechanik, aus welchem eine vollendete Theorie der Geometrie hervorgegangen ist. Hier würde es also unmöglich seyn, von dem Erstern Nachricht zu ge-

ben, ohne das Folgende zu erklären, und ohne dadurch in einzelne Erörterungen, welche für den eigentlichen und Hauptgegenstand oft weitläuftig und fremdartig sind, zu kommen. Außerdem würde man oft eine unangenehme Leere in dem allgemeinen Gemälde, oder ein zu auffallendes Mißverhältniß in den einzelnen Theilen bemerken. Denn nicht alle Wissenschaften sind in gleichen Schritten fortgerückt. Manche scheinen zuweilen sich in einem Stillstande zu befinden, während andre die schnellsten Fortschritte thun. Diese Bemerkungen sind insonderheit gegründet in Beziehung auf den zweyten und vierten Zeitraum der Mathematik. Man wird hiezu häufige Belege erhalten, wenn von der Anwendung der Analysis des Unendlichen auf die Mechanik und Astronomie gehandelt werden wird. Der erste Zeitraum ist derjenige, in welchem die Unterordnung der Kenntnisse am meisten einförmig und deutlich ist; und man kann hier jeden Theil der Mathematik von den übrigen trennen. Ich habe von diesem Vortheile, so lange es mir möglich gewesen ist, Gebrauch gemacht. Aber in den folgenden Perioden habe ich nicht vollkommen dieselbe Ordnung beobachten können. Ich ersuche die Leser, sich in einen Plan zu fügen, der mir durch die Beschaffenheit des Gegenstandes erzwungen scheint.

Es ist unnöthig, eine andere Bemerkung zu machen, welche sich von selbst genug darbieten wird: Man wird sehen, daß die zur Ausführung einer zusammenhängenden und vollständigen Erzählung nothwendigen historischen Urkunden oft sehr unvoll-

kommen oder mangelhaft sind. Von einer andern Seite verschmäht der strenge Ernst des Gegenstandes jede Ausschmückung und jede Erdichtung. Ich kann also in diesen unfruchtbaren Theilen nur von solchen Lesern Aufmerksamkeit erwarten, welche auch in den Ruinen des Gebäudes der Wissenschaften Edelsteine zu finden wissen.

Erster Zeitraum.

Zustand der Mathematik von ihrem Ursprunge an bis auf die Zerstörung der Schule zu Alexandrien.

Erstes Capitel.

Ursprung und Fortgang der Arithmetik.

Es gibt keinen Begriff, der einfacher und leichter zu fassen ist, als der Begriff von Zahl oder Menge. Sobald der Verstand eines Kindes sich zu entwickeln anfängt, kann es seine Finger, die umstehenden Bäume und andre Gegenstände, die ihm vor Augen kommen, zählen. Die ersten Operationen geschahen sogleich, ohne Ordnung, ohne Methode, bloß durch Hülfe des Gedächtnisses; bald fand man Mittel, sie zu erweitern und einer Art regelmäßiger Form zu unterwerfen.

Da man, so verschieden auch die Gegenstände des Zählens waren, damit stets auf einerley Weise verfuhr: so bemerkte man sehr leicht, daß man von

ihrer natürlichen Beschaffenheit abstrahiren könnte, und man ersann, um sie darzustellen, allgemeine Symbole, welche in der Folge für jede aufzulösende Aufgabe besondre und eigene Werthe annahmen. In dieser Absicht wandte man z. B. kleine Kugeln an, welche unter einander zusammengefügt waren, wie die Perlen eines Rosenkranzes, oder wie die Knoten eines Strickes. Jede Kugel bezeichnete ein Schaaf, einen Baum; und die Sammlung der Kugeln die ganze Heerde, oder alle Bäume.

Durch die Erfindung der Schreibekunst geschah in der Kunst des Zählens ein neuer Fortschritt. Auf einer mit Sand bedeckten Tafel zeichnete man, um die Zahlen auszudrücken, willkührlich gewählte Charaktere, und dadurch war man im Stande, Rechnungen von einer gewissen Beträchtlichkeit auszuführen.

Alle Nationen, wenn man die alten Chineser und eine unbekannte Völkerschaft, *) deren Aristoteles Erwähnung thut, ausnimmt, haben die Zahlen in Perioden eingetheilt, deren jede aus zehn Einheiten zusammengesetzt ist. Dieser Gebrauch kann wohl nur aus der Art zu zählen entstanden seyn, welche in der Kindheit so gewöhnlich ist, nämlich nach den Fingern, deren Zahl zehn ist. Die Alten stimmten darin gänzlich überein, daß sie die Zahlen durch Buchstaben ihres Alphabets bezeichneten. Sie unterschieden die verschiedenen

*) Der Thracier, welche nur bis vier zählen konnten. Aristotel. Probl. Sect. XV. 3.

Perioden der Zehnen entweder durch Accentzeichen, welche sie über die Zahlbuchstaben setzten, wie die Griechen thaten, oder durch verschiedene Zusammensetzungen der Zahlbuchstaben, wie die Römer. Alle diese Bezeichnungen, und besonders die der Römer, waren sehr verwickelt und beschwerlich, wenn es darauf ankam, nur einigermaßen beträchtliche Rechnungen zu vollführen.

Strabo, *) der unter Augustus lebte, erzählt in seiner Erdbeschreibung, daß man zu seiner Zeit die Erfindung der Arithmetik, so wie der Schreibkunst, den Phöniciern beylegte. In der That konnte diese Meynung um so leichter sich festsetzen, da die Phönicier, als das älteste Handel treibende Volk der Erde, eine Wissenschaft, von der sie einen beständigen Gebrauch machten, natürlich haben vervollkommnen müssen. Allein lange Zeit vorher, ehe von Phöniciern die Rede war, waren den Aegyptiern und Chaldäern die Grundlehren der Arithmetik bekannt; und wahrscheinlicherweise wurden in denselben die erstern die Lehrer ihrer Nachbarn, der Phönicier.

In Griechenland hatte zwar die Mathematik schon Wurzeln geschlagen, als Thales (640 v. Chr. Geb.) erschien. Allein das Leben, welches er ihr einhauchte, ist die Epoche, von welcher man ihre eigentlichen Fortschritte zu zählen anfängt. Ob dieser Philosoph die Arithmetik mit eignen Entdeckungen bereichert habe, weiß man nicht. Vielmehr scheint

*) Strabo Geograph. lib. XVII. pag. 542. edit. Casaubon.

sein Geschmack ihn vornehmlich zum Studium der Geometrie, Physik und Astronomie geführt zu haben. Er durchreisete lange Zeit Aegypten und Indien. Bereichert mit Kenntnissen, welche er in den fremden Ländern erlangt hatte, und welche er durch eignes Nachdenken vermehrte, stiftete er nach seiner Zurückkunft zu Milet, seinem Geburtsorte, die berühmte Jonische Schule, welche sich in mehrere Zweige oder Secten theilte, die alle Theile der Philosophie umfaßten, und sich durch mehrere Städte Griechenlands verbreiteten.

Einige Zeit nachher (590 vor Chr. Geb.) machte sich Pythagoras von Samos durch sein ausgebreitetes Wissen und durch die Sonderbarkeit seiner philosophischen Meynungen berühmt. Keiner hat jemals mehr nach Ruhm gestrebt, keiner ihn mehr verdient, und keiner ein höheres und ausgebreiteteres Ansehen erreicht. Er besaß ganz den Ehrgeitz eines Eroberers. Voll eifersüchtigen Strebens, das Reich der Wissenschaften weiter auszubreiten, genügte ihm nicht das Verdienst, der Lehrer seiner Mitbürger gewesen zu seyn. Er ging nach Italien, *) und gründete daselbst eine Schule, welche in kurzer Zeit ein so berühmtes Ansehen

*) Unter-Italien (Groß-Griechenland) reifte früher zur Cultur, als das eigentliche Griechenland; so daß Pythagoras daselbst lehrbegierigere Schüler fand, als in Samos. Dies und das Beyspiel der meisten ältern Weltweisen Griechenlandes, welche in der Fremde lebten, mag Pythagoras bewogen haben, in Unter-Italien zu Croton sich niederzulassen. Vergl. Jamblich. de vita Pythagorae, cap. 5.

erlangte, daß sie Fürsten und Gesetzgeber unter ihren Zöglingen zählte. Fast alle Theile der Mathematik haben ihm wichtige Erweiterungen zu verdanken, wie man in der Folge bemerken wird.

Die Zusammensetzungen der Zahlen waren einer der vornehmsten Gegenstände seiner Nachforschungen. Aus dem übereinstimmenden Zeugnisse des Alterthums erhellet, daß er es hierin am weitesten gebracht hatte. Er umhüllte seine Philosophie mit Sinnbildern, welche, da sie schon an sich abstract waren, in der Folge der Zeit noch dunkler und unverständlicher wurden, und so Veranlassung gaben, ihm seltsame Systeme zuzuschreiben, welche man ungern als die Geburten eines so großen Geistes anerkennt. Nach einigen Schriftstellern steht Pythagoras an der Spitze der Erfinder der alten Cabala. Er legte den Zahlen mehrere geheime Eigenschaften bey. Er schwur nur bey der Zahl vier, welche für ihn die Zahl im erhabensten Sinne, die Zahl der Zahlen war. Er fand ebenfalls in der Zahl drey mehrere wunderbare Eigenschaften. Er behauptete, daß ein Mensch, welcher die Arithmetik vollkommen inne hätte, im Besitze des höchsten Gutes wäre u. s. w. Allein wenn er solche Sätze vorbrachte, mußte man sie strenge in ihrem buchstäblichen Sinne nehmen? Ist es nicht wahrscheinlicher, daß man entweder seine Worte falsch nacherzählt hat, oder daß sie Gleichnisse, deren Bedeutung unbekannt geworden ist, in sich enthielten? Diese Muthmaßung scheint um desto mehr gegründet, da, nach andern Schriftstellern, Pythagoras über die verschie-

denen Gegenstände der Philosophie niemals etwas schriftlich aufgesetzt hat, und seine Lehren lange Zeit hindurch nur in seiner Familie und unter seinen Schülern sich erhalten haben, in der Folge aber von Plato und andern Philosophen, nach einer unsichern und verworrenen mündlichen Ueberlieferung, entwickelt und verfälscht worden sind. Ich will diese in ein Dunkel gehüllte Untersuchung nicht weiter verfolgen, die ohnedies heutiges Tages kein Interesse mehr hat. Unter allen arithmetischen Entdeckungen des Pythagoras, sie mögen nun ächt oder untergeschoben seyn, hat die Zeit nur seine Multiplicationstafel der Erhaltung gewürdigt. Dem Geschmack aber, den er für Untersuchungen und Eigenschaften der Zahlen in seiner Schule verbreitet hatte, verdanken einige sehr sinnreiche Theorien ihre Entstehung. Dahin gehört z. B. die Lehre von den figurirten Zahlen, welche nach und nach entwickelt, und wovon in der Folge mehrere nützliche Anwendungen gemacht worden sind.

Es ist nicht möglich, in jenen entfernten und dunkeln Zeiten die Fortschritte, welche die Arithmetik bey den Alten that, einzeln genau zu verfolgen. Man urtheilt bloß aus den Werken, welche uns von ihnen übrig sind, daß diese Wissenschaft in ihrer Ausbildung sehr schnell hat fortschreiten müssen, da sie gleichsam der Schlüssel und die erste aller Wissenschaften war. Außer der Addition, der Subtraction, der Multiplication und der Division, welche der Hauptgegenstand derselben sind, besaßen die Alten Methoden zur Ausziehung der Quadrat- und Cubik-

Wurzeln. Sie kannten die Theorie der Proportionen und der arithmetischen und geometrischen Progressionen. Ueberhaupt mit den Zusammensetzungen der Zahlen und der Reduction der Verhältnisse auf ihre möglichst einfachen Formen wurden sie vollkommen vertraut. Z. B. das berühmte Cribrum (Sieb) des Eratosthenes, der Aufseher der Bibliothek zu Alexandrien (J. 280 v. Ch. G.) war, stellt ein leichtes und bequemes Hülfsmittel dar, die Primzahlen zu finden, deren Untersuchung, ihr Nutzen in der Theorie der Brüche ungerechnet, schon an sich sinnreich ist.

Bekanntlich versteht man unter Primzahlen solche Zahlen, die durch keine andre Zahl, als durch sich selbst und durch die Einheit theilbar sind. Die Zahl Zwey ist in der Reihe der geraden Zahlen die einzige Primzahl. Alle übrigen müssen sich also in der Reihe der ungeraden Zahlen finden. Dieser Betrachtung zufolge schreibt Eratosthenes auf ein dünnes Brett oder auf ein wohlgespanntes Blatt Papier die Reihe der ungeraden Zahlen. Darauf macht er unter diesen Zahlen, von drey zu drey, von fünf zu fünf, von sieben zu sieben, u. s. w. gezählt, kleine Löcher im Brette oder im Blatt Papier. Dadurch entsteht gleichsam ein Sieb; durch dessen Löcher fallen nach seiner Vorstellung die zusammengesetzten Zahlen heraus, und die hernach übrig bleibenden Zahlen sind Primzahlen *).

*) Dies Verfahren des Eratosthenes beschreiben Nikomachus (Arithmet. pag. 17.) und Boethius (Arithm. lib. I. cap. 17.).

Diophant, *) einer der berühmtesten Mathematiker aus der alexandrinischen Schule, brachte die Arithmetik um einen großen Schritt weiter. Er erfand die unbestimmte Analysis, von der man so viele schöne oder nützliche Anwendungen, so wohl in der reinen Arithmetik, als auch in der Algebra und in der höhern Geometrie, gemacht hat.

Wenn eine Aufgabe, in Zahlen oder Buchstaben ausgedrückt, auf eine Gleichung führt, welche nur eine unbekannte Größe enthält, so nennt man die Aufgabe eine bestimmte; und die Wurzeln der Gleichung geben alle Auflösungen, welche die Aufgabe zuläßt. Diese Arten von Aufgaben haben weiter keine andern Schwierigkeiten, als solche, die sich auf die Auflösung der Gleichungen beziehen. Enthält aber eine Aufgabe mehr unbekannte Größen, als sie Bedingungen aussagt, so ist sie eine unbestimmte; und alsdann kann man zur Findung aller unbekannten Größen nicht anders gelangen, als wenn man einigen von ihnen bestimmte Werthe gibt, welche man entweder willkührlich angenommen, oder

Hr. B. verweiset hier auf seinen Traité d'Arithmétique, wo er eine Erläuterung dieser sinnreichen Methode gegeben hat. Man findet es auch in A. Bürja's selbstlernenden Algebristen. III. Hptst. §. 15. erläutert.

*) Diophants Zeitalter setzt der Verf. um d. J. 350 nach C. G. Aus Mangel an Nachrichten läßt sich hierüber nichts bestimmtes angeben. Wahrscheinlicher scheint doch die Meynung Anderer, daß er im zweyten Jahrhundert gelebt habe. — Eine nähere Anzeige seines Werks über die Arithmetik folgt unten im IV. Zusatze, worauf ich mich hier beziehe.

besondern Bedingungen unterworfen hat. Hieraus entstehen zwey wohl unterschiedene Fälle. In dem ersten Falle, wenn nämlich die Werthe willkührlich angenommen sind, ist die Auflösung leicht, und erfordert keine andre Vorsicht, als daß man diejenigen Werthe, welche zu ungereimten Resultaten führen würden, vermeidet. In dem zweyten Falle aber macht die Wahl einiger unbekannten selbst eine unbestimmte Aufgabe aus, welche nur durch eine besondere Kunst aufgelöset werden kann. In dieser Kunst nun zeigt Diophant einen wahrhaft originellen Scharfsinn. Legt man z. B. folgende Fragen vor: Eine Quadratzahl in zwey andre Quadratzahlen zu theilen; Zwey Zahlen zu finden, deren Summe mit der Summe ihrer Quadrate in einem gegebenen Verhältnisse stehet; Zwey Quadratzahlen zu machen, deren Unterschied eine Quadratzahl ist: so ist nichts leichter, als die Auflösung dieser Fragen, wenn man alle und jede Zahlen zu nehmen verstattet. Fügt man aber die Bedingung hinzu, daß die gesuchten Zahlen rational seyn sollen, will man auch gebrochene Zahlen ausschließen: dann erfordert die Auflösung Gewandtheit. Diophant hat die Verfahrungsart gefunden, durch welche man alle Fragen von dieser Beschaffenheit Regeln unterwirft, die sicher und von aller Art des blinden Probierens befreyt sind. Seine Methoden haben eine einleuchtende Aehnlichkeit mit denjenigen, welche wir heut zu Tage zur Auflösung der Gleichungen vom ersten und zweyten Grade anwenden; und deswegen sind

einige Schriftsteller veranlaßt worden, ihm die Erfinduug der Algebra zuzueignen. Er hatte dreyzehn Bücher von der Arithmetik geschrieben. Die sechs erstern haben sich erhalten; die übrigen sind sämmtlich verlohren gegangen, wenn anders ein siebentes Buch, welches man in einigen Ausgaben des Diophant findet, nicht von ihm ist *). Dieses siebente Buch enthält gelehrte Untersuchungen über die Eigenschaften der figurirten Zahlen.

Dieser Schriftsteller hat unter den Alten mehrere Erklärer gehabt, deren Werke aber größtentheils verlohren gegangen sind. Wir beklagen unter diesen den Commentar der berühmten Hypatia. Die Talente, die Tugenden und das unglückliche Schicksal dieses berühmten Schlachtopfers des Fanatismus haben ein Recht auf die dankbare Verehrung der Nachwelt, und wir können nicht umhin, ihr diesen Tribut zu entrichten. (J. 410. n. Ch. G.)

Ihr Vater, der Philosoph Theon, hatte solche Sorgfalt auf ihren Unterricht gewendet, und sie machte in kurzer Zeit so große Fortschritte, daß sie noch sehr jung erwählt ward, die Mathematik auf der Schule zu Alexandrien zu lehren. Alle Geschichtschreiber bezeugen mit völliger Uebereinstimmung, daß Hypatia mit einer reitzenden körperlichen Gestalt eine seltene Bescheidenheit, unsträfliche Sitten und einen vollkommen ausgebildeten Verstand

*) Dieses Buch de numeris multangulis ist eine für sich bestehende Schrift, und gehört keinesweges in die Sammlung der Arithmeticorum Diophants.

vereinigte. Diese Vorzüge verschafften ihr einen großen Einfluß zu Alexandrien, und besonders bey dem Gouverneur dieser Stadt, Orestes. Weil elende theologische Streitigkeiten eine heftige Uneinigkeit zwischen Orestes und dem heiligen Cyrillus erregt hatten, so reitzten die Mönche von der Parthey des heiligen Cyrillus das Volk auf, die Hypatia zu ermorden, indem sie dieselbe durch ihre Rathschläge, welche sie dem Gouverneur gab, als den Urheber der Unruhen vorstellten. „Diese That, sagt der Geschichtschreiber Socrates, *) zog dem Cyrillus und der Kirche von Alexandrien einen großen Vorwurf zu; denn solche Gewaltthätigkeiten sind dem Geiste des Christenthums durchaus entgegen.“ Fleury, der in seinen Urtheilen sonst so gerecht und gemäßigt, vielleicht aber den Lehrsätzen einer intoleranten Religion zu sehr ergeben ist, schildert nicht mit dem gehörigen Nachdruck die höchste Verabscheuung, welche dieses grausame Verbrechen ihm einflößen mußte. (Hist. ecclés. tom. V, in 12, p. 414.)

*) Socrat. Hist. Eccl. lib. VII. cap. 15.

Zusätze
zum ersten Capitel.

I.

Von den Erfindungen des Pythagoras und der ältesten griechischen Philosophen.

Von den Verdiensten der ältesten griechischen Philosophen um die Arithmetik, so wie um die mathematischen Wissenschaften überhaupt, läßt sich wenig mit einiger Zuverlässigkeit behaupten. Von den berühmtesten derselben, wie Thales und Pythagoras, ist es fast ausgemacht, daß sie nie Schriften hinterlassen haben. Ihre Lehren und Erfindungen wurden also durch mündliche Ueberlieferung fortgepflanzt, und in den Schriften ihrer Schüler und Nachfolger aufbewahrt. Da nun aber diese verlohren gegangen sind: so müssen wir uns mit den Nachrichten begnügen, welche spätere Schriftsteller, insbesondre von der pythagoräischen Secte, mittheilen, welche aber nur ein beschränktes Zutrauen verdienen.

Dem Pythagoras wird insgemein die Erfindung der bekannten Multiplicationstafel oder des Einmal-Eins zugeschrieben, welches daher auch abacus Pythagoricus, der Pythagoräische Rechentisch, genannt wird. Beym Beda (S. Opp. Colon. 1612. pag. 77.) mag diese Benennung zuerst vorkommen. Das Einmal-Eins selbst und dessen Erklärung findet man in der Arithmetik des Nikomachus (Paris. 1538. pag. 28.) und Boethius (edit. Basil. 1570. pag. 1314.) beschrieben, wo aber des Pythagoras, als Erfinders desselben, nicht gedacht wird, auch jene Benennung nicht vorkommt. Es ist indessen höchst wahrscheinlich der Abacus des Einmal-Eins eine der frühesten Erfindungen der praktischen Arithmetik gewesen, und kann zuerst vom Pythagoras von seinen Reisen im Morgenlande oder Aegypten mit nach Griechenland gebracht seyn. Von dieser Einmal-Eins-Tafel aber ist der eigentliche abacus Pythagoricus wesentlich verschieden gewesen, und diese Benennung scheint auf jene Erfindung durch eine sonderbare Verwechselung übergegangen zu seyn. Am Ende des ersten Buchs der Geometrie des Boethius (pag. 1516 — 1519.) erklärt derselbe, in Hinsicht auf die im zweyten Buche folgenden Vorschriften über Ausrechnung der Figuren, den zur Erleichterung des bey der Ausübung jener Vorschriften häufigen Multiplicirens und Dividirens dienenden Gebrauch der mensa geometricalis oder des abacus Pythagorae. Als die hierbey erforderliche Figur findet man in den Ausgaben des Boethius die Abbildung des Einmal-Eins, welche zu der Beschreibung durchaus nicht

paßt, und also durch Unwissenheit der Abschreiber hierher gekommen seyn, und die oben bemerkte Verwechselung des abacus des Einmal-Eins und des abacus Pythagorae veranlaßt haben muß.

Was nun aber dieser letztere abacus des Pythagoras für eine Erfindung gewesen sey, läßt sich aus der sehr dunklen und verworrenen Beschreibung des Boethius allein nicht ausgemacht erkennen. Hr. Prof. Mannert hat daher in seiner Diss. de numerorum quos Arabicos vocant vera origine Pythagorica. Norimb. 1801. aus einer zu Altdorf befindlichen vorzüglichen Handschrift des Boethius, der an dieser Stelle eine ganz andre Figur hat, diese Figur nebst der Hauptstelle der Erklärung in Kupfer gestochen mitgetheilt. Diese Figur enthält die Reihe der sogenannten arabischen Zahlzeichen, von der rechten Hand nach der linken geschrieben; darüber Benennungen derselben, die sich zum Theil aus morgenländischen (Semitischen) Dialecten erklären lassen; darunter die Werthe derselben in römischen Zahlen, als Einer, Zehner, Hunderte u. s. w. je nachdem sie um eine oder mehr Stellen von der rechten Hand nach der linken stehen, angegeben. Hierdurch führt die ganze Stelle des Boethius zu folgendem sehr merkwürdigen Resultat: daß nämlich die Pythagoräer, nach der Anweisung ihres Stifters, beym Multipliciren und Dividiren sich solcher Vorschriften bedienten, welche im Wesentlichen mit den Regeln unserer jetzigen Decimalrechnung übereinstimmen; und daß einige Pythagoräer dazu eigene Charaktere (jene arabischen Zahlzeichen), andre die ersten Buchstaben

des griechischen Alphabets gebrauchten. Nach diesem Zeugnisse des Boethius gebührte also dem Pythagoras das Verdienst, wenn nicht der Erfindung, doch wenigstens der ersten Einführung, nicht bloß der Theorie unsers Decimalcalculs, sondern auch unserer bis jetzt so genannten arabischen Zahlzeichen, die er von den Phöniciern oder im Morgenlande erlernt haben mochte. Diese Meynung, welche schon früher Weidler vorgetragen hatte, hat Hr. Prof. Mannert in der angeführten Schrift mit Gründlichkeit und Scharfsinn ausgeführt. Da aber, außer dieser Stelle des Boethius, deren Auctorität doch noch Zweifeln ausgesetzt bleibt, im ganzen Alterthume keine Spur dieser Rechnungsart vorkommt, dieselbe auch ausgemacht den größten Mathematikern des Alterthums unbekannt geblieben ist (welches bey einer so gemeinnützigen Erfindung schwerlich sich denken läßt): so, glaube ich, kann man diese Meynung, welche dem Pythagoras und seiner Schule eine Kenntniß jener Theorie zuschreibt, noch nicht als entschieden annehmen. Eine weitere Erörterung dieser bekannten Streitsache gehört in das 1. Kap. des II. Zeitr. dieser Geschichte.

Als ein Beyspiel von den Untersuchungen des Pythagoras und seiner Nachfolger über die Zahlenlehre mag seine Auflösung einer unbestimmten Aufgabe dienen, welche Proklus (pag. 111.) mittheilt. Es wird verlangt, rechtwinklichte Dreyecke zu finden, die ganze Zahlen zu Seiten haben, nach dem bekannten geometrischen Theorem des Pythagoras. Begreiflich sind rechtwinklichte Dreyecke, die gleich-

schenklicht sind, hier ausgeschlossen; indem für solche die Aufgabe unmöglich ist. Die Methode, welche Pythagoras angab, ist folgende: Es ist eine ungerade Zahl (3) als die kleinere Kathete des Dreyecks gegeben. Von dieser macht man die Quadratzahl (9); zieht von derselben Eins ab, und nimmt von dem Reste (8) die Hälfte (4). Diese ist die gesuchte zweyte Kathete. Wird diese um Eins vermehrt, so gibt das die Hypotenuse (5). — Eine andre Methode, die von geraden Zahlen ausgeht, lehrte Plato. Er nimmt eine gerade Zahl (4) als die gegebene Kathete des Dreyecks. Von deren Hälfte (2) macht er die Quadratzahl (4). Diese um Eins vermehrt, gibt die Hypotenuse (5); von eben dieser Quadratzahl aber Eins abgezogen, gibt die andre Kathete (3).

Durch solche Vereinigung der Geometrie mit der Arithmetik suchten die ältesten griechischen Philosophen die Wissenschaft zu bereichern; und daher schreiben sich auch verschiedene Vorstellungsarten, Abtheilungen und Benennungen der Zahlen.

Unter den Nachfolgern des Pythagoras sind Philolaus und Archytas die berühmtesten, von denen sich noch einige Fragmente über Arithmetik beym Stobäus erhalten haben. Von Archytas kommen in der Arithmetik des Boethius mehrere Beweise vor; besonders aber in dem rechnenden Theile seiner Geometrie werden die meisten Vorschriften zur Ausrechnung der Figuren ꝛc. jenem Philosophen zugeschrieben. Seine berühmte Schrift de decade war wohl

nichts weiter, als ein philosophisches Geschwätz über die wunderbaren Eigenschaften der Zahl Zehn.

II.

Nähere Darstellung der Arithmetik der Alten. Euklids arithmetische Bücher. Arithmetik des Nikomachus und Boethius. Archimeds Sandrechnung. Sätze vom Multipliciren.

In dem Verfolg der Geschichte der Arithmetik muß man die Bemühungen der Pythagoräer und der Mathematiker aus andern philosophischen Schulen um dieselbe wohl unterscheiden. Das Charakteristische der Arithmetiker der pythagoräischen Secte blieb beständig die abgeschmackte Anwendung der Zahlengesetze auf philosophische und andre Gegenstände, auf Theologie, Moral und Physik, welche sie in eignen Schriften abhandelten. Von dieser Manie blieben die Arithmetiker aus andern philosophischen Schulen größtentheils frey; deren Schriften sich überhaupt durch mehr Methode und wissenschaftliche Strenge auszeichneten. — Der Hauptinhalt der alten Arithmetik bestand in Untersuchungen über die Natur und Eigenschaften der Zahlen. Sie theilten dieselben nach den verschiedenen Arten ihrer Erzeugung oder Zusammensetzung auf eine sehr mannigfaltige Weise ein. Hiernach wurden denn Sätze abgeleitet, die sehr oft mehr sinnreich und überraschend, als würklich fruchtbar und nützlich waren. Zu solchen nützlichern gehören ihre Untersuchungen der Primzahlen

und zusammengesetzten Zahlen, und der figurirten Zahlen. Ferner wurden die Lehren von den Verhältnissen und Proportionen, und von den commensurablen und incommensurablen Größen besonders umständlich abgehandelt. Eine Erwähnung verdienen hier die drey Arten der Proportionen, welche die Alten hauptsächlich annahmen, arithmetische, geometrische und harmonische. Die beyden erstern sind bekannt. In harmonischer Proportion sind vier Größen, A, B, C, D, wenn sich der Unterschied des ersten und zweyten Gliedes zum Unterschied des dritten und vierten Gliedes (geometrisch) verhält, wie das erste zum vierten, oder wenn $A - B : C - D = A : D$. Diese Proportion ist stetig, wenn $B = C$, also wenn $A - B : B - D = A : D$, z. B. 6, 4, 3; wo $6 - 4 : 4 - 3 = 6 : 3$. In Beziehung auf die bey stetigen Proportionen erforderlichen drey Zahlen, wo eine die mittlere ist, brauchten die Alten den Ausdruck μεσότης, medietas. Es gab also arithmetische, geometrische und harmonische Medietäten. Von ihnen haben die Alten oft in besondern Schriften gehandelt.

Die Hauptquellen der arithmetischen Kenntnisse sind für uns das 7. 8. 9. u. 10. Buch der Elemente des Euklides, und die Arithmetik des Nikomachus. Euklids arithmetische Bücher enthalten zwar nur diejenigen Theile der Zahlenlehre, welche nach dem kunstvoll angelegten Plane seines ganzen Werkes in dieses verwebt waren: sie sind aber in Absicht auf Methode und System bey weitem das Vollkommenste, was von der Arithmetik der Alten

auf unsere Zeiten gekommen ist. Es wird daher nicht überflüssig seyn, von den merkwürdigsten Sätzen derselben eine kurze Anzeige zu geben.

Euklides trägt zuerst die Lehre von den Proportionen vor. In Absicht auf die Strenge seiner Methode ist hier gleich eine Bemerkung zu machen. Er hatte schon vorher (im fünften Buche seiner Elemente) eben diese Lehre von den Proportionen abgehandelt, aber in Beziehung auf stetige Größen; wo er eine Erklärung der Proportion aufgestellt hatte, die auch den Fall irrationaler Verhältnisse in sich faßte. Da er hier von den Zahlen handelt, welche er durchweg als rationale Größen ansieht, (von den irrationalen handelt er im zehnten Buch ausschließlich): so gibt er nun von der Proportion eine andre Erklärung. Zahlen sind proportionirt, wenn die erste von der zweyten und die dritte von der vierten entweder einerley Theil oder einerley vielfacher Theil sind. Dieselbe Definition ist von den meisten Neuern in dieser Lehre angenommen. Unter Proportion, sieht man, versteht Euklides die sogenannte geometrische Proportion. Die arithmetische und harmonische kommt bey ihm überhaupt nicht vor. B. VII. S. 2. u. 3. wird gezeigt, zweyer und mehrerer Zahlen, die nicht Primzahlen zu einander sind, größtes gemeinschaftliches Maß zu finden, nach dem noch jetzt gebrauchten Verfahren. S. 9 — 14. Von der Verwechselung der vier Glieder einer Proportion, und von der gleichförmigen Proportionalität, wenn von mehreren Zahlen und eben so vielen andern

je zwey mit je zweyen proportionirt sind. Diese Sätze, welche im fünften Buche bewiesen waren, ohne die Gleichartigkeit der Glieder vorauszusetzen, werden hier von Neuem so bewiesen, daß die Gleichartigkeit derselben angenommen wird. S. 19. 20. Das Product der äußern Glieder ist dem Product der beyden mittlern, und bey einer stetigen Proportion der Quadratzahl des mittlern Gliedes gleich. Diese Sätze sind der Zahlenlehre eigenthümlich. Producte der Linien, die Flächen ꝛc. geben, kennt Euklid nicht. S. 23 — 41. Von discreten Proportionalen, Primzahlen, Maße der Zahlen. Ist ein Verhältniß in Zahlen, die Primzahlen zu einander sind, gegeben: so ist es in den kleinsten Zahlen gegeben. Wenn zwey Zahlen Primzahlen zu einer dritten sind, so ist auch das Product aus ihnen eine Primzahl zu dieser dritten. Zu zweyen Zahlen die kleinste ihnen meßbare Zahl zu finden u. s. w. B. VIII. S. 1. Mehrere stetig proportionirte Zahlen, deren äußerste Glieder Primzahlen zu einander sind, sind die kleinsten Zahlen in solchem Verhältniß. S. 4. Sind mehrere Verhältnisse in den kleinsten Zahlen gegeben, stetig proportionirte kleinste Zahlen in solchen Verhältnissen zu finden. S. 9. So viel mittlere Proportionalzahlen sind zwischen zweyen Zahlen, welche Primzahlen zu einander sind: so viel sind deren auch zwischen der Einheit und jeder der beyden Zahlen. S. 11 — 41. Von Flächen- und Körperzahlen. Flächenzahl nennt Euklides ein Product aus zwey Zahlen, Körperzahl ein Product aus drey Zahlen.

Zwey Flächenzahlen oder Körperzahlen sind ähnlich, wenn ihre Factoren proportionirt sind. Von Quadrat- und Cubikzahlen. Zwischen zweyen Quadratzahlen ist eine mittlere Proportionalzahl. Wenn drey Zahlen stetig proportionirt sind, und die erste eine Quadratzahl ist, so ist die dritte auch eine Quadratzahl. Zwischen zweyen Cubikzahlen sind zwey mittlere Proportionalzahlen. Sind vier Zahlen stetig proportionirt, und ist die erste eine Cubikzahl, so ist die vierte auch eine Cubikzahl; u. dergl. B. IX. S. 1 — 10. Von den Producten aus zwey solchen Zahlen. Das Product aus zwey ähnlichen Flächenzahlen ist eine Quadratzahl. Das Product aus zwey Cubikzahlen ist eine Cubikzahl. S. 11 — 20. Von Primzahlen, Maße der Zahlen, in Beziehung auf stetige Proportionen. Z. B. wenn mehrere Zahlen von der Einheit stetig proportionirt sind, so ist eine kleinere in der größten nach irgend einer dieser Zahlen enthalten. Wenn drey Zahlen stetig proportionirt sind, und die kleinsten in solchem Verhältnisse: so ist die Summe je zweyer derselben eine Primzahl zur dritten. S. 21 — 34. Von geraden und ungeraden Zahlen, den aus ihren Summen entstehenden ꝛc. S. 35. Summation einer geometrischen Progression. S. 36. Wenn mehrere von der Einheit an stetig verdoppelte Zahlen angenommen werden, bis deren Summe eine Primzahl gibt: so ist das Product aus solcher Summe und der letzten Zahl eine vollständige Zahl. Zum Verständniß dieses merkwürdigen Satzes merke man: vollständig (numerus perfectus) heißt bey

Euklid eine Zahl, die allen ihren Theilen zusammengenommen gleich ist. Alle ihre Theile, heißt hier, alle ihre Factoren. Die oben genannte Reihe ist, 1, 2, 4, 8, 16 u. s. w. Bleibt man bey der 2 stehen, so ist ihre Summe 1 + 2 = 3 eine Primzahl; also 2 . 3 = 6 eine vollständige Zahl. Alle Factoren der 6 sind 1, 2, 3; und 1 + 2 + 3 = 6. Geht man in der Reihe bis 16 fort, so ist die Summe aller Glieder 31, wieder eine Primzahl. Also 16 . 31 = 496 eine vollständige Zahl. Alle Factoren der Zahl 496 sind 1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124, 248; und deren Summe gibt 496.

Im X. B. trägt Euklides die Theorie der irrationalen Größen vor, und zwar in einer geometrischen Darstellung; daher sie von der bequemern arithmetischen Behandlungsart dieser Größen, woran wir heutiges Tags gewöhnt sind, um so mehr abweicht. Es ist aber dieses Buch als ein Werk des höchsten Scharfsinns und der sinnreichsten Methode von jeher besonders ausgezeichnet worden, und verdient noch jetzt studirt zu werden. S. 1 — 19. Von den commensurablen und incommensurablen Größen. Commensurabel heißen Größen, die sich von einem und demselben Maße (ohne Rest) messen lassen. Incommensurabel, zu denen sich gar kein gemeinschaftliches Maß angeben läßt. Euklides unterscheidet in der Länge und in der Potenz commensurabel. Potenz (δύναμις) ist bey ihm, wie bey den meisten Alten, mit Quadrat gleichbedeutend. In der Potenz commensurabel

sind gerade Linien, deren Quadrate von einem und demselben Flächenraume sich (ohne Rest) messen lassen. Läßt sich kein solcher Flächenraum angeben, so sind sie in der Potenz incommensurabel. Es wird unter andern bewiesen, daß das Verhältniß commensurabler Größen sich in Zahlen darstellen läßt; daß hingegen Größen, deren Verhältniß sich in Zahlen nicht angeben läßt, incommensurabel sind. S. 20 — 36. Von den rationalen, irrationalen und medialen Größen. Rational sind Linien, welche in Länge und Quadrat, oder in Quadrat allein einander commensurabel sind; eben so die Quadrate und Flächen aus solchen Linien. Nach Euklides ist eine Größe, wie $\sqrt{2}$, (die wir irrational nennen,) rational, aber nur im Quadrat commensurabel. Medial heißt die Quadratseite, welche die mittlere Proportionale ist zwischen zweyen rationalen nur im Quadrat commensurablen Linien. Die Mediale ist irrational. Auch ist das Rechteck aus jenen zwey Linien irrational. Jede Linie, welche mit einer Medialen commensurabel ist, ist auch medial. Jedes Rechteck, welches mit einer Medialfigur commensurabel ist, ist auch medial; u. s. w. Noch kommen als Lehnsätze vor: Zwey Quadratzahlen zu finden, deren Summe ebenfalls eine Quadratzahl ist. Zwey Quadratzahlen zu finden, deren Summe keine Quadratzahl ist. S. 37 — 73. Von den Irrationallinien, welche durch Zusammensetzung (aus zweyen) entstehen. Sie entstehen, wenn die Linien, aus denen sie zusammengesetzt werden, entweder beyde in Länge incommensurabel, oder we-

nigstens eine es ist. Je nachdem die größere oder die kleinere oder beyde zugleich im Quadrat incommensurabel sind, unterscheidet er sechs Gattungen dieser Irrationallinien, die er Binomialen nennt. Wäre also z. B. $A = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $B = 4 + \sqrt{7}$ u. s. w. so sind A und B nach Euklid Binomialen. S. 74 — 111. Von den Irrationallinien, die durch Wegnehmen entstehen. Er nennt sie Apotomen, und sie sind die Unterschiede solcher zwey Linien. Der Apotomen unterscheidet er ebenfalls sechs Gattungen. S. 112 — 117. Vergleichung aller vorhergehenden Irrationalen. Den Beschluß dieses Buches macht der Satz, daß in jedem Quadrat die Diagonale mit der Seite des Quadrats in Länge incommensurabel ist.

Diese Anzeige von Euklids arithmetischen Büchern wird hoffentlich hinreichen, einen vollständigen Begriff von den arithmetischen Untersuchungen der Alten zu geben. Die Arithmetik (ἀριθμητικὴ εἰςαγωγὴ) des Nikomachus ist freylich von einem allgemeinern Umfange; sie ist aber nicht bloß in Absicht auf System und Methode keinesweges mit Euklids Büchern zu vergleichen, sondern auch durchaus elementarisch, und enthält wenigstens keinen besonders merkwürdigen Satz, der dem Nikomachus eigen zu seyn scheint. Nikomachus, ein Pythagoräer, der aus Gerasa in Coelesyrien gebürtig war und wahrscheinlich im ersten Jahrhundert der christlichen Zeitrechnung lebte, stand gleichwohl als Arithmetiker im Alterthume in großem Ansehen, welches er vielleicht auch durch andre arithmetische Schrif-

ten, die verlohren gegangen sind, begründet hatte. Unter diesen dürfte der Verlust seiner τέχνη ἀριθμητικὴ, die eine praktische Arithmetik enthielt, wohl am meisten zu bedauern seyn. Seine Arithmetik ist von vielen nachfolgenden Schriftstellern seiner Secte erläutert worden, deren Commentare zum Theil noch vorhanden sind. Boethius hat in seiner Arithmetik auch das meiste aus Nikomachus Schriften entlehnt, wenn er gleich auch anderer Pythagoräer Schriften benutzt hat. Eben so sind anderer Verfasser Arithmetiken, die noch vorhanden sind, nur dürftige Excerpte aus Nikomachus oder Boethius, und im Ganzen sehr unbedeutend.

Von den ältern Philosophen, die sich nicht zur pythagoräischen Secte bekannten, hat sich, außer Euklides Werken, fast nichts über Arithmetik erhalten. Von Archimedes besitzen wir noch seine Sandrechnung. Die Veranlassung dieser kleinen sinnreichen Schrift ist bekannt, und daß Archimedes darin beweiset, daß sich eine Zahl angeben läßt, die größer ist als die Zahl der Sandkörner, mit denen der ganze Weltraum bis an die Sphäre der Fixsterne, nach den damaligen Abmessungen der Astronomen, angefüllt seyn könnte. Er nimmt an, daß ein Mohnkörnchen 10000 Sandkörner enthalte, und 40 Mohnkörner nur einen Zoll der Länge nach betragen, obgleich er gefunden hatte, daß nur 25 Mohnkörner an einander gelegt schon mehr als einen Zoll in der Länge betrugen. Nach diesen Voraussetzungen berechnet er die Menge der Sandkörner, welche in einer Kugel von einem Zoll im Durchmesser enthal-

ten sind, und hieraus weiter in Kugeln, deren Durchmesser immer hundertfach wachsen. Hierbey ist die Art, wie er so große Zahlen ausdrückt und behandelt, am merkwürdigsten; worüber er sich auf eine andere Schrift beruft, die er einem Zeuxippus gewidmet hatte, und die von den Rechnungsarten mit großen Zahlen gehandelt zu haben scheint. Was er aus derselben hier beybringt, ist folgendes. Er theilt die Progression der Zehn von Eins an in Perioden, deren jede acht Glieder enthält. Für die Zahl 10000 hat die griechische Sprache ein eigenes Wort, Myrias; und die Alten pflegten daher große Zahlen nach Myriaden zu bestimmen. Eine Myrias von Myriaden, oder, nach unserer Bezeichnungsart, die achte Potenz der Zehn, ist der Einer der zweyten Periode; also die neunte Potenz der Zehn, der Zehner der zweyten Periode, u. s. w. Ferner, die sechzehnte Potenz der Zehn ist der Einer der dritten Periode; die 24ste Potenz der Zehn, der Einer der vierten Periode, u. s. w. In Ansehung der Multiplication so großer Zahlen bringt er aus seiner oben genannten Schrift folgenden Satz mit seinem Beweise bey: Wenn zwey Zahlen, die Glieder einer von Eins an in stetiger Proportion fortlaufenden Reihe sind, mit einander multiplicirt werden: so ist ihr Product ebenfalls ein Glied dieser Reihe, und zwar von seinem größeren Factor um so viel Glieder entfernt, als der kleinere Factor es von Eins ist. Ist z. B. die Reihe

1 2 3 4 5 6 7
1, 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000

u. s. w. so ist das Product 100 . 10000 = 1000000,

welche Zahl das siebente Glied der Reihe, und von dem 5ten Gliede (10000) um eben so viel Glieder entfernt ist, als das 3te Glied (100) von 1. Ein Theil dieses Satzes war auch von Euklides bewiesen, in dem oben angeführten 11. Satze des IX. Buches. — Um endlich das Resultat dieser Schrift des Archimedes kurz anzugeben, so findet er, daß die Zahl der Sandkörner, welche die ganze Fixsternenkugel anfüllen könnten, kleiner ist als tausend Myriaden der achten Periode, oder, nach unserer Bezeichnungsart, als 1000 Decillionen. Er nimmt hierbey das Stadium zu 10000 Zollen an, obschon es kleiner ist als diese Länge. So nimmt er überall größere Zahlen an. So setzt er den Durchmesser der Erdkugel kleiner als 100 . 10000 . 10000 Stadien; den Durchmesser der Weltkugel (auf der die Sonnenbahn ein größter Kreis ist) kleiner als 10000 Durchmesser der Erde; ferner, daß die Fixsternenkugel sich zur Weltkugel verhalte, wie die Weltkugel zur Erdkugel. In diesen astronomischen Voraussetzungen folgt er dem Aristarch.

Eben derselbe obige Satz des Archimedes von der Multiplication größerer Zahlen wird ausführlicher und mit Ausdehnung auf die Fälle, wo die zu multiplicirenden Zahlen, nach unserer Benennungsart, aus verschiedenen Zahlen von verschiedenen Ordnungen zusammengesetzt sind, vorgetragen in dem Fragmente aus dem zweyten Buche der mathematischen Sammlungen des Pappus, welches Wallis (Opp. tom. III.) herausgegeben hat. Pappus hat alles aus einer Schrift des Apollonius

entlehnt, deren Titel sich in diesem Fragmente nicht findet. Wahrscheinlich ist es dieselbe Schrift, welche Eutocius in seinem Commentar zu Archimedes Kreisrechnung anführt. (pag. 216. ed. Oxon.)

III.

Praxis der vier Species. Methode beym Ausziehen der Quadrat- und Cubikwurzeln.

Vorstehende Sätze über die Theorie des Multiplicirens führen uns auf eine Untersuchung über das Verfahren der Alten bey der Ausübung der vier Rechnungsarten, und insbesondre über ihre Methoden beym Ausziehen der Wurzeln. Die vier Species wurden von Ungelehrten mit Hülfe eines Rechenbrettes verrichtet. Kinder wurden in Schulen dazu angewiesen. So war es bey den Römern der Fall, deren Rechenbrett vermuthlich eine durch parallele Linien abgetheilte Tafel war. Steinchen oder andre Zeichen auf die erste, zweyte, dritte rc. Linie gelegt, bedeuteten Einer, Zehner, Hunderte rc. Ein ähnlicher Unterricht fand ohne Zweifel auch in den Kinderschulen der Griechen, Aegyptier u. a. Völker statt. Das alte Rechenbrett der Chineser findet man beschrieben in P. von Havens Reise in Rußland, Kopenh. 1744. Was außerdem für praktische Rechnungsvortheile die alten Mathematiker kannten, läßt sich nicht angeben, da alle ihre Schriften über praktische Arithmetik verlohren ge-

gangen sind. Daß sie wenigstens mit denjenigen Vortheilen, die aus unserer bequemen Zifferrechnung entspringen, nicht zu vergleichen waren, davon finden wir überall in ihren Schriften Beweise, wo es auf etwas verwickeltere Berechnungen ankommt. Schon Multiplicationen großer Zahlen mochten für Manche mühsame Operationen seyn. So scheint Eutocius geurtheilt zu haben, da er in seinem Commentar zu Archimedes Kreisrechnung die Multiplicationen der von Archimedes gefundenen Quadratwurzeln und Verhältnißzahlen ausführlich beyfügt, als Proben der Genauigkeit, mit der jene von Archimedes dargelegt sind. Merkwürdig ist es in dieser Schrift, worin Archimedes das Verhältniß des Umkreises zum Durchmesser findet, daß er beständig solche Zahlen angibt, daß die verlangten Verhältnisse durch keine kleinern Zahlen mit eben so viel Ziffern genauer angegeben werden können. Belehrender wäre es daher für uns gewesen, wenn Eutocius, statt seiner vielen Multiplicationsrechnungen, lieber die Methode hätte erklären wollen, nach der Archimedes seine Quadratwurzeln gefunden hat. Er verweiset aber deswegen auf anderer Schriftsteller Werke, auf Herons Metrika, auf Pappus, Theon und andre Commentatoren über den astronomischen Lehrbegriff des Ptolemäus.

Da das Verfahren der Alten, Wurzeln und zwar auch in Näherung auszuziehen, nirgends in einem neuern Werke sich erklärt findet: so wird es hoffentlich entschuldigt werden, wenn ich die Erläuterung jenes Verfahrens in der Umständ-

lichkeit, wie sie ein alter Mathematiker gibt, hier beyfüge.

Ptolemäus zeigt im ersten Buche seines astronomischen Lehrbegriffs (pag. 8. ed. Bas. 1538.), wie, wenn der Durchmesser eines Kreises gegeben ist, die Seiten der im Kreise beschriebenen regulären Zehnecke, Sechsecke, Fünfecke u. s. w. zu finden sind, und zwar in Zahlen, wo der Durchmesser des Kreises in 120 gleiche Theile getheilt ist, deren 60 also auf den Halbmesser oder die Seite des Sechseckes kommen. Die geometrischen Beweise des Ptolemäus übergehe ich hier, und bemerke nur, was auch eigentlich nur hierher gehört, daß Ptolemäus zeigt, daß man die Seite des Zehneckes findet, wenn man aus der Zahl 4500 die Quadratwurzel auszieht, und von dieser den halben Halbmesser = 30 abzieht. Die Quadratwurzel aus 4500 gibt Ptolemäus zu 67, 4′ 55″ an. *) Bey dieser Stelle nimmt nun Theon in seinem Commentar (pag. 44.) Veranlassung, das Verfahren bey Ausziehung der Quadratwurzeln zu erläutern.

Zuerst erklärt er kürzlich das Verfahren, wenn die gegebene Zahl würklich eine quadratische Zahl ist, aus dem 4. Lehrsatze des II. Buchs der Euklidischen Elemente: Wenn eine gerade Linie beliebig

*) Ptolemäus und eben so Theon brauchen bald obige Zeichen, welche bekanntlich nach ihrer Sexagesimalrechnung $67 + \frac{4}{60} + \frac{55}{60^2}$ bedeuten; bald drücken sie dieselben in Worten also aus: 67 ganze Theile (deren 120 auf den Durchmesser kommen), 4 erste Sechszigtheile, 55 zweyte Sechszigtheile.

geschnitten wird, so ist das Quadrat aus der ganzen gleich den Quadraten der Abschnitte und dem doppelten Rechtecke aus den Abschnitten. Er nimmt die Zahl 144, und verzeichnet ein Quadrat, welches dieselbe darstellt, und eine rationale Seite, die gerade Linie $\alpha\beta$, hat. Um diese Seite zu finden, nimmt er eine Quadratzahl, die kleiner ist als die gegebene, 100, deren (bekannte) Seite 10 durch $\alpha\gamma$ (indem auf der geraden Linie $\alpha\beta$ in γ ein Abschnitt gemacht ist) dargestellt wird. Nun wird das Quadrat 100 von dem gegebenen 144 abgezogen, wo für den Gnomon 44 übrig bleibt. Weil das Rechteck der Abschnitte zweymal vorhanden ist, wird 10 verdoppelt, und damit in die übriggebliebene Zahl 44 dividirt: so wird der nach vollendeter Division erhaltene Rest 4 das Quadrat der Linie $\gamma\beta$, und die Linie $\gamma\beta$ selbst in Länge 2 seyn. Es war aber $\alpha\gamma = 10$. Also wird die ganze Linie $\alpha\beta$ aus den Theilen 10 und 2 seyn. *)

Hierauf zeigt Theon, wie man, wenn der Rauminhalt eines Quadrats gegeben ist, dessen Seite in Länge irrational ist, eine ihr nächstkommende quadratische Seite berechnen soll; und nimmt

*) Da die Stelle des Theon die älteste und einzige ist, wo wir diese Methode erläutert finden: so habe ich Theons äußerst verworrenen und undeutlichen Vortrag getreu und zugleich etwas verständlicher wiederzugeben gesucht. Seine Weitschweifigkeit konnte daher nicht ganz vermieden werden. Die beyden hier erforderlichen Figuren wird der Leser sich leicht nach der Euklidischen Figur zum 4. S. des II. B. d. Elem. entwerfen können. Die erste Figur fehlt auch in der gedruckten Ausgabe des Theon.

hierzu die oben genannte Zahl 4500 aus der Syntaxis. Er verzeichnet ein Quadrat, dessen Flächeninhalt in Theilen die Zahl 4500 darstellen soll. Auf den Seiten dieses Quadrats sind Abschnitte gemacht, wodurch die Theile der von Ptolemäus angegebenen Wurzel, 67, 4′, 55″ dargestellt werden.*) Ferner sind von den Abschnittspuncten mit den Seiten Parallelen gezogen. Die Betrachtung dieser Figur legt er bey seinem Verfahren zum Grunde, welches nun kürzlich folgendes ist. 4489 ist die Quadratzahl, welche der gegebenen 4500 am nächsten kommt, und ihre Seite 67 ist der erste Abschnitt der gesuchten Seite in ganzen Theilen. Nachdem das Quadrat 4489 von 4500 abgezogen ist, wird der Rest 11, welcher den übrigbleibenden Gnomon darstellt, in erste Sechszigtheile aufgelößt. Dies gibt also 660′. Hierin wird mit 2 . 67 = 134 dividirt, und der erhaltene Quotient 4 ist der zweyte Abschnitt der gesuchten Seite, und zwar in ersten Sechszigtheilen **). Hierauf wird das Product 2 . 67 . 4 = 536 gemacht, und dasselbe von 660′ abgezogen. Das Uebrigbleibende 124′ wird

*) Des Quadrates Seite $\alpha\,\beta$ ist in den Punkten ε, ϑ geschnitten. Der Abschnitt $\alpha\,\varepsilon$ stellt die ganzen Theile, oder 67 dar; $\varepsilon\,\vartheta$ die ersten Sechszigtheile, 4′; $\vartheta\,\beta$ die zweyten Sechszigtheile, 55″. Ueberall sind in der Figur die Werthe der Linien und Flächen in Zahlen beygeschrieben.

**) Die Regeln, nach denen die Ordnungen der Producte und Quotienten, bey Multiplicationen und Divisionen der Zahlen und Brüche von verschiedenen Ordnungen, bestimmt werden, setzt Theon hier als bekannt voraus.

in zweyte Sechszigtheile aufgelößt, gibt 7440'', und von dieser Zahl das Quadrat von 4', welches 16'' ist, abgezogen. Die übrigbleibende Zahl 7424'' oder 2, 3' 44'' sind die Theile, aus denen der übrigbleibende Gnomon besteht, nachdem von dem gegebenen Quadrat das Quadrat des ersten Abschnittes und der durch den zweyten Abschnitt hinzugekommene Gnomon abgezogen sind. Die Zahl 7424'' wird durch 2 . (67, 4') = 134, 8' dividirt; so ist der erhaltene Quotient 55'' der dritte Abschnitt der gesuchten Seite. Nun wird das Product 2 . (67, 4') . 55'' = 7377'' 20''' gemacht, und von 7424'' abgezogen. Der Rest 46'' 40''' wird von Theon als dem Quadrat des dritten Abschnittes (oder von 55'') am nächsten angenommen, und die Berechnung nicht weiter fortgesetzt. — Wie die Näherung auf eben diesem Wege weiter getrieben werden könnte, ist leicht begreiflich. Der folgende vierte Abschnitt der gesuchten Seite würde 20''' seyn.

Man sieht also, das Verfahren der Alten bey Ausziehung der Quadratwurzeln war mit dem unsrigen im Wesentlichen einerley; nur daß jene die Gründe desselben aus der Geometrie entlehnten, und der Vortheile, welche uns unsere Zifferrechnung gewährt, entbehren mußten. Wir finden $\sqrt{4500} = 67,0820393\ldots$ ohne große Mühe. Vergleichen wir damit die Quadratwurzel aus derselben Zahl, wie weit sie Ptolemäus und Theon angegeben haben, nämlich 67, 4' 55''; so gibt von jener Zahl 67, 082 schon ein mehr näherndes Resultat.

Mathematikern, wie Euklides, Archimedes, Apollonius, Hero, Diophant u. a. war ohne Zweifel jene Methode bekannt; nur möchte ich nicht annehmen, daß sie, wenn sie die Näherung der Wurzel in Brüchen fortsetzten, dieselbe eben so wie Ptolemäus in Sexagesimalbrüchen suchten.

Noch verdient bemerkt zu werden, daß die Alten (nach Theons Verfahren zu schließen) bey einer Zahl, die nicht quadratisch ist, zur Abkürzung der Rechnung sogleich die nächst kleinere Quadratzahl abzogen. Die Ausmittelung dieser Zahl machte ihnen vielleicht nicht so viel Mühe, bey ihren vielseitigen Untersuchungen über Eigenschaften und Kennzeichen quadratischer Zahlen. Auch mochten zu diesem Behufe diejenigen, welche sich viel mit diesen Rechnungen beschäftigten, Tafeln der Quadrate ganzer Zahlen sich gemacht haben.

Ein analoges methodisches Verfahren bey Ausziehung der Cubikwurzel war ohne Zweifel ebenfalls den Alten bekannt. Doch mögen die Meisten bey der hier noch vergrößerten Mühsamkeit ihrer Zahlrechnungen lieber durch bloßes Probieren die Wurzel gesucht, und wenn die gegebene Zahl keine cubische war, mit einer der gesuchten Wurzel mehr oder weniger nahe kommenden Zahl sich bald begnügt haben. In der Lehre vom Baue der Kriegsmaschinen, welche ein wichtiger Theil der praktischen Mechanik der Alten war, kam eine Aufgabe vor, die auf Ausziehung einer Cubikwurzel führte. Die Verhältnisse aller Theile einer Baliste richteten sich nach der Größe des Durchmessers der Oeffnung,

wodurch das gewundene Seil ging; und nach dem verschiedenen Gewichte des zu werfenden Steins mußte dieser Durchmesser bestimmt werden. Hierüber hatten die Kriegsbaumeister zu Alexandrien und Rhodus nach vielfältigen Versuchen folgende Regel festgesetzt. Das Gewicht des Steines in Minen ausgedrückt, ward mit 100 multiplicirt (oder, welches dasselbe ist, in Drachmen aufgelößt), und aus dieser Zahl die Cubikwurzel gezogen. Diese Wurzel um ihren zehnten Theil vermehrt, gab den zugehörigen Durchmesser der Oeffnung. Hero (pag. 142. ed. Thevenot. Par. 1693.) und Philo (p. 51. f.) geben hierzu Beyspiele, doch erklären sie das Verfahren selbst, die Cubikwurzeln zu finden, nicht. Im Beyspiel beym Hero ist das Gewicht des Steins zu 10 Minen angenommen, und die Cubikwurzel aus 10 . 100 findet sich also leicht. Philo gibt auch Beyspiele, wo die Cubikwurzel irrational wird. Die vielen Fehler der Abschreiber in den Zahlen machen es aber unmöglich, über die Genauigkeit seiner Berechnungen, und ob er überhaupt methodisch seine Cubikwurzeln gefunden habe, etwas zu entscheiden. Beyde bringen zuletzt die ganze Aufgabe auf eine geometrische, auf die von der Verdoppelung des Würfels; ein Beweis, daß sie die gesuchten Größen bequemer durch Verzeichnung als Berechnung zu finden wußten.

IV.

Von Diophants Analysis arithmetischer Aufgaben.

Diophant wird für den Erfinder der unbestimmten Analysis, welche nach ihm die Diophantische genannt wird, gehalten, in so fern er der erste ist, bey dem wir unbestimmte Aufgaben behandelt finden. Aber sein Werk ist keinesweges diesem Zweige der Analysis ausschließlich gewidmet; sondern eigentlich eine Sammlung von Aufgaben aus der Lehre von den Zahlen nebst ihren Auflösungen, in der Absicht verfaßt, um in solchen die Kunst der Auflösung zu erläutern und zu begründen. Es enthält daher ohne Unterschied bestimmte sowohl als unbestimmte Aufgaben. Alle Aufgaben des ersten Buchs sind bestimmte; die der übrigen Bücher größtentheils unbestimmte.

Das Charakteristische von Diophants kunstreichem Verfahren besteht wesentlich in den geschickten Vorbereitungen, die er trifft, zur Ansetzung der Gleichung, um diese so einfach wie möglich zu erhalten; so daß nur wenige einfache Rechnungsoperationen erforderlich sind, um die Werthe der gesuchten Größen auszumitteln. Außer einer öftern scharfsinnigen Anwendung gewisser arithmetischen Lehrsätze, die er als erwiesen voraussetzt, gebraucht er deshalb auch immer nur ein Zeichen einer unbekannten Größe, und wenn mehrere in der Aufgabe vorkommen, wählt er auf eine sinnreiche Weise jene so, daß alle übrigen dadurch leicht ausgedrückt werden. Alle

Aufgaben werden daher (nach unsern Ausdrückungen) auf Gleichungen vom ersten Grade, höchstens auf reine quadratische Gleichungen gebracht. Zwar kommen auch Aufgaben vor, die, wenn Diophant jede der gesuchten Größen durch eine besondere von der andern unabhängige Bezeichnung (wie unser x, y ꝛc.) hätte ausdrücken wollen, wie B. I. Aufg. 30, 31 u. 33, oder auch bey Gebrauche nur eines Zeichens unmittelbar, wie B. IV. Aufg. 1, auf unreine quadratische Gleichungen führen würden. Aber Diophant vermeidet diese mit absichtlicher Kunst, und weiß hier immer reine quadratische Gleichungen zu erhalten. Was ihm also von der Auflösung zusammengesetzterer Gleichungen bekannt gewesen ist, läßt sich nicht angeben; zumal da die letzten sieben Bücher seines Werks, die wahrscheinlich die verwickeltsten Aufgaben enthielten, verlohren gegangen sind. Ueberhaupt darf man bey ihm keine allgemeinen Auflösungsregeln in Formeln ausgedrückt, wie die Algebra der Neuern lehrt, suchen; sondern jede Aufgabe ist eine specielle, die immer erfinderischen Scharfsinn und Gewandtheit erfordert, worüber sich keine Regeln geben lassen. Noch ist zu merken: Diophant braucht in seinen Aufgaben immer bestimmte gegebene Zahlen; aber man sieht, daß nach eben demselben Verfahren, das er bey ihnen gebraucht, auch für andre gegebene Zahlen sich die Rechnung führen läßt.

Zu Anfange des ersten Buchs gibt Diophant einige Erklärungen, auch der von ihm gebrauchten Zeichen. Diese Zeichen sind äußerst einfach, und

dienen mehr zur Abkürzung des wörtlichen Vortrages, als daß sie in der Berechnung solche wesentliche Vortheile gewähren, wie unsre algebraischen; auch werden sie daher nicht einmal durchgehends von Diophant gebraucht. Er führt nur die sechs ersten Potenzen an. Das Quadrat einer Zahl (δύναμις) bezeichnet er mit δ^{υ}, den Cubus mit κ^{υ}, das Biquadrat mit $\delta\delta^{\upsilon}$ u. s. w. Die Zahl, welche nicht als Potenz betrachtet wird, wird mit dem griechischen Buchstaben ς, die Einheit mit μ° bezeichnet. Die gesuchte Größe (unser x), in so fern sie zu keiner Dignität erhoben ist, nennt Diophant immer in Worten die Zahl (ἀριθμὸς), oder er gebraucht auch jenen Buchstaben ς. Kommt die gesuchte Größe als Quadrat vor, so nennt er sie in Worten das Quadrat oder er braucht das Zeichen δ^{υ} u. s. w. Der Coefficient wird bald in Worten ausgedrückt, bald in Zahlzeichen, wo er der Größe meistentheils nachgesetzt wird; z. B. κ^{υ} ιδ ist unser $19x^3$, ςς^{οι} δ ist unser 4x. Ist der Coefficient der Größe Eins, so wird derselbe doch beständig ausgedrückt. Ein Zeichen der Gleichheit hat Diophant nicht; auch nicht der Addition, Multiplication rc. Von der subtractiven Bedingung der Größen braucht er das Wort λεῖψις (Mangel, mangelnde Größen), auch statt dessen als Abkürzungszeichen den Buchstaben ψ, unten abgekürzt und umgekehrt, welches der Größe vorsteht. Von den additiven (positiven) Größen braucht er das Wort ὕπαρξις (Vorhandenseyn, vorhandene Größen). Die Vorstellungsarten der Neuern von positiven und

negativen Größen darf man beym Diophant nicht suchen.

Die Regeln der vier Species mit allen solchen Größen werden in wenigen Sätzen (welche die Herausgeber auch definitiones überschrieben haben) nur kurz und unvollständig angegeben, oder vielmehr als bekannt und erwiesen vorausgesetzt. Darunter kommt bey der Multiplication (def. IX.) folgende Regel vor: Eine mangelnde Größe mit einer mangelnden multiplicirt, gibt eine vorhandene; eine mangelnde aber mit einer vorhandenen multiplicirt, gibt eine mangelnde. Die Divisionsregeln führt Diophant aus dem Grunde gar nicht an, weil sie aus den Multiplicationsregeln erhellten.

Statt einer trocknen Inhaltsanzeige seiner sechs Bücher, gebe ich lieber ein paar kurze Aufgaben, in einer, so viel sich thun läßt, wörtlichen Uebersetzung. Diophants gesuchte Größe, welche er die Zahl nennt, bezeichne ich mit dem lateinischen N, das Quadrat mit Q, den Cubus mit C.

Buch II. Aufg. 11. „Zwey Quadratzahlen zu finden, deren Unterschied gegeben ist."

„Der vorgeschriebene Unterschied derselben sey 60. Man setze der einen (der gesuchten Quadratzahlen) Seite 1 N; der andern Seite aber 1 N nebst beliebig vielen Einheiten, nur also, daß, wenn man dieser Einheiten Quadrat macht, dieses den gegebenen Unterschied nicht übersteige. Denn da alsdann die eine Art der andern Art gleich bleibt,

wird die Aufgabe aufgelöset werden. *) Der andern Quadratzahl Seite sey demnach 1 N + 3. Die (gesuchten) Quadratzahlen selbst werden also 1 Q und 1 Q + 6 N + 9 seyn; und ihr Unterschied ist 6 N + 9. Dieser ist der 60 gleich. Und es wird 1 N = 8 $\frac{1}{2}$. Es werden also der ersten Quadratzahl Seite 8 $\frac{1}{2}$, der andern 11 $\frac{1}{2}$; die Quadratzahlen selbst aber 72 $\frac{1}{4}$ und 132 $\frac{1}{4}$; und die Auflösung der Aufgabe ist klar."

Buch IV. Aufg. 6. „Zu einem Cubus und zu einer Quadratzahl einerley Quadratzahl zu addiren, so daß die erhaltenen Summen eben solche Zahlen sind (die erste Summe ein Cubus, die andre eine Quadratzahl)."

„Es sey der Cubus 1 C; die Quadratzahl aber das mit einer beliebigen Quadratzahl multiplicirte Q, z. B. 9 Q. Weil nun eine Quadratzahl verlangt wird, welche zu 9 Q addirt, eine Quadratzahl gibt: so setze man zwey Zahlen, die als Factoren 9 zum Product geben, z. B. 9 und 1. Zieht man den einen Factor 1 vom andern 9 ab, und macht das Quadrat des halben Unterschiedes derselben: so erhält man 16, welches zum Pro-

*) Diophants Meynung ist, daß nur in diesem Falle auf beyden Seiten der Gleichung gleichartige Glieder hervorkommen, wie hier in der behandelten Gleichung 6 N + 9 = 60 die Glieder immer positiv bleiben. Uebersteigt aber das Quadrat der zu N addirten Einheiten den gegebenen Unterschied, so wird der Werth der gesuchten Größe negativ; und solche Auflösungen erkennt also Diophant nicht an.

ducte 9 addirt, eine Quadratzahl gibt. *) Man setze also die gesuchte zu addirende Quadratzahl 16 Q. Addirt man diese zu 9 Q, so ist die Summe eine Quadratzahl. Addirt man sie aber zu 1 C, so erhält man 1 C + 16 Q, welche Summe einem Cubus gleich seyn muß. Dieser Cubus sey 8 C (d. i. C, mit einer beliebigen Cubikzahl multiplicirt), so wird die gesuchte Zahl N = $\frac{16}{7}$. Und es wird, nach den Voraussetzungen, der Cubus $\frac{4096}{343}$, die Quadratzahl $\frac{2304}{49}$, und die zu diesen zu addirende Quadratzahl $\frac{4096}{49}$ seyn."

Die 33. Aufg. des V. B. ist in einem Epigramm vorgetragen, deren Auflösung Diophant beyfügt. Die griechische Anthologie hat mehrere dergleichen kleine Gedichte erhalten, welche meistentheils solche Aufgaben, die auf Gleichungen vom ersten Grade führen, theils auch bloße arithmetische Räthsel und Einfälle enthalten. Als Verfasser der meisten wird ein gewisser Metrodorus genannt, von dem auch die darunter befindliche Grabschrift auf Diophant ist, welche die Zahl der Lebensjahre Diophants in einer solchen Aufgabe vorträgt.

*) Diophant setzt hier den arithmetischen Lehrsatz, daß ein Product zum Quadrate des halben Unterschiedes seiner Factoren addirt, das Quadrat ihrer halben Summe gibt, als bekannt und erwiesen voraus. So gelangt er zu der einfachen und schönen Auflösung dieser nicht leichten Aufgabe.

Zweytes Capitel.

Ursprung und Fortgang der Geometrie.

Den Ursprung der Geometrie gibt man verschieden an, und setzt denselben daher in mehr oder weniger entfernte Zeiten hinaus. Der größte Theil der alten Schriftsteller läßt die Geometrie in Aegypten entstehen. Zu diesen gehört unter andern Herodot, der erste, der eine Geschichte in Prosa zu schreiben anfing. Denn in den frühesten Zeiten des Alterthums wurde das Andenken vergangener großer Begebenheiten, nur zerstümmelt und geschwächt, in den Gesängen einer rohen Dichtkunst erhalten. In der Folge ward es mit Erdichtungen durchwebt und entstellt; wie dies in den Gedichten von Hesiod und Homer der Fall ist, in denen alles der Verschönerung des Gegenstandes aufgeopfert ist. Wir wollen indessen den Bericht hören, welchen Herodot von dem gibt, was er selbst zu Theben und zu Memphis über die eben berührte Streitsache erfahren hatte.

„Man erzählte mir, sagt er, daß Sesostris „das Land von Aegypten unter alle seine Untertha-

„nen vertheilt hätte, und daß er jedem einen glei-
„chen Theil Landes im Quadrat gegeben hätte, mit
„dem Befehl, jährlich eine verhältnißmäßige Steuer
„zu entrichten. Geschah es nun, daß von Jeman-
„des Antheil durch den Fluß etwas weggeführt
„wurde, so begab er sich zum Könige, und zeigte
„an, was vorgefallen war. Alsdann sandte der
„König Leute hin, welche untersuchen und ausmes-
„sen mußten, um wie viel das Stück Land kleiner
„geworden war, damit er nach Verhältniß nur von
„dem übrig gebliebenen Stücke die auferlegte Steuer
„entrichten durfte. Ich glaube, setzt nun Herodot
„hinzu, daß auf diese Weise die Geometrie erfunden
„worden, und (nachher) nach Griechenland hinüber
„gebracht ist." *)

Man sieht, es ist in dieser Stelle zweyerley
zu unterscheiden: die Nachricht von einer Gränzen-
Berichtigung, welche durch Hülfe der Geometrie
geschehen mußte, und die eigne Meynung Herodots
über den Ursprung dieser Wissenschaft. Wenn Se-
sostris, wie einige Chronologisten annehmen, diesel-
be Person mit dem Könige Sesak ist, von dem Re-
habeam, der Sohn Salomons, mit Krieg überzo-

*) Herodot. Lib. II, 109. Herodot lebte Ol. 74 — 87. Ei-
ner ähnlichen Meynung mit Herodot ist Aristoteles Metaph. lib. I,
cap. 1. edit. Sylb. T. VIII. p. 3.; und Proklus in I Euclid.
lib. II. c. 4. p. 18 sq. Wer mehrere Meynungen und Fabeln
der Alten über den Ursprung der Geometrie lesen will, vergl.
Plato in Phaedro, T. III. op. pag. 274.; Diog. Laert. in
prooem. segm. 11. et lib. VIII. segm. 11.; Jamblich. in vita
Pythag. cap. 29. Strab. geograph. lib. XVII. p. 542.

gen wurde: so würde aus der Meynung des Herodot folgen, daß der Ursprung der Geometrie nicht früher anzusetzen sey, als etwa tausend Jahre vor der christlichen Zeitrechnung. Allein derselbe kann sich in noch viel frühere Zeiten verlieren. Denn die vom Sesostris befohlene Ausmessung der Felder setzt so wenig den Ursprung der Geometrie auf eine bestimmte Weise fest, daß sie vielmehr anzuzeigen scheint, daß diese Wissenschaft damals schon einige Fortschritte gemacht hatte.

Wollte man sich leichtsinnigen Muthmaßungen überlassen, so könnte man den Ursprung der Geometrie bis auf die Erfindung des Lineals, des Cirkels und des Winkelmaßes zurückführen, weil sie von diesen Werkzeugen in der Ausübung einen so wichtigen und unentbehrlichen Gebrauch macht. Allein eben dieser Grund des Nutzens und der Unentbehrlichkeit läßt schließen, daß diese Instrumente schon bey der ersten Entstehung gesellschaftlicher Verbindungen erfunden sind, ohne Hülfe irgend einer Theorie, bloß durch das Bedürfniß, als man Hütten und Häuser erbauen wollte. Weil wir uns darauf einschränken, diesen historischen Abriß der Geometrie von den Zeiten anfangen zu lassen, wo sie, wenigstens für uns, den Charakter einer eigentlichen Wissenschaft annimmt: so versetzen wir uns sogleich nach Griechenland zur Zeit des Thales.

Mag nun dieser Philosoph (640 v. Chr. Geb.) von den Aegyptiern gelernt, oder gegentheils ihnen zuerst gezeigt haben, die Höhe der Pyramiden zu

Memphis aus der Länge des Schattens zu messen: *) es ist gewiß, daß er in der Theorie und Ausübung der Geometrie wohl erfahren war. Alle alte Schriftsteller schildern uns ihn als einen sehr unterrichteten Geometer. Man schreibt ihm die erste Anwendung der Peripherie des Kreises zur Messung der Winkel zu. Ohne Zweifel hatte er noch mehrere Entdeckungen in der Geometrie gemacht, welche jetzt verlohren, oder vielmehr mit den von andern erfundenen Lehrsätzen vermengt sind, welche bald darauf von den Verfassern der Elemente in eine Sammlung gebracht und der Nachwelt erhalten wurden. Er besaß eine große Menge von Kenntnissen in allen Theilen der Mathematik und Physik, wie schon oben erinnert ist. Wir werden ihn in der Astronomie wieder mit Ruhm auftreten sehen.

Der Name des Pythagoras (580 v. Chr. Geb.) ist in den Jahrbüchern der Geometrie unsterblich, durch die von ihm gemachte Entdeckung von der Gleichheit des Quadrats der Hypotenuse in einem rechtwinklichten Dreyecke mit der Summe der Quadrate der beyden übrigen Seiten. **) Einige

*) Plutarch. T. II. p. 147. Diog. Laert. lib. I. segm. 27. Plin. lib. XXXVI. sect. 17. Man sehe Kästners Bemerkungen über diese Fabel in s. Geschichte d. Math. B. I. S. 3.

**) Cic. de nat. Deor. lib. III. c. 36.; Vitruv. Architect. lib. IX. c. 1.; Plutarch. ed. Francof. T. II. pag. 1094.; Diog. Laert. lib. VIII. segm. 12.; Procl. in I Eucl. pag. 110.; Porphyr. in vita Pyth. p. 196.

Schriftsteller erzählen, daß er voll Freude und Dankbarkeit gegen die Götter, daß sie ihm diese glückliche Erfindung eingegeben hätten, ihnen hundert Ochsen geopfert habe. Allein diese Hekarombe läßt sich schwerlich mit den Glücksumständen des Philosophen vereinigen, und noch weniger mit seinen religiösen Meynungen über die Seelenwanderung. Wie dem auch sey, nie hatte eine enthusiastische Dankbarkeit gegründetere Ursachen gehabt. Der Satz des Pythagoras nimmt eine der vornehmsten Stellen unter den geometrischen Wahrheiten ein, sowohl durch das Ausgezeichnete seines Resultats, als auch durch die Menge und Wichtigkeit seiner Anwendungen in allen Theilen der Mathematik. Der Erfinder selbst leitete sogleich diese Folgerung aus demselben ab, daß die Diagonale des Quadrats mit der Seite incommensurabel ist. Dieser Satz führte ebenfalls auf die Entdeckung mehrerer allgemeinen Eigenschaften incommensurabler Linien oder Zahlen.

In dieser langen Reihe der griechischen Philosophen, welche von Thales und Pythagoras bis auf die Zerstörung der alexandrinischen Schule herabgeht, ist fast kein einziger, der sich nicht auf Mathematik gelegt hätte. Im Ganzen ist die Astronomie diejenige Wissenschaft, mit der sie sich am meisten beschäftigt haben. Aber die berühmtesten unter ihnen haben sich der Geometrie, als der ersten aller Wissenschaften, ohne welche alle übrigen ohne Geist und Leben seyn würden, gewidmet. Die Sätze, welche den Inhalt dessen ausmachen, was wir jetzt Elemen-

tar-Geometrie nennen, sind fast alle von den griechischen Philosophen erfunden worden *).

Einer der ältesten von den Geometern, deren nach Thales und Pythagoras Erwähnung geschieht, ist Oenopides von Chios, Erfinder einiger sehr einfachen Aufgaben, **) z. B. von einem gegebenen Punct ein Perpendikel auf eine Linie zu fällen; einen Winkel construiren, der einem andern gleich ist; einen Winkel in zwey gleiche Theile theilen, u. a. Zenodorus, sein Zeitgenosse und der erste unter den Alten, von dem eine geometrische Schrift noch vorhanden ist, ***) (beym Theon in seinem Commentar über den Ptolemäus,) ging viel weiter. Er zeigte die Falschheit der Meynung, welche man bisher noch angenommen hatte, daß Figuren von gleichem Umfange, gleichen Raum-Inhalt haben müßten. Dieser Beweis war nicht leicht zu finden, und man kann daher schließen, daß die Geometrie von dieser Zeit an merkbare Fortschritte that. Die sinnreiche Theorie von den regulären Körpern fing fast um dieselbe Zeit in der pythagoräischen Schule an sich zu entwickeln.

Hippokrates von Chios (450 v. Ch. G.) zeichnete sich durch die Quadratur der berühmten Monde

*) Ueber die Verdienste der ältesten griechischen Philosophen um die Elementargeometrie s. m. unten Zus. I.

**) Procl. in I Eucl. p. 75. sq. et 87. Es ist höchst unwahrscheinlich, daß Oenopides allererst der Erfinder obiger sehr einfachen Sätze gewesen ist. Auch ist dies nicht die ausdrückliche Meynung des Proklus oder Eudemus in den angef. Stellen.

***) Ueber Zenodorus vergl. m. unten Zus. I.

aus, die von ihm benannt sind. Nachdem er auf den drey Seiten eines rechtwinklichten gleichschenklichten Dreyecks, als Durchmessern, drey Halbkreise, in einerley Richtung liegend verzeichnet hatte: bemerkte er, daß die Summe der beyden gleichen Monde, welche zwischen den beyden Quadranten des zur Hypotenuse (als Durchmesser) gehörigen Umkreises, und zwischen den zu den beyden andern Dreyecks-Seiten (als Durchmessern) gehörigen Halbkreisen eingeschlossen waren, diesem Dreyeck an Inhalt gleich wäre. Dies ist das erste Beyspiel, wo man die Gleichheit eines von krummen Linien eingeschlossenen Raumes mit einem von geraden Linien eingeschlossenen entdeckt hat, und welches nachher, je nachdem die Geometrie sich weiter vervollkommnete, um andere weiter liegende und schwerere Quadraturen zu finden, wieder erneuert ist *).

Die Kenntnisse des Hippokrates von Chios in der Geometrie waren sehr ausgebreitet. Er hatte Elemente der Geometrie geschrieben, welche zu seiner Zeit geachtet waren, aber durch andre Werke derselben Art, und besonders durch Euklids Elemente verdrängt wurden, und so vergessen worden sind. Er erschien mit Ruhm auf dem Kampfplatze der Geometer, welche das so berühmt gewordene Problem von der Verdoppelung des Würfels aufzulösen versuchten. Diese Aufgabe fing von nun an mit vielem Eifer bearbeitet zu werden. **)

*) Von des Hippokrates mislungener Kreisquadratur s. m. unten Zus. I.

**) Den großen Nutzen dieser Untersuchungen zur Vervollkomm-

Aufgabe von der Verdoppelung des Würfels.

Bekanntlich wurde in dieser Aufgabe verlangt, einen Würfel zu construiren, der das Doppelte von einem gegebenen Würfel ist; und zwar nicht der Seitenlinie nach, welches keine Frage nöthig machte; auch nicht der Oberfläche nach, welches nach den damaligen Fortschritten der Geometrie schon leicht war; sondern dem körperlichen Inhalte oder dem Gewichte nach, wenn man voraussetzte, daß die beyden Würfel aus eben derselben gleichartigen Materie gemacht wären. Die Auflösung dieses Problems mußte geschehen ohne Anwendung anderer Werkzeuge, als des Lineals und Cirkels. Denn in der alten Geometrie betrachtete man nur solche Operationen als geometrische, welche vermittelst dieser beyden Werkzeuge ausgeführt wurden. Diejenigen, zu welchen andre erforderlich waren, wurden mechanische genannt.

Einer alten in Griechenland verbreiteten Sage zufolge, gab ein öffentliches Unglück, wobey die Religion interessirt war, dieser Untersuchung ihre Entstehung. Man erzählte, daß Apollo, um sich wegen einer ihm von den Atheniensern zugefügten Beleidigung zu rächen, unter ihnen eine schreckliche Pest erregt habe. Wie man nun das Orakel zu Delos wegen der Mittel, den Zorn des Gottes zu besänf-

nung und Erweiterung der Geometrie habe ich in meiner Hist. probl. de cubi duplicat. Goetting. 1798. ausführlich gezeigt; worin man auch über die unten folgenden mannigfaltigen Auflösungen dieser Aufgabe nachsehen kann.

tigen, um Rath gefragt habe: sey die Antwort erfolgt: Verdoppelt den Altar! Der Orakelspruch bezeichnete also einen Altar genau von cubischer Gestalt, weil Apollo einen solchen zu Athen *) hatte. Sogleich wurde diese Aufgabe allen Geometern Griechenlands vorgelegt. Die Priester, welche sich niemals selbst vergessen, fügten noch eine Bedingung hinzu, welche sie als eine religiöse Pflicht vorstellten, wodurch aber glücklicherweise die geometrischen Schwierigkeiten nicht vermehrt wurden. Sie verlangten, daß die Masse des neuen Altars von Gold seyn sollte. Die Frage schien anfangs leicht; man kam aber bald aus diesem Irrthume, und aller Scharfsinn der griechischen Geometer kam in Gefahr, an dieser Klippe zu scheitern.

Indem man diese Aufgabe nach allen Seiten wandte, bemerkte man, und diese Entdeckung wird dem Hippokrates von Chios zugeschrieben, **) daß wenn zu zweyen gegebenen (des gegebenen Würfels Seite und deren doppelten) zwey mittlere geometrisch proportionale Linien gefunden werden könnten, die erste dieser beyden mittlern die Seite des gesuchten Würfels seyn würde. Dieser neue Gesichtspunct machte, daß man einen Augenblick wieder die Hoff-

*) Nicht zu Athen, sondern zu Delos. Ueberhaupt hat der Verf. diese Fabel den alten Schriftstellern (Plutarch und Philoponus) nicht mit der größten Treue nacherzählt: woran indessen auch wenig liegt. Eine ältere ähnliche Fabel, nach der diese Frage vom Könige Minos in Creta veranlaßt seyn soll, erzählt Eratosthenes beym Eutocius ad Archimed. p. 144.

*) Procl. in I Euclid. p. 59.

nung hegte, die Auflösung durch das Lineal und den Cirkel zu Stande zu bringen. Aber die Schwierigkeit war nur versteckt, erschien nur unter einer andern Form. Man konnte sie also nicht besiegen; und die Geometer durch die Anstrengungen, welche dies Problem ihnen verursacht hatte, schon ein wenig ermüdet, ließen es eine Zeitlang ruhen.

Unterdessen that die Geometrie immer weitere Fortschritte. Plato (390 v. Ch. G.) bearbeitete sie mit vielem Eifer, und drang in dieselbe tief ein. Freylich haben wir von ihm kein Werk, das diese Wissenschaft eigends zum Gegenstande hat. Daß er aber in derselben Meister war, erhellt aus vielen Aeußerungen, welche in seinen andern Schriften vorkommen; *) und andre Schriftsteller des Alterthums haben uns die Resultate mehrerer Entdeckungen mitgetheilt, wodurch er jene Wissenschaft bereichert hat. Er räumte ihr unter allen menschlichen Kenntnissen die erste Stelle ein, und sie machte den vornehmsten Gegenstand des Lehrunterrichtes aus, den er seinen Schülern gab. Ueber die Thüre seines Hörsaals hatte er geschrieben: Kein in der Geometrie Unerfahrner trete herein! Die Aufgabe von der Verdoppelung des Würfels mußte seine Aufmerksamkeit reitzen. Nachdem er sie vergebens durch das Lineal und den Cirkel aufzulösen versucht hatte: erfand er zur Findung zweyer mittelern Proportionalen

*) Vorzüglich in seinem Werke de Republ. lib. VII. finden sich viele unvergleichliche Stellen über die Mathematik und ihren damaligen Zustand in Griechenland. M. s. unten Zus. II.

ein Instrument, welches aus zweyen Linealen zusammengesetzt ist, deren eines sich in paralleler Lage von dem andern entfernt, indem es sich in den Fugen zweyer auf dem erstern Lineal lothrecht aufgestellten Perpendiculären bewegt. Aber diese Auflösung war mechanischer Art, und leistete den Wünschen der Geometer keine Genüge.

In einer andern Untersuchung, die durchaus neu war, war er glücklicher. Vor ihm war der Kreis die einzige krumme Linie, welche in der Geometrie betrachtet wurde. Er führte in dieselbe die Theorie der Kegelschnitte ein, dieser berühmten krummen Linien, welche sich auf der Oberfläche eines von Ebenen in verschiedenen Lagen durchschnittenen Kegels bilden. Durch eine aufmerksame Untersuchung der Erzeugung dieser krummen Linien entdeckte er mehrere Eigenschaften derselben. *) Diese ersten Begriffe, welche er in seiner Schule verbreitete, wurden in derselben gar schnell weiter ausgeführt. Seine vorzüglichsten Schüler und Freunde, Aristäus, Eudoxus, Menächmus, Dinostratus rc. drangen sehr tief in diesen Zweig der Geometrie ein. Bald breitete dieser sich in dem Grade aus, daß er eine eigene Abtheilung von einer höhern Ordnung, als die gewöhnliche Geometrie, ausmachte. Man nannte

*) Ueber den Antheil, welchen Plato vermuthlich an diesen Erfindungen hatte, sehe man Zus. II. Daß Aristäus, wie der Verf. sagt, ein Schüler und Zeitgenosse des Plato gewesen sey, findet man nirgends bestätigt. Wahrscheinlich lebte er kurze Zeit vor Euklides.

diesen neuen Theil daher transcendente (höhere) Geometrie. In der Folge begriff man unter eben dieser Benennung *) einige andre krumme Linien der Alten, von denen ich bey Gelegenheit reden werde. —

Anwendung der Theorie der Kegelschnitte auf die Aufgabe von der Verdoppelung des Würfels.

Aristäus hatte fünf Bücher über die Kegelschnitte geschrieben, deren die Alten mit vielem Lobe Erwähnung thun. **) Sie sind leider! verlohren gegangen. Vom Menächmus sind uns noch zwey geschickte Anwendungen eben dieser Theorie auf die Aufgabe von der Verdoppelung des Würfels übrig.***) Die Eigenschaften der Kegelschnitte und der geometrischen Reihen ließen ihn bemerken, daß wenn er, nach den Bedingungen der Aufgabe, zwey Kegelschnitte construirte, die sich schnitten, die beyden correspondirenden Ordinaten am Durchschnittspunct zwey mittlere Proportionallinien abgeben könnten.

*) Nämlich transcendentische krumme Linien, wie die Spirale, Quadratrix ꝛc. Allein diese Benennungen und Eintheilungen sind erst von den Neuern gemacht. Die Alten rechneten die Lehre von den Kegelschnitten und andern krummen Linien zur geometrischen Analysis und Lehre von den geometrischen Oertern, und die in der Hinsicht von ihnen gemachten Eintheilungen werden unten im II. Zus. erklärt werden.

**) Pappi coll. math. lib. VII. praef.

***) Beym Eutocius ad Archimed. de sph. et cyl. lib. II. prop. 2.; wo man auch der andern alten Geometer Auflösungen alle beysammen findet.

Auf diesem Wege gelangte er zu zweyen Auflösungen. In der erstern construirt Menächmus zwey Parabeln, welche einen gemeinschaftlichen Scheitel haben, ihre Axen auf einander lothrecht, und zu ihren gegenseitigen Parametern die Seite des gegebenen Würfels und die doppelte dieser Seite: alsdann sind die beyden Ordinaten, welche vom Durchschnittspunct der beyden krummen Linien gezogen werden, die gesuchten beyden mittlern Proportionalen. Die zweyte Auflösung wird verrichtet durch den Durchschnitt einer Parabel und einer gleichseitigen Hyperbel zwischen ihren Asymptoten. Die Parabel hat zum Parameter die Seite des gegebenen Würfels oder die doppelte dieser Seite. Ihr Scheitel ist das Centrum, und ihre Axe ist eine der Asymptoten der gleichseitigen Hyperbel. Die Potenz der Hyperbel ist das Product aus der Seite des gegebenen Würfels und der doppelten dieser Seite. Endlich sind die Ordinaten dieser krummen Linien, welche am Durchschnittspunct gezogen werden, die verlangten beyden mittlern Proportionalen. Leser, die ein wenig in der Geometrie bewandert sind, werden ohne Mühe die Beweise dieser Theoreme finden.

Man sieht hieraus, daß wenn man ein Mittel besäße, um die Kegelschnitte in einer stetigen Bewegung, und auf eine eben so einfache Weise zu beschreiben, wie man den Kreis durch den Cirkel verzeichnet: die Auflösungen des Menächmus alle Vortheile geometrischer Constructionen haben würden, in dem Sinne, den die Alten mit diesem Worte verbanden. Aber es gibt kein Instrument, um die

Kegelschnitte auf diese Weise zu verzeichnen. Diese Auflösungen leisten also in der Ausübung das Verlangte nicht; in der Theorie aber sind sie vollkommen, und müssen als ein Resultat angestrengter Bemühung des Genies und der Erfindung angesehen werden. Man hat in der Folge gefunden, daß man durch die Durchschneidung eines Kreises mit einer Parabel das Nämliche erreichen kann; welches eine leichte Vereinfachung dieser Aufgabe ist, wodurch dem Ruhme des Menächmus nichts entzogen wird. —

Theorie der geometrischen Oerter. Geometrische Analysis.

Diese Entdeckung ist noch um so merkwürdiger, da sie die Quelle der berühmten Theorie von den geometrischen Oertern *) gewesen ist, von der alte und neuere Geometer so wichtige Anwendungen gemacht haben. Hierzu kommt, daß die Methode des Menächmus den Keim der geometrischen Analysis in sich enthält, d. i. derjenigen Kunst, durch welche man, indem man eine Aufgabe als aufgelößt ansieht, und ohne Unterschied die unbekannten Größen als bekannte behandelt, von Schluß zu Schluß, von Folgerung zu Folgerung, zu einem Ausdruck gelangt, welcher gleichsam die geometrische Uebersetzung aller der Bedingungen der Aufgabe ist. Diese Kunst ist nicht die Algebra; aber die Algebra leihet ihr starke Hülfsmittel, und in dieser Hinsicht

*) Man vergl. Zus. II.

haben die Neuern einen großen Vortheil vor den Alten, wenn gleich diese letztern seit den Auflösungen des Menächmus her in der geometrischen Analysis sehr geübt waren.

Aufgabe von der Trisection des Winkels.

Die Aufgabe von der Theilung des Winkels in drey gleiche Theile, welche von derselben Natur wie die Aufgabe von der Verdoppelung des Würfels ist, wurde ebenfalls in der Platonischen Schule mit vielem Eifer untersucht. Da man die Auflösung derselben durch Lineal und Cirkel nicht bewerkstelligen konnte, so führte man sie wenigstens auf einen sehr einfachen und merkwürdigen Satz zurück. Dieser ist: von einem gegebenen Puncte in der Peripherie eines Halbkreises eine gerade Linie zu ziehen, welche den Halbkreis und die Verlängerung des Durchmessers, der ihm zur Basis dient, also schneidet, daß derjenige Theil dieser Linie, welcher zwischen den beyden Durchschnittspuncten enthalten ist, dem Halbmesser gleich ist; ein Resultat, wodurch verschiedene leichte Constructionen möglich werden. Man wendet auch auf diese Aufgabe Durchschnitte von Kegelschnitten an, wie Menächmus bey der Verdoppelung des Würfels gethan hatte.

Nach den neuern Methoden führt eine jede dieser beyden Aufgaben auf Gleichungen vom dritten Grade, mit diesem Unterschiede, daß die Gleichung für die Verdoppelung des Würfels nur eine mögliche

Wurzel, die Gleichung für die Trisection des Winkels aber drey mögliche Wurzeln hat.

Der größte Theil der alten Geometer war so sehr von der Hoffnung eingenommen, diese Aufgaben durch das Lineal und den Cirkel auflösen zu können, daß sie sich nicht entschließen konnten, dieselbe aufzugeben. Sie machten in dieser Hinsicht eine Menge fruchtloser Versuche. Dieses unablässige Bestreben wurde eine Art epidemischer Krankheit, welche von Jahrhundert zu Jahrhundert bis auf unsre Zeiten sich fortgepflanzt hat. Sie mußte aufhören, und hörte in der That bey denen auf, welche der Mathematik in ihren Fortschritten folgten, als man in den neuern Zeiten die Algebra auf die Geometrie anzuwenden anfing. Heut zu Tage ist das Uebel bey solchen Personen unheilbar, welche diese Fragen mit den Waffen der Alten angreifen; weil es, wegen ihrer Unbekanntschaft mit dem jetzigen Zustande der Wissenschaft, zu ihrer Heilung kein Mittel gibt.

Wenn gleich die alten Geometer, welche oben genannt sind, ihren Hauptzweck nicht erreicht haben, so sind ihre Untersuchungen doch in andern Rücksichten nützlich gewesen. Sie haben der Geometrie neue Theorien verschafft, und mehrere sinnreiche Werkzeuge, um jene zwey Aufgaben auf eine nähernde und für die Ausübung mehr als zureichende Weise aufzulösen. Der größte Theil dieser Methoden ist verlohren gegangen. Wir haben noch die Auflösungen von vier berühmten Geometern, Dinostratus, Nikomedes, Pappus und Diokles, wel-

che eine rühmliche Erwähnung verdienen. Der erste war aus der Platonischen Schule, ein Zeitgenosse, oder, wie man glaubt, ein Bruder des Menächmus. Die drey letztern lebten in der Schule zu Alexandrien. *)

Dinostratus **) erdachte eine krumme Linie, welche den doppelten Vortheil gewährt haben würde, die Trisection oder Multiplication des Winkels und die Quadratur des Kreises (wodurch sie den Namen Quadratrix erhalten hat) zu bewerkstelligen, wenn man sie in einer stetigen Bewegung durch Lineal und Zirkel hätte beschreiben können. Sie entsteht aus den Durchschnitten der Halbmesser eines Viertelkreises mit einer Regel, welche man gleichmäßig und in paralleler Lage mit einem der äußersten Halbmesser des Viertelkreises sich bewegen läßt. Allein sie gehört zu den mechanischen krummen Linien, und leistet in völliger Schärfe weder das Eine noch das Andre, wozu sie bestimmt war.

Der Conchoide des Nikomedes (200 — 180 v. Chr. Geb.) ist eine geometrische krumme Linie,

*) Nur vom Pappus allein weiß man, daß er zu Alexandrien lebte.

**) Papp. coll. math. lib. IV. prop. 26 — 28. Procl. pag. 19. Von der Quadratrix des Dinostratus hat Kästner ausführlich gehandelt, auch ihre Fortsetzung durch mehrere Quadranten erläutert, in s. geometr. Abhandlungen, 2. Samml. S. 223 ff. Montucla's Vermuthung (Hist. d. Math. P. I. L. III. §. 17.), daß nicht Dinostratus, sondern ein gewisser Hippias von Elis der Erfinder der Quadratrix sey, ist durchaus ohne Grund.

welche ebenfalls zu zweyen Aufgaben geeignet ist. *) Sie wird im Allgemeinen beschrieben, indem man auf einer Tafel eine Regel befestigt, und eine andre Regel um einen ihrer Puncte sich so drehen läßt, daß zwey Stifte, mit welchen diese Regel versehen ist, beständig in gleicher Entfernung von einander bleiben. Der eine Stift durchläuft die feste Regel; der andre beschreibt die krumme Linie. Dieser Mechanismus ist mehrerer Veränderungen fähig. Die Lage der Polar-Axe und die Entfernung der beyden beweglichen Stifte wird nach den Bedingungen der einen oder der andern Aufgabe bestimmt, welche man auflösen will. Newton legt dieser Erfindung des Nikomedes das größte Lob bey, im Appendix zu seiner Arithmet. universal. (edit. Castillon. Amst. 1761. pag. 237. sqq.) Er zieht den Gebrauch derselben zur geometrischen Construction der bestimmten Gleichungen vom dritten und vierten Grade der Anwendung der Durchschneidungen der Kegelschnitte vor.

Pappus (450 nach Chr. Geb.) trägt in seinen Collectionibus math. (lib. III. prop. 4. und lib. VIII. prop. 11.) eine sinnreiche Methode vor zur Findung zweyer mittlern Proportionalen in dem Problem von der Verdoppelung oder überhaupt Ver-

*) Zur Verdoppelung des Würfels und zur Trisection des Winkels. Nikomedes hatte ein eignes Werk über die von ihm erfundene Muschellinie geschrieben. Eutoc. ad Archimed. pag. 146. Papp. coll. math. lib. III. prop. 4., lib. IV. prop. 22. Procl. in I Eucl. pag. 73.

vielfachung des Würfels. Von den beyden äußern Linien macht er die beyden Seiten eines rechtwinklichten Dreyecks; aus der Spitze des rechten Winkels beschreibt er mit der größern Seite, als Halbmesser, einen Halbkreis, der also zum Durchmesser das Doppelte dieser Seite hat. Er zieht von den beyden Endpuncten des Durchmessers zwey gerade unbegränzte Linien, deren eine die Richtung der Hypotenuse hat; die andre schneidet die erstere in ihrer Verlängerung, schneidet die kleinere Seite des Dreyecks ebenfalls in ihrer Verlängerung und den Halbkreis; und zwar geschieht dies alles so, daß von den drey Durchschnittspuncten der mittlere von den beyden andern eine gleiche Entfernung hat. Alsdann ist die Entfernung eben dieses mittlern Durchschnittspunctes vom Mittelpuncte des Kreises die größere der beyden gesuchten mittlern Proportionalen.

Man sieht, daß diese Methode ein Probieren voraussetzt, das einiger Unsicherheit unterworfen ist. Diokles *) vervollkommnete dieselbe durch Anwendung der Cissoide, einer krummen Linie, die seinen Namen führt. Die Construction dieser Linie ist folgende: Man beschreibt einen Halbkreis auf der doppelten der größern äußern Proportionallinie, als Durchmesser; aus einem Endpuncte des Durchmes-

*) Höchstwahrscheinlich gehört Diokles zu den ältern Geometern, und Pappus hat seine Auflösung des Delischen Problems vom Diokles entlehnt, ohne diesen zu nennen. M. s. m. Hist. probl. de cubi dupl. cap. XIX.

sers errichtet man ein unbegränztes Perpendikel, welches zur Richtungslinie dient. Alsdann zieht man von dem andern Endpuncte des Durchmessers unzählich viele Transversallinien, welche den Halbkreis und die Richtungslinie schneiden, und nimmt auf jeder Transversallinie einen Punct, so daß seine Entfernung vom Anfangspunct gleich ist demjenigen Theil eben derselben Transversallinie, der zwischen dem Halbkreise und der Richtungslinie enthalten ist. Die Folge dieser Puncte giebt die Cissoide. Darauf verzeichnet man das rechtwinklichte Dreyeck des Pappus, und die Cissoide wird die verlängerte Hypotenuse schneiden in einem Puncte, durch den die Transversale gehen muß, welche in der Verlängerung der kleinern Seite des Dreyecks den mittlern Punct des Pappus bestimmt.

Wir kehren nun wieder zu der historischen Uebersicht des Zustandes der Geometrie in den Zeiten nach Plato zurück.

Euklids Elemente. Strenge der Alten in ihren Beweisen.

In dem Maße, wie diese Wissenschaft bereichert wurde, sah man von Zeit zu Zeit besondre Werke erscheinen, in denen alle bekannte Sätze gesammelt und nach einer methodischen Ordnung aufgestellt waren. Eine solche Absicht hatte Euklides, ein Geometer aus der Alexandrinischen Schule, bey der Abfassung seiner Elemente. Dieses Werk ist in funfzehn Bücher getheilt, *) von denen elfe zur

*) Mit ziemlicher Gewißheit hält man die letztern 2 Bücher

reinen Geometrie gehören; die vier übrigen handeln allgemein von den Proportionen und von den vornehmsten Eigenschaften commensurabler und incommensurabler Zahlen. Wenn gleich die Lehre von den Kegelschnitten zu der Zeit, da Euklid schrieb, schon weiter fortgerückt war: so hat er doch diese nicht hinzugefügt, weil er nur die Elementargeometrie zu seinem Gegenstande gewählt hatte. Aber man sieht aus seinen Datis und aus einigen Fragmenten anderer Werke, daß er in dieser Lehre sehr bewandert war.

Niemals hat ein wissenschaftliches Werk einen Erfolg gehabt, der mit dem von Euklids Elementen zu vergleichen wäre. Sie sind mehrere Jahrhunderte hindurch in allen Schulen der Mathematik ausschließlich studirt, in alle Sprachen übersetzt und erläutert worden. Ein sicherer Beweis ihrer Vortrefflichkeit.

Die alten Geometer waren bemüht, ihren Beweisen alle mögliche Schärfe zu geben. Aus einer kleinen Zahl von Axiomen, d. h. Sätzen, welche aus sich selbst klar sind, leiteten sie auf eine unwiderlegliche Art durch Folgerungen die Wahrheit der Sätze ab, welche sie aufstellen wollten, ohne sich irgend eine von solchen etwas freyen Voraussetzungen zu erlauben, dergleichen die Neuern jezuweilen zur Vereinfachung der Schlüsse und Folgerungen gebrauchen. Eine ihrer vornehmsten Beweisarten war die Zu-

der Elemente für eine Arbeit des Hypsikles, eines alexandrinischen Mathematikers aus dem zweyten Jahrhundert.

rückführung aufs Absurde. Sie schlossen, daß zwey Verhältnisse einander gleich seyn müßten, wenn sie bewiesen hatten, daß aus der angenommenen Ungleichheit derselben folgen würde, daß die eine zugleich größer und kleiner als die andre wäre; welches einen Widerspruch in sich schließt. Hatten sie z. B. zu beweisen, daß die Peripherien zweyer Kreise sich wie ihre Durchmesser verhalten: so würden sie geglaubt haben, gegen die geometrische Schärfe zu verstoßen, wenn sie, nachdem bewiesen war, daß die Umfänge zweyer in zweyen Kreisen beschriebenen ähnlichen regulären Vielecke, so groß auch die Zahl der Seiten der Vielecke sey, sich beständig wie die Durchmesser jener Kreise verhalten, nun den Beweis so geendigt hätten, daß sie die Peripherien der zwey Kreise für die Umfänge der zwey Vielecke, und folglich auch die beyden Verhältnisse für einander substituirten, indem man sich nämlich die Zahl der Seiten der beyden Vielecke ins Unendliche vervielfacht denkt. Der Gang ihres Beweises war verwickelter. Sie fingen an zu zeigen, daß wenn man jeden zu einer Seite der Vielecke gehörigen Bogen in zwey gleiche Theile theilt, und diese Theilung beständig fortsetzt, der neuen Vielecke Umfänge, indem sie beständig den Durchmessern proportionirt bleiben, sich den Kreisumfängen immer nähern, bis sie von denselben nur um Größen, die sich nicht angeben lassen, unterschieden sind. Alsdann zeigten sie, daß man, ohne in Ungereimtheiten zu fallen, nicht annehmen könnte, daß das Verhältniß der beyden Peripherien größer oder klei-

ner sey, als das Verhältniß der Umfänge der beyden letzten geradlinichten Vielecke, oder der Durchmesser; woraus sie schlossen, daß diese beyden Verhältnisse einerley sind. *)

Euklid hat in seinen Elementen sich zu dieser strengen Methode bequemt, welche durch die einmüthige Beystimmung der alten Geometer geheiligt ist. Allein eben hierdurch sind seine Beweise zuweilen lang, indirect, verwickelt, und Anfänger haben Mühe, ihnen zu folgen. Dies hat mehrere Neuere bestimmt, in ihren Ausgaben der Elemente des Euklides einfachere und leichtere Beweise, als die des Verfassers zu gebrauchen. Vielleicht muß man dieser Unbequemlichkeit, welche mit den alten Methoden verbunden ist, die Schwierigkeiten zuschreiben, welche der König von Aegypten, Ptolemäus Lagi, sonst ein Mann von Verstand, in dem Studium der Mathematik fand. Durch die angestrengteste Aufmerksamkeit, die er hier anwenden mußte, ermüdet,

*) Dies Verfahren, die Gleichheit zweyer Größen zu beweisen, indem man darthut, daß ihr Unterschied kleiner ist als jede Größe, die sich angeben läßt, und zwar durch Anwendung der Zurückführung aufs Absurde, heißt die Exhaustions- oder Erschöpfungs-Methode; und beruht auf dem 1. Satze des X. Buchs der Euklidischen Elemente. Beyspiele von derselben findet man in Menge bey den meisten alten Geometern, besonders beym Archimedes; daher sie auch die Exhaustionsmethode des Archimedes heißt. Sie ist keinesweges mit der deductio ad absurdum, welchen Namen bekanntlich ebenfalls die indirecte oder apagogische Beweisart führt, einerley; sondern diese Beweisart wird bloß in der Exhaustionsmethode angewandt.

fragte er einst den Euklides, ob er für ihn den Gang nicht mehr ebnen könnte? Der Geometer und Philosoph erwiederte freymüthig: Zur Geometrie gibt es keinen besondern Weg für Könige.

Man findet in den Elementen des Euklides alle Sätze, die nöthig sind, um den Umfang und die Fläche geradlinichter Vielecke, die Oberflächen und den körperlichen Inhalt der von geradlinichten ebenen Figuren begränzten Polyedra zu finden. Es fehlt die Methode, den Umfang des Kreises zu messen, wenn gleich der Verfasser in mehrere nähere Untersuchungen über die Eigenschaften dieser krummen Linie, und über ihre verschiedene Anwendung zur Bestimmung und Vergleichung der Winkel, sich eingelassen hat. Er zeigt freylich, daß die Umfänge zweyer Kreise sich wie die Durchmesser verhalten; ihre Flächen wie die Quadrate der Durchmesser; daß der Inhalt eines Cylinders das Product aus seiner Grundfläche in seine Höhe; der Kegel der dritte Theil eines Cylinders von derselben Grundfläche und Höhe ist. Aber alle diese Sätze sind unvollständig, oder bleiben unfruchtbar, so lange man nicht die Länge der Peripherie des Kreises im Verhältniß zum Durchmesser oder Halbmesser kennt. Wäre diese bekannt, so könnte man die Fläche des Kreises, oder mit andern Worten, seine Quadratur finden. Nun sieht man in der That schon aus Euklid selbst, daß wenn man in einem Kreise reguläre Vielecke beschreibt, so daß die Zahl ihrer Seiten beständig ohne Ende vermehrt wird: die Fläche des Kreises

der Fläche eines Dreyecks gleich ist, das zur Grundlinie die in eine gerade Linie abgewickelte Peripherie und zur Höhe den Halbmesser hat; woraus erhellt, daß man ein Quadrat (die Seite eines Quadrats), das der Kreisesfläche gleich ist, erhalten würde, wenn man eine mittlere geometrische Proportionale zwischen der Peripherie und der Hälfte des Halbmessers nimmt. Euklid aber hat diese nothwendige Ergänzung nicht beygefügt.

Archimeds Erfindungen und Schriften.

Archimedes, (250 v. Chr. G.) der größte Geometer des Alterthums, ist der erste, der das Verhältniß der Peripherie zum Durchmesser entdeckt hat, nicht in geometrischer Schärfe, sondern vermittelst einer Näherungsmethode, die in ihrer Art bewundernswürdig ist; die Quelle und das Muster aller den krummlinichten Räumen sich nähernden Quadraturen, wo die Mittel fehlen, sie genau und ohne etwas aus der Acht zu lassen, zu bestimmen.

Da er bemerkt hatte, daß wenn man in und um den Kreis zwey ordentliche Vielecke von derselben Seitenzahl, die beständig zunimmt, beschreibt; der Umfang des Kreises zwischen jener Vielecke Umfänge fällt, größer wie des einen Vielecks und kleiner wie des andern Umfang; und daß endlich der Unterschied kleiner, als jede Größe, die sich angeben läßt, werden kann: so nahm er an, daß der beyden ersten Vielecke jedes sechs Seiten hätte, der beyden folgenden jedes zwölf, und indem er so die Verdoppelung der Progression bis zur Zahl sechs und neun-

zig fortsetzte, fand er, daß an dieser Gränze, bey der er stehen blieb, die Umfänge der beyden Vielecke sich sehr der Gleichheit näherten. Dem zu Folge nahm er das arithmetische Mittel zwischen ihnen für den genäherten Werth der Peripherie; und das Resultat seiner Rechnung war, daß wenn man den Durchmesser durch die Zahl 7 darstellt, die Peripherie zwischen den beyden Zahlen 21 und 22 enthalten ist, und zwar der letztern um vieles näher als der erstern. Dieselbe Methode, wenn sie weiter getrieben wird, läßt das Verhältniß des Durchmessers zur Peripherie viel genauer finden; aber dieses Verhältniß der 7 zu 22 ist für praktische Aufgaben, die keine sehr große Genauigkeit verlangen, hinreichend. *)

Man hat seit Archimedes eine Menge unnützer Versuche gemacht, um das Verhältniß des Durchmessers zum Umfange schärfer anzugeben. Wahre Geometer betrachten diese Aufgabe, wenn nicht als eine an und für sich selbst durchaus unauflößbare, doch wenigstens als eine solche für die Hülfsmittel, welche die Geometrie in ihrem gegenwärtigen Zustande gewähren kann. Wenn man je einen Augenblick

*) Eutocius, in seinem Commentar zu dieser Schrift des Archimedes, (p. 216. edit. Oxon.) bemerkt ausdrücklich, daß des Archimedes Absicht nur gewesen sey, ein näherndes Verhältniß anzugeben, das für die Ausübung im gemeinen Leben bequem sey; daher ihn der Tadel nicht treffe, daß er die Näherung nicht weiter getrieben habe. Dies sey nachher von Apollonius Pergäus und Philon von Gadara geschehen. Aber was diese mehr geleistet, hätte nicht den von Archimedes beabsichtigten Gebrauch.

Hoffnung zu ihrer Auflösung fassen konnte, so war es bey der Entstehung der Analysis des Unendlichen. Denn diese Methode hat krumme Linien rectificirt und quadrirt, bey denen die Geometrie der Alten gescheitert war; aber beym Kreise hat es ihr nicht glücken wollen. Jetzt sind es daher nur Anfänger oder in der Geometrie ganz Unerfahrne, welche die absolute und genaue Quadratur des Kreises suchen.

Die zahlreichen Entdeckungen, mit denen Archimedes die Mathematik bereichert hat, haben ihm eine Stelle unter der kleinen Zahl der ungewöhnlichen Menschen und Erfinder verschafft, welche der ganzen Masse der Wissenschaften zu neuen Fortschritten einen wohlthätigen Stoff mittheilen. Außer seiner Schrift de Dimensione circuli, deren Inhalt eben angegeben ist, haben wir seine Werke de Sphaera et Cylindro; de Conoïdibus et Sphaeroidibus; de Spiralibus et Helicibus; de Quadratura parabolae; de Aequiponderantibus; de Humido insidentibus, etc. in denen man die Größe seines Genies bewundert. Die Ueberschriften dieser verschiedenen Werke lassen ihren Inhalt hinlänglich errathen. Ich will hier denselben nicht näher entwickeln, sondern mit der Darstellung einiger der Hauptresultate mich begnügen.

In dem Werke de Sphaera et Cylindro bestimmt Archimedes die Verhältnisse der Kugel und des Cylinders, sowohl für die Oberfläche als für den körperlichen Inhalt. Er zeigt, daß die Oberfläche der Kegel gleich ist der krummen Oberfläche des um sie beschriebenen Cylinders, oder, welches

einerley ist, dem Vierfachen eines seiner größten Kreise; daß die Oberfläche eines Kugelsegments gleich ist der correspondirenden cylindrischen Oberfläche, oder der Fläche eines Kreises, welcher zum Halbmesser die von der Spitze (dem Pole der Kugel) zu einem Punct im Umkreise der Grundfläche gezogene Sehne hat; daß der körperliche Inhalt der Kugel zwey Drittel des körperlichen Inhalts des Cylinders ist, u. s. w. Das Werk de Conoïdibus lehrt mehrere Eigenschaften von Körpern, die durch die Umdrehung der Kegelschnitte um ihre Axen entstanden sind, kennen. Archimedes vergleicht diese Körper unter einander; er bestimmt ihre Verhältnisse zu Cylinder und Kegel von derselben Grundfläche und Höhe; er zeigt z. B. daß der körperliche Inhalt des Paraboloïd nur die Hälfte des um dasselbe beschriebenen Cylinders ist rc. In der Schrift von der Quadratur der Parabel beweist er auf zweyen gleich sinnreichen Wegen, daß die Fläche der Parabel zwey Dritteln des um sie beschriebenen Rechteckes gleich ist; *) das erste Beyspiel einer völlig ge-

*) Der eine dieser Wege ist ein sogenanntes mechanisches Verfahren, und eben so ungewöhnlich als sinnreich. Archimedes findet das Verhältniß der Fläche der Parabel zur Fläche des in ihr beschriebenen Dreyeckes, indem er untersucht, was folgen würde, wenn man sich vorstellt, daß beyde Räume vermittelst einer mathematischen Wage abgewogen würden. Der andre Weg ist rein geometrisch. Er beschreibt in den durch das in der Parabel beschriebene Dreyeck übrigbleibenden zwey Segmenten wieder zwey Dreyecke; in den nun übrigbleibenden vier Segmenten wieder vier Dreyecke u. s. w. Er findet, daß das erste Dreyeck, die

nauen und scharfen Quadratur eines von geraden Linien mit einer krummen eingeschlossenen Raumes. Das Werk von den Spirallinien ist auf eine sehr tiefsinnige Geometrie gegründet. *) Archimedes vergleicht die Längen dieser krummen Linien mit correspondirenden Kreisbogen, die Räume, welche sie einschließen, mit den Räumen des Kreises; er zieht an ihnen Tangenten, Perpendikel, rc. Alle diese Untersuchungen, welche jetzt seit der Erfindung der Infinitesimalrechnung so leicht sind, waren nach der damaligen Geometrie von der äußersten Schwierigkeit. Es darf also nicht befremden, wenn die Beweise des Archimedes etwas verwickelt sind. Im Gegentheile muß man die Geisteskraft bewundern, der er bedurfte, um die Kette einer so großen Zahl von Mittel-Sätzen nicht fallen oder unterbrechen zu lassen.

Diese Uebersicht ist hinreichend, um einen allgemeinen Begriff von den geometrischen Entdeckungen des Archimedes zu geben. Hierzu kommt, daß er den Gebrauch der geometrischen Analysis, deren erste Grundzüge die Platonische Schule gab, erweitert und deutlich vor Augen gelegt hat. Man wird

zwey folgenden Dreyecke, die vier folgenden Dreyecke rc., sich wie die geometrische Reihe $1; \frac{1}{4}, \frac{1}{16}$ rc. verhalten. Er findet die Summe dieser Reihe $\frac{4}{3}$; und folglich die Fläche der Parabel, welche die Summe aller dieser Dreyecke ist, $\frac{4}{3}$ des in ihr beschriebenen Dreyeckes, oder $\frac{2}{3}$ des um sie beschriebenen Rechteckes.

*) Dem Konon wird die Erfindung der Spirallinie beygelegt. Archimedes führte in dieser Schrift seines damals schon verstorbenen Freundes Entdeckungen weiter aus und fügte neue hinzu.

noch andre Beweise des Genies dieses großen Mannes kennen lernen, wenn ich von der Mechanik, Hydrostatik und Optik handeln werde.

Archimedes liebte den Ruhm, nicht jenes eitle Phantom, welches mittelmäßige Köpfe verfolgen und nicht einmal zu erreichen vermögen; sondern den wahren Ruhm, diese Achtung, diese Ehrfurcht, welche dem Manne von Genie gebührt, der die Gränzen der Wissenschaften fortgerückt hat. Er verlangte, daß nach seinem Tode, um das Andenken seiner glänzendsten Entdeckung vor der Welt zu verewigen, man in sein Grabmal eine in einem Cylinder beschriebene Kugel eingraben sollte. Sein Wunsch ward erfüllt. Aber seine Landsleute, die Sicilianer, durch andere der Geometrie nicht günstige Neigungen und Verhältnisse zerstreut oder beschäftigt, hatten bald einen Mann vergessen, der ihnen vor den Augen der Nachwelt am meisten Ehre bringt. Zweyhundert Jahre nach seinem Tode zog Cicero, welcher damals Quästor in Sicilien war, ihn aus dieser unwürdigen Vergessenheit wieder hervor.*) Da er in Betreff des Grabmals nichts von Sicilianern hatte erfahren können, so ließ er zufolge jener ihm bekannten Erzählung von der Figur auf dem Grabmale und der sechs griechischen Verse, welche am Postement desselben eingegraben waren, dasselbe aufsuchen. Nach vieler Mühe entdeckte man es endlich unter einem Haufen von Dornsträuchern, in dem

*) Ciceron. tusc. quaest. lib. V. cap. 23. Plutarch. in Marcello; Op. T. I. pag. 307.

Felde vor Syrakus. Die Sicilianer errötheten über ihre Unwissenheit und Undankbarkeit.

Des Apollonius Werk von den Kegelschnitten.

Kaum waren funfzig Jahre seit Archimedes verflossen, als ein andrer Geometer auftrat, der ihm fast gleich gekommen ist, der ohne Widerspruch wenigstens der zweyte Geometer des Alterthums ist. Ich meyne den Apollonius, gebürtig aus Perga in Pamphilien, weswegen er Apollonius Pergäus heißt. Seine Zeitgenossen nannten ihn vorzugsweise den großen Geometer. Die Nachwelt hat diesen ehrenvollen Namen bestätigt, unbeschadet des Archimedes, der die erste Stelle behauptet.

Apollonius hat viele Werke über die höhere Geometrie seiner Zeit geschrieben. Der größte Theil derselben ist verlohren, oder nur noch in Fragmenten vorhanden. Indessen haben wir wenigstens sein Werk von den Kegelschnitten größtentheils vollständig, welches allein hinreichend ist, den großen Ruf des Verfassers zu rechtfertigen. Dieses Werk war in acht Bücher getheilt. Die vier ersten Bücher haben sich in der Original-Sprache, in der griechischen, erhalten. Die drey folgenden Bücher sind nur in einer Uebersetzung, die davon um das Jahr 1250 ins Arabische gemacht war, und die um die Mitte des siebzehnten Jahrhunderts ins Lateinische wieder übertragen wurde, zu uns gekommen. Das achte Buch ist ganz verlohren gegangen. Der berühmte Halley hat den Text des Apollonius und die

nach dem Arabischen gemachte Uebersetzung sorgfältig durchgesehen und verbessert; er hat selbst das achte Buch nach dem Plane des Apollonius wieder hergestellt, und von Allem eine prachtvolle Ausgabe veranstaltet, die zu Oxford 1710 erschienen ist.

In den vier ersten Büchern handelt Apollonius von der Erzeugung der Kegelschnitte und ihren vornehmsten Eigenschaften in Beziehung auf Axen, Brennpuncte und Durchmesser. Der größte Theil dieser Lehren war schon bekannt. Wenn aber Apollonius einige Sätze von seinen Vorgängern entlehnt, so thut er es als Mann von Genie, der die Wissenschaft vervollkommnet und bereichert. Vor ihm hatte man nur im senkrechten Kegel die Kegelschnitte betrachtet. Er construirt sie in einem jeden Kegel, dessen Grundfläche immer eine Kreisfläche ist, und beweiset mehrere Lehrsätze, welche entweder ganz neu, oder unter einer allgemeinern Form, als bisher geschehen war, dargestellt sind. *)

*) Der Verfasser hat hier das Eigenthümliche des Apollonius in der Construction der Kegelschnitte kurz und treffend angegeben. Die ersten Erfinder der Kegelschnitte verfuhren in der Construction dieser krummen Linie auf folgende sehr einfache Weise. Sie ließen eine Ebene in einer mit der Seitenlinie des Kegels rechtwinklichen Richtung den Kegel durchschneiden. Geschah dies in einem rechtwinklichten Kegel, so entstand die Parabel; im spitzwinklichten Kegel, die Ellipse; im stumpfwinklichten Kegel, die Hyperbel. Sie bedienten sich daher zur Erzeugung dieser Linien durchaus des senkrechten Kegels. Ferner hieß daher die Parabel bey ihnen des rechtwinklichten Kegels Schnitt (coni rectanguli sectio); die Ellipse, des spitzwinklichten Kegels

Die folgenden Bücher enthalten eine Reihe von merkwürdigen Theoremen und Problemen, welche bisher gänzlich unbekannt waren; und durch diese vorzüglich hat Apollonius den Namen des großen Geometers sich verdient. Ich will einige Stellen daraus beybringen.

In dem fünften Buche bestimmt Apollonius die größten und kleinsten Linien, welche man von einem gegebenen Puncte zum Umfang eines Kegelschnittes ziehen kann. Er nimmt anfangs an, daß der gegebene Punct in der Axe des Kegelschnittes liegt, und er löst hier eine Menge von sinnreichen Problemen mit einer Einfachheit und Eleganz auf, welche man nicht genug bewundern kann. Nachher dehnt er die Untersuchung auf den Fall aus, wo der Punct außer der Axe liegt; wodurch er sich ein neues Feld zu noch schwereren Aufgaben eröffnet. Z. B. in prop. LXII. bestimmt er die kürzeste Linie, welche man von einem gegebenen innerhalb der Parabel und außerhalb der Axe liegenden Puncte ziehen kann, durch eine sehr sinnreiche Construction, in der er eine gleichseitige Hyperbel zwischen ihren Asymptoten anwendet, welche die Parabel in dem gesuchten Puncte schneidet. Man findet in eben diesem Buche den Keim der tiefsinnigen Theorie der

Schnitt (coni acutianguli sectio); die Hyperbel, des stumpfwinklichten Kegels Schnitt (coni obtusianguli sectio). Die allgemeine Betrachtung der Kegelschnitte in jedem Kegel hat Apollonius zuerst gezeigt. M. s. Apollon. Conic. ed. Halley. Oxon. 1710. pag. 9.

Evoluten, welche in der neuern Geometrie so weit getrieben ist.

Das sechste Buch hat die Vergleichung der Kegelschnitte, der Segmente der Kegelschnitte, ähnlicher oder unähnlicher zum Gegenstande. Apollonius lehrt einen gegebenen Kegel zu schneiden, so daß der Abschnitt gegebene Abmessungen hat; er bestimmt an einem, einem andern gegebenen ähnlichen, Kegel einen Kegelschnitt von gegebenen Abmessungen: alles dieses mit einer Einfachheit, Eleganz und Klarheit, welche die Freunde der alten Geometrie durchaus befriedigt.

In dem siebenten Buche, von dem das achte einen Theil oder eine Fortsetzung ausmachte, zeigt Apollonius (und diese wichtigen Theoreme erscheinen hier zum erstenmale in der Geometrie), daß in der Ellipse die Summe der Quadrate der Axen der Summe der Quadrate je zweyer conjugirten Durchmesser, in der Hyperbel aber der Unterschied der Quadrate der Axen dem Unterschiede der Quadrate je zweyer conjugirten Durchmesser gleich ist; und daß in beyden krummen Linien das Rechteck aus den beyden Axen dem Parallelogramm aus je zweyen (unter dem Conjugationswinkel verbundenen) conjugirten Durchmessern gleich ist. Ich übergehe mit Stillschweigen andre sehr interessante und nicht weniger tiefsinnige Sätze.

Das Zeitalter des Archimedes und Apollonius war die glänzendste Epoche der alten Geometrie. Nach diesen beyden großen Männern trifft man weiter keinen Geometer vom ersten Range in diesem

Zeitraume der mathematischen Geschichte an. Indessen gibt es deren noch mehrere, welche allerdings die Geometrie mit Erfindungen oder interessanten Theorien bereichert haben, und daher die Achtung und Dankbarkeit der Nachwelt verdienen.

Trigonometrie.

Es scheint, daß die großen Erfinder, indem sie vielleicht den abstracten und theoretischen Untersuchungen der Geometrie zu sehr sich hingaben, wenig Wichtigkeit auf die Anwendungen legten, die man von denselben in der Ausübung machen konnte. Dies ist ohne Zweifel die Ursache, warum der erste Ursprung der Trigonometrie, d. h. desjenigen Theiles der Geometrie, welcher die Verhältnisse zwischen den Seiten und Winkeln eines Dreyecks finden lehrt, in Vergessenheit gerathen ist. Es bietet indessen diese Wissenschaft merkwürdige Aufgaben dar, welche die Untersuchungen der ersten Geometer natürlicher Weise auf sich ziehen mußten. Man konnte z. B. verlangen oder nöthig haben, die Breite eines großen Flusses zu wissen, ohne dieselbe unmittelbar messen zu wollen oder zu können; man konnte die Entfernung der Gipfel zweyer durch Abgründe getrennter Berge wissen wollen; und mehrere andere Fragen der Art konnten aufgeworfen werden. Nun gelangte man zur Auflösung aller dieser Aufgaben durch die Formirung eines Dreyecks, das zu einem seiner Elemente die gesuchte Größe hat, und in welchem man von den sechs Größen (den drey Seiten und den drey Winkeln), welche das

Dreyeck ausmachen, drey kennt; unter dieser Bedingung, daß unter den drey bekannten Dingen eine Seite ist, welche man unmittelbar messen oder aus einer andern bekannten Entfernung bestimmen kann. Man sieht hieraus, daß die ersten Lehren der geradlinichten Trigonometrie sehr einfach sind. Aus mehreren Anzeigen läßt sich schließen, daß sie den Aegyptiern nicht unbekannt waren; und mit Gewißheit weiß man, daß die Griechen mit ihnen vertraut waren. Außer ihrem Gebrauche zur Messung irdischer Entfernungen, wurden sie auf mehrere Aufgaben der Astronomie angewandt.

Von dieser Betrachtung der geradlinichten Dreyecke ging man weiter zu einer ähnlichen Theorie von den sphärischen Dreyecken, d. h. der Dreyecke, welche durch drey Bogen sich schneidender größter Kreise einer Kugel entstehen: eine für die Astronomie besonders nützliche und in gewissen Theilen unentbehrliche Wissenschaft. Sie ist etwas verwickelt, weil man die Verhältnisse der Seiten und Winkel eines Dreyecks, dessen Seiten Kreisbogen sind, in einem nach den drey Dimensionen ausgedehnten Raume sich denken muß. Demnach ging also auch die Entstehung der sphärischen Trigonometrie nur langsam von Statten. Man hat keinen Grund, zu vermuthen, daß sie vor Menelaus Fortschritte, wenigstens etwas ausgezeichnete Fortschritte machte. Menelaus lebte um das Jahr 55 der christlichen Zeitrechnung, und war beydes, ein geschickter Geometer und großer Astronom. Er hatte ein Werk geschrieben von den Sehnen, welches verlohren

gegangen ist. Wir haben aber noch seine Schrift über die sphärische Trigonometrie, ein gelehrtes Werk, worin man die Entstehung dieser Dreyecke und die trigonometrische Methode sie aufzulösen in den meisten, zur Ausübung der alten Astronomie unentbehrlichsten Fällen vorgetragen findet.

Perspectiv.

Es gibt noch eine andre geometrische Wissenschaft, die Perspectiv, über welche man Zweifel hegt, ob sie den Alten bekannt gewesen ist. Ich wenigstens sehe nicht, wie dies in Absicht der Linearperspectiv einer Frage bedarf. Denn diese Wissenschaft, wenn man ihr anders diesen Namen besonders geben kann, ist nur eine sehr einfache und leichte Anwendung der Lehre von den ähnlichen Dreyecken. Sie schränkt sich nämlich darauf ein, auf einer gegebenen Ebene oder Oberfläche einen Gegenstand, wie er von einem gegebenen Puncte aus gesehen erscheint, darzustellen; oder, in der geometrischen Sprache, die Theile eines Gegenstandes durch Linien, die von einem festen und gegebenen Puncte zu allen Puncten dieses Gegenstandes gezogen werden, auf einer gegebenen Oberfläche zu projiciren. Ist nun aber eine solche Aufgabe mehr als ihren wesentlichen Bestandtheilen nach in den Elementen des Euklides nicht enthalten? Ohne noch einmal dies in Betrachtung zu ziehen, daß sie vielleicht in irgend einem Werke, das nicht auf unsre Zeiten gekommen ist, auf eine ausführliche Weise aufgelöset worden ist. Wenn indessen Jemand durch diesen

Beweisgrund nicht befriedigt seyn sollte: so will ich einen anführen, der sich auf eine Thatsache gründet, und aus Vitruv genommen ist. Die Stelle, welche ihn enthält, und deren Sinn in der Uebersetzung von Claud. Perrault nicht ganz genau ausgedrückt ist, ist folgende: *) „Agatharchus hat zuerst zu Athen,

*) Vitruv. Archit. lib. VII. praefat. Am richtigsten gibt den Text dieser Stelle Hr. Prof. Schneider in s. Eclog phys. (Jenae 1801) S. 407.; wobey man desselben lehrreiche Anmerkungen S. 262 ff. nachsehen kann. Herr Bossut gibt hier aus den Mém. de l'Acad. des Belles Lett. Tom. XXIII. pag. 341. die Uebersetzung der Stelle von Jalabert. So wenig es freylich, nach dieser und andern Stellen, wie Plato in Sophist. Tom. I. pag. 235. edit. Steph.; Plin. H. N. lib. 35. c. 10.; u. m. sich leugnen läßt, daß die Alten, Mahler und Architecten, die Perspectiv, wenigstens die gemeine gekannt haben: eben so wenig läßt sich doch aus denselben bestimmt darthun, daß sie es zu einem gewissen Grade der Vollkommenheit in derselben gebracht, und daß ihnen überhaupt die geometrische Theorie der Perspectiv ihren wahren Gründen nach bekannt gewesen sey. Ptolemäus (Planisphaerium ad Syrum) lehrte die stereographische Entwerfung der Kugelfläche, und gründete sie auf den von ihm bewiesenen Satz, daß wenn das Auge in einem Puncte der Kugelfläche ist, alle nicht durch das Auge gehende Kreise der Kugel, wenn sie auf einer den gegen das Auge gehenden Durchmesser senkrecht schneidenden Ebene entworfen werden, darauf ebenfalls Kreise sind. Aber Sätze zur Entwerfung andrer Gegenstände, besonders für Mahler, hat er nicht gegeben. — Uebrigens haben jene Streitsache noch behandelt: Abt Sallier in d. Mém. de Litterature de l'Acad. des B. L. Tom. VIII. p. 97 ff; Lippert in s. Dactyliothek; Lessing in s. Laokoon u. in s. antiquar. Briefen (B. 9—12.); Lambert im 2. B. s. Perspectiv; Meiner in Novis Comment. Goetting. Tom. V. p. 141. u. Tom. VI. p.

„als Aeschylus Trauerspiele schrieb, die Decorationen „des Theaters gemacht, und hierüber eine Schrift „hinterlassen. Durch sein Beyspiel veranlaßt, ha„ben Demokritus und Anaxagoras über denselben „Gegenstand geschrieben, wie nämlich, eine gewisse „Stelle als Gesichtspunct angenommen, im Ver„hältniß zu der Schärfe des Auges und der Aus„dehnung der Lichtstrahlen, Gegenstände in Linien, „den natürlichen Entfernungen gemäß, dargestellt „werden müssen; so daß von einem undeutlichen „Gegenstande deutliche Bilder scheinbare Gebäude „in der Scenen-Mahlerey erzeugen, und auf ge„raden und ebenen Flächen gezeichnete Gegenstände „theils zurückweichend, theils vorspringend erschei„nen." In dieser Stelle ist nach meiner Meynung die Linear-Perspectiv sehr deutlich bezeichnet.

In Rücksicht auf die Luft-Perspectiv hingegen, welche vom Contrast und der Abstuffung der Farben abhängt, ist die Frage nicht so leicht zu beantworten. Einige Neuere behaupten, daß von dieser die Alten nur unvollkommene Begriffe hatten, die nur auf einer gewissen Gewohnheit beruhten. Allein ich gestehe, daß die Gründe mich sehr überrascht haben, welche der Graf de Caylus für das Gegentheil anführt. Das Folgende ist daher als ein Auszug aus der Abhandlung anzusehen, worin dieser gelehrte Kritiker den Gegenstand untersucht. *) „Von

129. Die neueste Untersuchung ist vom H. Prof. Fiorillo (Kleine Schriften artistischen Inhalts. Götting. 1803. X. Abhdlg.).

*) Mém. de l'Acad. des Belles Lett. Tom. XXIII. pag. 323.

der Mahlerey der Alten, wenigstens in ihrer höchsten Vollkommenheit und Vollendung, ist gar nichts mehr vorhanden, um uns daraus von dem Grade, zu welchem sie es in der Perspectiv gebracht haben, überzeugen zu können. Es ist gewiß, daß selbst zu Augusts Zeiten die Gemälde von Zeuxis, Protogenes und andern großen Mahlern aus dem schönsten Zeitalter Griechenlandes, sich kaum unterscheiden ließen, so sehr waren die Farben verblichen und ausgelöscht, und das Holz von Würmern zerfressen. Denn tragbare Gemälde waren auf keine andere Materie gemahlt; wenigstens melden die alten Schriftsteller uns hiervon nichts. Was bleibt uns also jezt noch übrig, um ein bestimmtes Urtheil, sey es nun für oder gegen die Alten, zu fassen? Einige Mahlereyen auf einer Mauer, die wir glücklicherweise noch haben, die aber unser Geschmack für die alte Kunst nicht auf gleiche Weise bewundern kann. So schön sie in gewisser Hinsicht seyn mögen, so ist es doch ausgemacht, daß man sie mit jenen herrlichen Gemälden nicht vergleichen kann, denen die alten Schriftsteller so große Lobsprüche ertheilten, von denen sie zu solchen redeten, welche sie mit ihnen bewunderten, zu solchen, welche das ganze Verdienst der Meisterstücke der Bildnerey fühlten, über welche man bey diesen Schriftstellern keine vorgefaßte günstige Meynung argwöhnen kann, weil wir selbst darüber urtheilen, sie täglich bewundern, und endlich wissen, daß beyder Art Kunstwerke auf gleiche Weise zur Verzierung der Tempel und anderer öffentlichen Plätze angewandt wurden. Von

diesen beyden Künsten begleitet immer eine die andre. Dies werde ich ohne Aufhören behaupten, mit dem Zusatze, daß es physisch unmöglich ist, daß die eine (die Bildnerey) zu einem hohen Grade der Vollkommenheit gebracht seyn kann, so lange die andre (die Mahlerey) auf einer Stuffe der Plattheit und Unvollkommenheit zurückgeblieben ist, auf welcher unstreitig eine Mahlerey ohne Relief, ohne Abstufung, kurz, ohne das, was man Kenntniß der Harmonie nennt, sich befinden würde."

Würde ich eine ausführliche Geschichte der Mathematik schreiben, so könnte ich ein großes Verzeichniß der Geometer geben, welche seit Archimedes Zeiten bis zum Untergang der Alexandrinischen Schule gelebt haben. Ich würde Konon und Dositheus anführen, beyde Freunde des Archimedes, und beyde sehr einsichtsvolle Mathematiker; ferner Geminus, einen Mathematiker aus Rhodus, welcher ein Werk unter dem Titel: Enarrationes geometriae, geschrieben hat; u. a. m. Allein ich schränke mich dahin ein, meinen Lesern mit wenigen Worten nur diejenigen vorzuführen, von denen uns noch einige Werke übrig sind, und von denen wir mit einiger Sachkenntniß etwas sagen können, ohne durch bloße Aussagen der Geschichtschreiber allein geleitet zu seyn.

Der erste, der hier vorkommt, ist Theodosius, der Verfasser eines Werks de Sphaericis, in welchem er die Eigenschaften untersucht, welche die Kreise, die durch jede beliebige Durchschneidung der Kugel entstehen, in Beziehung auf einander haben.

Dieses Werk, das an und für sich schon vortrefflich ist, kann als Einleitung zur sphärischen Trigonometrie angesehen werden. Der größte Theil der Sätze, welche der Verfasser vorträgt, scheint heutiges Tages beym ersten Anblick einleuchtend; allein den Grundsätzen der Alten getreu, beweiset er alles mit der größten Strenge und vieler Klarheit. Man hat vom Theodosius noch zwey Schriften, de Habitationibus, und de Diebus et Noctibus, welche eine Erklärung himmlischer Phänomene enthalten, wie sie in verschiedenen Gegenden der Erde beobachtet werden.

Nach Theodosius kann man einen Zeitraum von drey oder vier Jahrhunderten durchlaufen, ohne auf einen Geometer von einem gewissen Range zu stoßen, wenn man den Menelaus, dessen schon gedacht ist, ausnimmt. Endlich trifft man auf Pappus und Diokles, deren ebenfalls schon, bey Gelegenheit der beyden besondern Aufgaben von der Verdoppelung des Würfels und Trisection des Winkels, rühmliche Erwähnung geschehen ist, und welche hier unter neuen Verhältnissen wieder erscheinen. Außerdem kommen hier noch einige andre Geometer von ausgezeichnetem Verdienste vor.

Die mathematischen Sammlungen des Pappus sind eins der kostbarsten Denkmäler der alten Geometrie. Der Verfasser hat darin den wesentlichsten Inhalt einer großen Zahl vortrefflicher Werke, welche jetzt fast ganz verlohren gegangen sind, zusammengestellt, und aus eignem Geiste mehrere neue sinnreiche und gelehrte Sätze beygefügt. Man darf also diese Sammlung nicht als eine gewöhnliche

Compilation betrachten. Und wollte man indessen auch nur diesen letztern Gesichtspunct gelten lassen, so verdient dieses Werk doch, indem es fast das Ganze der alten Mathematik darlegt, unsre völlige Hochschätzung. Es war in acht Bücher getheilt: die beyden ersten sind verlohren gegangen; die andern haben im Allgemeinen Fragen aus der Geometrie, und einige aus der Astronomie oder Mechanik zum Gegenstande.

Unter andern Untersuchungen hat Pappus auch die Aufgabe von den geometrischen Oertern in ihrer ganzen Ausdehnung sich vorgelegt, und ihre Auflösung ziemlich weit gebracht. Da zur Vollendung derselben die Hülfsmittel der Algebra erforderlich sind, so behalte ich mir vor, in der dritten Periode dieser Geschichte, wenn von den geometrischen Entdeckungen des Descartes die Rede seyn wird, das Nöthige davon beyzubringen.

Pappus hat die Auflösung einer andern sehr sinnreichen und noch ganz neuen Aufgabe gegeben. Diese ist: Auf der Oberfläche der Kugel Räume zu finden, die sich quadriren lassen. Er beweist (Lib. IV. prop. 30.) vermittelst einiger Theoreme des Archimedes, daß wenn ein beweglicher Punct von der Spitze einer Halbkugel ausgehend, ein Viertel des Umkreises durchläuft, während dieses Viertel des Umkreises eine gänzliche Umdrehung um die Axe macht, der Raum, der innerhalb des Umkreises der Grundfläche und der von dem beweglichen Puncte auf der Oberfläche

der Kugel beschriebenen Spirale von doppelter Krümmung enthalten ist, dem Quadrat des Durchmessers gleich ist. Der Satz kann leicht allgemein gemacht werden, und man findet, daß wenn, indem alles übrige das Nämliche bleibt, das Viertel des Umkreises, statt eine gänzliche Umdrehung zu machen, nur ein gegebenes Stück davon zurücklegt, der sphärische Raum, der innerhalb des Viertelkreises in seiner anfänglichen Lage, dem correspondirenden Bogen des Umkreises der Grundfläche und der sphärischen Spirale enthalten ist, sich zum Quadrat des Halbmessers verhält, wie der Bogen des Umkreises der Grundfläche zum Viertelkreise. Mehrere große Geometer haben allgemein die Frage abgehandelt, von der Bestimmung der Räume, die auf einer gegebenen Oberfläche sich quadriren lassen; wie man aus der vierten Periode ersehen wird.

Ich muß noch zum Lobe des Pappus hinzufügen, daß man am Ende seiner Vorrede zum siebenten Buche einen hinreichend deutlichen Begriff von dem berühmten Theorem findet, welches man insgemein dem Jesuiten, P. Guldin zuschreibt: daß die Ausdehnung der Oberfläche oder des Körpers, welche durch die Bewegung einer Linie oder einer Ebene erzeugt wird, gleich ist dem Product aus der erzeugenden Linie oder der erzeugenden Ebene in dem Weg, den der Schwerpunct beschreibt.

Obgleich uns wenig von den Werken des Dio-

kles übrig ist, so haben wir doch genug von ihm, um ihm einen hohen Grad von Scharfsinn beylegen zu dürfen. Außer seiner Cissoide, fand er die Auflösung eines Problems, das Archimedes in seiner Schrift de Sphaera et Cylindro sich vorgelegt hatte, und welches darin bestand, eine Kugel durch eine Ebene nach einem gegebenen Verhältniß durchschneiden zu lassen. Man weiß nicht, ob Archimedes selbst diese Aufgabe aufgelößt habe, *) welche damals sehr schwer war, und, nach den neuern Methoden, auf eine Gleichung vom dritten Grade führt. Die geschickte und tiefsinnige Auflösung des Diokles gründet sich auf eine geometrische Construction, vermittelst der Durchschneidungen zweyer Kegelschnitte. Sie ist uns erhalten vom Eutocius, der selbst ein sehr guter Geometer war, und dessen Commentare über einen Theil der Werke des Archimedes und Apollonius man besonders hochschätzt.

Man setzt ungefähr in die Zeiten des Diokles einen andern geschickten Geometer, Namens Serenus, von welchem noch zwey Bücher über die

*) Archimedes hat dieses Problem selbst aufgelößt de Sph. et Cyl. lib. II. prop. 5.; er bedient sich aber daselbst eines Hülfssatzes, dessen Beweis er am Ende zu geben verspricht, den aber Eutocius in keinem Exemplare jener Schrift finden konnte. Eutocius gibt daher diesen aus einem andern alten geometrischen Buche, welches vermuthlich ebenfalls vom Archimedes war. Zugleich meldet er, daß Dionysiodorus und Diokles, in Ermangelung jenes Hülfssatzes, jenes Problem auf eigenthümlichen Wegen versucht hatten, und fügt deren Auflösungen ebenfalls bey.

Schnitte des Cylinders und Kegels vorhanden sind. Halley hat sie griechisch und lateinisch am Ende seiner Ausgabe des Apollonius wieder abdrucken lassen. Serenus betrachtet im ersten Buche die Ellipse als einen schiefen Schnitt des Cylinders, und zeigt, daß die krumme Linie, welche auf diese Weise entsteht, einerley mit der Ellipse aus dem Kegel ist. Er lehrt, wie man einen Cylinder und Kegel so schneiden kann, daß die beyden Schnitte gleich und ähnlich sind. Das zweyte Buch handelt von den Schnitten des senkrechten und schiefen Kegels durch Ebenen, welche alle durch die Spitze gehen. So werden geradlinichte Dreyecke erzeugt, deren Vergleichung zu einer großen Zahl von sinnreichen Theoremen und Problemen Gelegenheit gibt, in Ansehung der verschiedenen Verhältnisse, welche zwischen der Axe, dem Halbmesser der Grundfläche und dem Winkel, den die Axe mit der Grundfläche macht, Statt finden können. Das ganze Werk des Serenus ist eine Kette von interessanten und sehr klar bewiesenen Sätzen. Ueber den Verfasser selbst sind keine nähern Umstände bekannt.

Ich darf hier nicht den Proklus (500 n. Ch. G.) vergessen, zu seiner Zeit das Haupt der Platonischen Schule zu Athen. Er hat den Wissenschaften wichtige Dienste erwiesen. Er ermunterte diejenigen, welche sich ihnen widmeten, durch sein Beyspiel, durch seinen Unterricht und durch seine Wohlthaten. Er hat einen Commentar über das erste Buch der Elemente des Euklides hinterlassen, welcher sinnreiche Bemerkungen über die Geschichte und Metaphysik der Geometrie enthält.

Er hatte zum Nachfolger den Marinus, den Verfasser einer Vorrede oder Einleitung zu den Datis des Euklides, welche gewöhnlich vor diesem Werke abgedruckt ist.

Vom Isidorus von Milet, einem Schüler des Proklus, haben wir freylich kein Werk mehr. Aber wir müssen ihn hier anführen, weil man ihn als einen in der Geometrie und Mechanik sehr geschickten Mann schildert, und er, unter dem Kaiser Justinian, mit Anthemius (530 n. Ch. G.) zum Bau des Tempels der heil. Sophia zu Constantinopel gebraucht wurde. Vom Anthemius haben wir noch ein sehr kostbares Fragment, worüber ich mich nachher, wenn von den Brennspiegeln des Archimedes die Rede seyn wird, weiter auslassen werde.

Man führt noch unter den alten Geometern den jüngern Hero an, der diesen Beynamen erhalten hat, um ihn von dem Alexandrinischen Hero, dessen im Abschnitt von der Hydrostatik Erwähnung geschehen wird, zu unterscheiden. Seine Geodäsie, ein Werk, das sonst wenig wichtig ist, enthält die Methode, den Flächen-Inhalt eines Dreyecks vermittelst der drey Seiten zu finden, aber ohne Beweis. *) Man glaubt, daß dieser Satz die Erfindung eines ältern und tiefsinnigern Mathematikers ist.

Es ist von keinem Nutzen, diese historische

*) Man vergl. hierüber Hrn. Prof. Pfleiderer's ebene Trigonometrie (Tübingen, 1802.) §. 174., wo auch die Stelle selbst aus einer Pariser Handschrift von Hero's Geodäsie abgedruckt ist.

Uebersicht mit den Namen einiger Geometer zu vergrößern, welche um den Unterricht ihrer Zeitgenossen Verdienste haben konnten, welche aber, da sie, wenigstens so viel wir wissen, nichts zu den Fortschritten der Wissenschaft beygetragen haben, nicht in dem Grade die Aufmerksamkeit der Nachwelt auf sich ziehen können.

Zusätze
zum zweyten Capitel.

I.

Von den ältesten griechischen Geometern.

Die Geometrie, in der Gestalt, wie sie aus Aegypten und dem morgenländischen Auslande nach Griechenland verpflanzt wurde, bestand in einer Sammlung von Sätzen, welche wahrscheinlich nicht über das Gebiet der sogenannten Elementargeometrie hinausgingen. Ursprünglich und nach und nach von Operationen und Handgriffen des Feldmessens abstrahirt, war sie noch mit manchen bloß empirischen, oder auf eine handwerksmäßige Ausübung sich beziehenden, Regeln überladen. Die Lehrsätze oder Aufgaben waren oft nur für einzelne Fälle ausgedrückt; die Beweise nicht überall im strengsten Sinne Beweise, nicht immer allgemein, und oft aus der Arithmetik entlehnt. Die Ausbildung einer solchen ungeläuterten Geometrie zu einem vollendeten wissenschaftlichen System war das Werk des eifrigsten Stu-

diums, welches die ältesten griechischen Philosophen von Thales und Pythagoras an ihr widmeten. Sie führten Sätze, welche nur für einzelne Fälle bestimmt waren, auf allgemeine zurück; vervollkommneten und ergänzten die Beweise; ersanden eine Menge neuer und für die Theorie fruchtbarer Mittelsätze; sonderten von dieser das auf bloße Ausübung sich Beziehende aus; verbannten nach und nach jeden Gebrauch arithmetischer Beweise aus der Geometrie; und wetteiferten so, zur Anordnung eines Ganzen beyzutragen, das in der Folge in Euklids Elementen für alle folgende Jahrhunderte, in Absicht auf Vollkommenheit des Systems und der Methode, unübertroffen da stand.

Welche einzelne Sätze der Elementargeometrie von diesem oder jenem Philosophen erfunden sind, läßt sich keineswegs bestimmt angeben. Zwar geben Plutarch, Diogenes von Laerte, Proklus u. a. hierüber allerley Nachrichten, welche sie größtentheils aus dem Werke des Eudemus über die Geometrie geschöpft haben. Diese sind aber zum Theil zu unbestimmt und widersprechend, zum Theil von ihren Erklärern ganz misverstanden. Die Erzählung von dem Opfer des Pythagoras, wegen der Erfindung des 47. Satzes, oder, nach andern, des 44. Satzes des 1. Buchs der Elemente, ist eine Fabel, die im Alterthume schon dafür erkannt wurde; die aber auf diejenigen Gegenstände hindeutet, denen Pythagoras besonders seine Untersuchungen widmete. Eine mannigfaltige Anwendung jenes 47. Satzes beschäftigte ihn ganz vorzüglich. Er gab eine Metho-

de an, rechtwinklichte Dreyecke zu finden, die ganze Zahlen zu Seiten haben; er stellte Untersuchungen an über die incommensurabeln Linien. Ferner beschäftigte er sich besonders mit der Lehre von der Verwandlung der Figuren in andre von gleichem Inhalte, von doppelt so großem Inhalte u. s. w. und den hierbey möglichen mannigfaltigen Bestimmungen. In der Stereometrie lehrte er die Construction der fünf regulären Körper.

Unter den ältesten Geometern wird vom Verfasser ein gewisser Zenodorus aufgeführt, als Zeitgenosse des Oenopides. Beym Proklus (pag. 23.) heißt er eigentlich Zenodotus. Daß aber dieser und der beym Proklus (pag. 46.) erwähnte Zenodorus und der Verfasser des Buches von den isoperimetrischen Figuren einerley Person sind, ist eine Behauptung, die sich nicht einmal wahrscheinlich machen läßt. Denn Theon gibt über das Zeitalter des von ihm erwähnten Zenodorus gar keine Nachricht. Ja, in dem von Theon (pag. 11 — 16 edit. Bas. 1538.) mitgetheilten Fragmente wird auf das 12. Buch der Elemente und auf Archimedes Schriften verwiesen. Diese Hinweisungen scheinen indessen vom Theon herzurühren, der nur ein Excerpt aus jenem Buche gibt, wie gewöhnlich, mit weniger Deutlichkeit und Präcision. Uebrigens wird dieses sehr schätzbare Fragment vom Theon da eingeschaltet, wo er beweisen will, daß der Kreis unter allen ebenen Figuren von gleichem Umfange den größten Raum einschließt; und es enthält ungefähr folgende Sätze. I. Unter den ge-

radlinichten regulären Figuren, die isoperimetrisch sind, schließt diejenige, welche die meisten Winkel hat, den größten Raum ein. II. Unter den isoperimetrischen geradlinichten Figuren von gleicher Seitenzahl schließt die reguläre den größten Raum ein. Dies wird zuerst von Dreyecken und dann allgemein gezeigt. Hier kommen noch folgende Sätze vor: Wenn zwey rechtwinklichte Dreyecke einander ähnlich sind, so ist das Quadrat von den beyden Hypotenusen zusammengenommen, als einer Seite, gleich den beyden Quadraten von den andern Seiten, je zweyen homologen zusammengenommen als einer Seite. Zwey auf ungleichen Grundlinien errichtete ähnliche gleichschenklichte Dreyecke sind zusammen größer, als zwey andre gleichschenklichte, jenen beyden ähnlichen Dreyecken isoperimetrische Dreyecke, welche aber einander nicht ähnlich sind. III. Der Kreis schließt einen größern Raum ein, als die reguläre Figur, der er isoperimetrisch ist.

Die oben angegebene Erfindung der Quadratur der Monde verleitete den Hippokrates von Chios zu der Behauptung, aus jener die Quadratur des Kreises ableiten zu wollen. Er verzeichnete in einem Halbkreise drey dem Halbmesser gleiche Sehnen, und beschrieb auf diesen Halbkreise. Jeder dieser drey gleichen Halbkreise war der vierte Theil des gegebenen Halbkreises; und addirte man folglich zu jenen drey gleichen Halbkreisen noch einen solchen vierten Halbkreis (der ebenfalls auf einem dem Halbmesser oder der Sehne gleichen Durchmesser verzeichnet war): so war die Summe dieser vier Halb-

kreise dem gegebenen Halbkreise gleich. Nahm man nun von beyden Seiten dieser Gleichung die drey durch die Sehnen und die Peripherie des gegebenen Halbkreises entstandenen Kreisabschnitte weg: so mußte die im gegebenen Halbkreise übrig bleibende geradlinichte vierseitige Figur der Summe der drey Monde und des vierten Halbkreises gleich seyn. In der Voraussetzung nun, daß die Quadratur dieser Monde bereits gefunden, brauchte man nur diese, in einer geradlinichten Figur dargestellt, von obiger vierseitigen Figur wegzunehmen: so mußte die alsdann übrigbleibende geradlinichte Figur dem vierten Halbkreise gleich seyn.

In diesen Schlüssen hatte Hippokrates nur nicht bedacht, daß die hier angenommenen Monde nicht dieselben mit denen waren, deren Quadratur er gefunden hatte; indem diese letztern von einem Quadranten und einem Halbkreise, jene hingegen von dem sechsten Theile der Peripherie und einem Halbkreise begränzt waren. Dieses Sophisma des Hippokrates rügt Aristoteles (de repreh. sophist. lib. I. cap. 10); und sein Commentator Simplicius (ad Aristot. Phys. fol. 13. ed Ald. 1526.) hat uns das Nähere von Hippokrates Verfahren erhalten.

II.

Platonisches Zeitalter. Erfindung der Kegelschnitte. Geometrische Analysis. Lehre von den geometrischen Oertern.

Das Zeitalter des Plato zeichnete sich durch eine seltene Vereinigung mehrerer vorzüglichen Geometer aus, mit deren Erfindungen für diese Wissenschaft eine neue Epoche begann. Theodor von Cyrene war Plato's Lehrer in der Geometrie; und das hohe Lob, welches Plato ihm beylegt, läßt schließen, daß der Lehrer nicht ohne Antheil war an den großen Entdeckungen, welche durch den Schüler vorbereitet oder ausgeführt wurden. Archytas, Eudoxus, Menächmus, Dinostratus, Leodamas von Thasos, Hermotimus von Kolophon, Theätetus u. a. m. waren Plato's Freunde oder Schüler. Plato aber selbst war der Rathgeber und Führer aller in ihren geometrischen Untersuchungen. Die Früchte dieser vereinigten Bemühungen waren nun die Erfindung und erste wissenschaftliche Theorie der Kegelschnitte und anderer krummen Linien, der geometrischen Analysis und der Lehre von den geometrischen Oertern.

Bey dem großen Eifer, mit welchem die griechischen Philosophen ihre Untersuchungen über die Elementargeometrie vervollkommnet und erweitert hatten, konnte es nicht fehlen, daß sie auch auf Aufgaben waren geführt worden, welche sie vermittelst der geraden Linie und des Kreises allein nicht auflösen konnten. Solche waren besonders die Aufgaben von der Verdoppelung des Würfels und von

der Trisection des Winkels. Für die Ausübung im gemeinen Leben hatte man sich nun mit sogenannten mechanischen Auflösungen begnügt, und Plato selbst eine solche für die Verdoppelung des Würfels angegeben. Dieser denkende Geometer aber muthmaßte sehr richtig, daß zu einer befriedigenden oder rein geometrischen Auflösung derselben andre krumme Linien als der Kreis erforderlich seyn dürften, und daß in solcher eine jede mechanische eigentlich begründet seyn müßte. Die mannigfaltigen Untersuchungen, welche man schon der Stereometrie zu widmen angefangen hatte, mußten die Erzeugung mancher krummen Linie vor Augen legen; und einem so sinnreichen und scharfsehenden Freunde dieser Wissenschaft konnte daher der glückliche Gedanke nicht entgehen, daß nach gewissen Bestimmungen angeordnete Durchschneidungen der Körper die Construction andrer krummen Linien ergeben, und an ihnen der Linien Eigenschaften sich herleiten lassen. Hierher beziehen sich seine Aeußerungen über den damaligen Zustand der Mathematik überhaupt, seine lebhaften und eindringlichen Aufforderungen zu einem fleißigern Studium der Stereometrie und vornehmlich desjenigen Theiles derselben, der die Durchschnitte der Körper betrachtet. Er war so sehr von der Wichtigkeit und Reichhaltigkeit dieser überzeugt, daß er sie als einen eignen fünften Haupttheil der gesammten Mathematik angesehen wissen wollte, in welche man bisher, nach Pythagoras, nur vier Theile, die Arithmetik, Geometrie, Musik und Astronomie, aufgenommen hatte. M. s. de Republica lib. VII.

Was Plato auf diese Weise in allgemeinen Ideen vielleicht nur angegeben hatte, ward von seinen sinnreichen Schülern auf das glücklichste ausgeführt. Es werden unter diesen besonders Eudoxus und Menächmus genannt. Eudoxus erfand gewisse krumme Linien, welche durch Durchschneidung eines Cylinders construirt wurden, von denen uns aber weiter nichts bekannt ist. Er hatte auch eine Auflösung des Problems von der Verdoppelung des Würfels gegeben, worin seine krummen Linien angewandt seyn sollten. Eutocius aber, der alle ihm bekannt gewordenen Auflösungen dieses Problems aufbewahrt hat, hat die des Eudoxus allein weggelassen; weil er in derselben jene krummen Linien nicht angewandt, und sie auch sonst tadelnswürdig fand. Uebrigens legt Archimedes sebst (in der Vorrede seines Werks de Sphaera et Cylindro) ein rühmlicheres Zeugniß von des Eudoxus Verdiensten ab, indem er bekennt, daß er mehrere Untersuchungen des Eudoxus aus der Stereometrie in sein Werk aufgenommen habe, und daß namentlich die Theoreme, daß bey gleicher Grundfläche und Höhe die Pyramide der dritte Theil des Prisma, und der Kegel der dritte Theil des Cylinders ist, Erfindungen des Eudoxus sind. Menächmus erfand die drey bekannten Kegelschnitte, und der Gebrauch, den er von ihnen in seinen oben angeführten zwey Auflösungen des Problems von der Verdoppelung des Würfels macht, zeigt, daß er mehrere Haupttheoreme von denselben bewiesen hatte. Seine Construction dieser krummen Linien ist dieselbe, welche oben in der Note zu des Apollonius Lehre von den Ke-

gelschnitten angegeben ist, und welche von den folgenden Schriftstellern über diese Lehre bis auf Apollonius beybehalten wurde.

Diese Erfindungen verdankten ihren glücklichen Erfolg einer neuen Methode, welche, als einen zur Entdeckung neuer Wahrheiten einzig mit Sicherheit führenden Weg, ebenfalls Plato zuerst in die Geometrie einführte und deren beständige Anwendung er seinen Schülern dringend empfahl, der Analysis. Es ist aber die Analysis in der Geometrie oder die geometrische Analysis nichts anders, als jene allgemeine Methode zur Erforschung des Wahren, die sich in jeder andern Wissenschaft auch anwenden läßt, von den alten Mathematikern aber für die Erforschung geometrischer Wahrheiten besonders angewandt und zu einem vollständigen System, worin sich ihr Gebrauch allgemeiner zeigt, ausgebildet ist. Sie besteht also, als bloße Methode betrachtet, eigentlich darin, daß man das Aufgegebene, wenn es ein Lehrsatz ist, als wahr, ist es eine Aufgabe, als aufgelößt annimmt, und nun, welche Folgerungen daraus fließen, untersucht. Aus diesen Folgerungen zieht man neue, und setzt dieses Verfahren so lange fort, bis man, bey einem Lehrsatze, auf etwas ausgemacht Wahres oder Falsches, bey einer Aufgabe, auf etwas ausgemacht Mögliches oder Unmögliches kommt. Die Beschaffenheit dieser letzten Folgerung entscheidet nun über die Wahrheit oder Möglichkeit des Aufgegebenen. „Dies Verfahren (sagt Pappus in der Vorrede seines VII. Buches) nennen wir Analysis, gleichsam eine umgekehrte Auflösung (ἀνάπαλιν λύσιν).“ Das in der Analysis zu-

letzt Erhaltene (welches, bey Lehrsätzen, ein Grundsatz oder anderweitig schon bewiesener Lehrsatz ꝛc.; bey Aufgaben, ein Postulat oder eine sonst schon aufgelößte Aufgabe ꝛc. seyn muß) führt auf die Synthesis oder Composition des Aufgegebenen, welche die Analysis beständig begleitet. Die Synthesis besteht denn darin, daß man mit dem in der Analysis zuletzt Erhaltenen, als etwas Gegebenen, von neuem beginnt, und, was in jener folgte, hier in der natürlichen Ordnung vorangehen läßt, bis man auf diese Weise zuletzt zu dem Aufgegebenen gelangt. Nach Pappus unterscheidet man noch die Analysis in die theoretische, welche die Wahrheit eines Satzes untersucht (also bey Lehrsätzen Statt findet), und in die problematische, welche die Möglichkeit eines Satzes untersucht (also bey Aufgaben Statt findet). — Beyspiele dieser Methode an einzelnen Sätzen geben schon die angeführten beyden Auflösungen des Problems von der Verdoppelung des Würfels von Menächmus ab. Auch findet man deren genug bey fast allen alten Geometern. Ein Beyspiel aus der Elementargeometrie gibt Kästner in s. Geometrie, 19. S. 5. Zus.

Bey der fortgesetzten Anwendung dieser Methode, und zwar der problematischen Analysis, deren Gebrauch der ausgebreitetste seyn mußte, bemerkte man bald, daß die Bestimmung des Aufgegebenen von der Findung gewisser Durchschnittspuncte durchaus abhängt. So trat die Lehre von den geometrischen Oertern, deren Erfindung in eben diese Zeiten fällt, mit der Analysis in ihrer weitern Ausbildung in die engste Verbindung. Ort heißt bekanntlich in

der Geometrie eine Reihe von Puncten, wo jeder einer unbestimmten Aufgabe Genüge thut. Wird z. B. verlangt, auf einer gegebenen Grundlinie ein Dreyeck zu errichten, in welchem der der Grundlinie gegenüber liegende Winkel einem gegebenen Winkel gleich ist: so bemerkt man bald, daß es solcher Dreyecke unzählich viele gibt, indem die Spitzen aller solchen Dreyecke in dem Kreisbogen sind, den die gegebene Grundlinie als Sehne abschneidet. Dieser Kreisbogen heißt der geometrische Ort aller dieser Winkel. Eben so ist eine gerade Linie der Ort der Spitzen aller Dreyecke gleichen Inhalts, welche einerley Grundlinie haben; eine Ellipse der Ort der Spitzen aller der auf einer gegebenen Grundlinie errichteten isoperimetrischen Dreyecke. So ist jede andre krumme Linie, auf eine nach ihren verschiedenen Eigenschaften verschiedene Weise, ein geometrischer Ort.

Das fortgesetzte Studium dieser Lehre machte Eintheilungen und Kunstwörter nothwendig, deren Bedeutung man in der Geschichte der Wissenschaft zu erfahren verlangt. Die allgemeinste Eintheilung der geometrischen Oerter bey den Alten war folgende: Die gerade Linie und der Kreis hießen e b e n e O e r t e r (loca plana). Die Kegelschnitte, k ö r p e r l i c h e O e r t e r (loca solida). Alle übrigen krummen Linien begriffen sie zusammen unter dem Namen loca linearia. In dieser Hinsicht hieß eine Aufgabe problema planum, solidum, lineare, je nachdem die Auflösung derselben durch loca plana, solida oder linearia bewerkstelligt werden mußte.

Man begreift, daß für die Anwendung jener analytischen Methode, bey der verschiedenen und mannigfaltigen Beschaffenheit der aufgegebenen Lehrsätze und Aufgaben, sich keine bestimmten Regeln angeben ließen, nach denen man in allen Fällen oder in Fällen von einer gewissen allgemeinen Gattung gleichsam mechanischer Weise verfahren konnte, um das Aufgegebene immer mit Sicherheit zu erhalten. Man mußte zuförderst das, was aus dem unmittelbar Gegebenen bestimmt war, in aufmerksame Betrachtung ziehen, anderweitige Hülfs- und Mittel-Sätze ausfündig zu machen und in Anwendung zu bringen suchen, um so auf eine einfache und geschickte Weise die Analysis einzuleiten. Hier mußte alles auf eines Jeden eignen Scharfsinn und glückliche Erfindungsgabe ankommen. Allererst, nachdem von mehreren Geometern auf einzelne reichhaltige Sätze oder Systeme von Sätzen die analytische Methode mit glücklichem Erfolge angewandt und an ihnen mit Sorgfalt entwickelt war; nachdem hierdurch zugleich die höhere Geometrie und insbesondre die Theorie der geometrischen Oerter weitere Fortschritte gethan hatte: war der Weg auch für Ungeübtere einigermaßen geebnet; insofern jener ihrer Vorgänger Werke ihnen Muster und mannigfaltigen Stoff zu Kunstgriffen darboten, um durch das Studium derselben mit dem Geiste der Methode sich vertraut, und durch Nachahmung und eigne Uebung in der Anwendung derselben zu neuen Entdeckungen eine Fertigkeit, die von einer mechanischen dessen ungeachtet weit entfernt blieb, sich eigen zu machen. Nach den gewiß ver-

dienstlichen Vorarbeiten der ältern Geometer aus der platonischen Schule, die aber bald übertroffen und vergessen wurden, waren es besonders Aristäus, Euklides und Apollonius, deren Schriften in dieser Hinsicht als classisch angesehen wurden. Das Ganze solcher in dieser Männer Schriften vorgetragenen Untersuchungen, welche in ein höheres und erweitertes Gebiet der Geometrie fortschreiten und eine Fülle von Hülfssätzen enthalten, und von andern schweren und allgemeinen Sätzen, an denen als Beyspielen die höchste Kunst dieser Methode oft in ihrem ganzen Umfange entwickelt ist, bildet gleichsam ein eignes und vollendetes System der Analysis. Dies versteht Pappus (in der Vorrede s. VII. B.) unter dem Ausdrucke: aufgelößter Ort (ὁ ἀναλυόμενος τόπος); welchem Gegenstande er sein ganzes siebentes Buch gewidmet hat. Die Schriften, welche er hierher rechnet, und aus deren meisten er den summarischen Inhalt und einen Vorrath von Hülfssätzen und Beyspielen mittheilt, sind der von ihm getroffenen Ordnung nach folgende: Euklids Data. Des Apollonius Schriften, de Sectione rationis, de Sectione spatii, de Sectione determinata, und de Tactionibus. Euklids Porismata. Des Apollonius Schriften de Inclinationibus, de Locis planis und von den Kegelschnitten. Des Aristäus Schrift de Locis solidis. Euklids de Locis ad superficiem. Und des Eratosthenes de Mediis proportionalibus. Von den meisten dieser Schriften wird unten eine kurze Anzeige folgen.

Aus obigen Nachrichten und Bemerkungen über

die Analysis der Alten bietet eine Vergleichung derselben mit der Analysis der Neuern sich von selbst dar, sowohl in Rücksicht auf Methode als auf wissenschaftliches System. Sie kommen beyde überein in Absicht auf das Wesen der Methode, das Aufgegebene als schon bekannt vorauszusetzen, und den Zusammenhang desselben mit gegebenen Dingen, und wie es durch dieselben bestimmt werde, zu zeigen; welches Verfahren der heutigen Analysis größtentheils eben so wesentlich eigen ist, als der Analysis der Alten. Sie unterscheiden sich aber sowohl in Ansehung der Hülfsmittel der Methode, als des Gegenstandes und Umfangs des wissenschaftlichen Systems. Die Analysis der Alten leitet alle ihre Schlüsse aus der Betrachtung der Figur ab, welche der Gegenstand ihrer Untersuchung ist, und kennt weiter keine Hülfsmittel, als die Ziehung zweckmäßiger Hülfslinien und eine überlegte Benutzung anderweitig bekannter Hülfssätze. Die Analysis der Neuern hingegen setzt die Betrachtung der Figur ganz bey Seite, indem sie, der Buchstabenrechnung und Algebra sich bedienend, alles auf Operationen des Calculs bringt. Die Analysis der Alten schränkt sich bloß auf die Geometrie ein. Die Analysis der Neuern hingegen umfaßt alle meßbaren Gegenstände.

III.

Von der Trisection des Winkels.

Von der Trisection des Winkels handelt Pappus (Collect. Math. lib. IV. prop. 31—35.) sehr ausführlich. Nach seinen Aeußerungen kam diese Untersuchung schon frühe zur Sprache, noch vor der Erfindung der Kegelschnitte, wo man also vergebens derselben Genüge zu thun sich bemühte. So bald die Halbirung des Winkels gezeigt war, mußte man begreiflich auf die Frage geführt werden, den Winkel in drey gleiche, oder überhaupt nach einem gegebenen Verhältnisse zu theilen, nachdem man dieses schon an der geraden Linie gezeigt hatte. Die Auflösungen, welche Pappus zuerst gibt, scheinen also von Menächmus, Aristäus oder andern Geometern jener Zeiten herzurühren.

Die erste Auflösung beruht eigentlich auf folgender Aufgabe (prop. 31.). Ein Rechteck ist gegeben und dessen eine Seite verlängert. Man soll von der Spitze eines Winkels im Rechtecke eine gerade Linie ziehen, welche die andre Seite des Rechteckes durchschneidet, und in ihrer Verlängerung auch die Verlängerung der ersten Seiten durchschneidet, also, daß das Stück der gezogenen Linie, welches zwischen diesen beyden Durchschnittspuncten enthalten ist, einer gegebenen geraden Linie gleich ist. Obiger Winkel im Rechtecke muß begreiflich derjenige seyn, dessen Schenkel weder die verlängerte Seite noch die andre durchschnittene Seite sind. Die Auflösung

wird bewerkstelliget durch die Durchschneidung eines mit der gegebenen geraden Linie als Halbmesser beschriebenen Kreises, und einer Hyperbel, deren Asymptoten die Seiten des Rechteckes sind. Hierauf wird (prop. 32.) die Trisection des Winkels gegründet, und zwar zuerst eines spitzen, indem auf dem einen Schenkel des aufgegebenen spitzen Winkels ein Rechteck aufgestellt wird, dessen Diagonale der andre Schenkel ist, und alsdenn aus des Winkels Spitze eine gerade Linie auf die angegebene Weise gezogen, also, daß ihr abgeschnittenes Stück das Doppelte der Diagonale ist. Von jener gezogenen Linie wird nun bewiesen, daß sie von dem aufgegebenen Winkel den dritten Theil abschneidet. Hierauf wird die Trisection des rechten Winkels gezeigt, durch die Construction eines gleichseitigen Dreyeckes auf einem der Schenkel des rechten Winkels. Aus der Trisection des spitzen und rechten Winkels wird endlich die Trisection des stumpfen, als eines aus einem rechten und spitzen bestehenden, abgeleitet. Pappus nennt diese Auflösung eine durch Neigung (per inclinationem) bewerkstelligte. Diese Benennung bezieht sich auf die nach obigem Hülfssatze zu ziehende gerade Linie, und wird unten im V. Zusatze in der Anzeige von dem Apollonischen Werke de Inclinationibus erklärt. Auch ist obiger Hülfssatz mit dem dort angeführten Satze vom Rhombus übereinstimmend. — In prop. 33. wird eine im obigen Hülfssatze vorausgesetzte Aufgabe dargethan, zwischen zweyen gegebenen geraden Linien, als Asymptoten, eine Hyperbel zu beschreiben, die durch einen gege-

benen Punct geht. — In prop. 34. folgt eine andre Auflösung der Aufgabe von der Trisection des Winkels, indem diese auf die Trisection eines gegebenen Kreisbogens zurückgebracht wird, sine inclinatione, per solidum locum. Dieser körperliche Ort ist eine Hyperbel, welche von dem Kreisbogen den dritten Theil abschneidet. Pappus gibt ein doppeltes Verfahren an. Prop. 35. enthält die Aufgabe, einen gegebenen Winkel oder Bogen nach einem gegebenen Verhältnisse zu durchschneiden. Pappus bemerkt, dies Problem sey eine lineare, d. h. zu dessen Auflösung andre krumme Linien, als die Kegelschnitte, anzuwenden sind, und wäre von den jüngern Geometern aufgelöset. Er theilt zwey Auflösungen mit, die eine vermittelst der Quadratrix, die andre vermittelst der Spirale.

IV.

Von Euklids Schriften über die höhere Geometrie und Analysis.

Eben die Strenge der Methode und des Systems, wodurch, nach dem Geständnisse der größten Geometer aller Zeiten, die Elemente als unübertroffen anerkannt sind, zeichnete auch Euklids Schriften über die höhere Geometrie und Analysis aus. Zwar sind seine vier Bücher von den Kegelschnitten von dem vollendeteren Werke des Apollonius über diese Lehre verdrängt worden. Aber Pappus (lib. VII.

praefat.) zeigt auch hier des Euklides Verdienste, indem er des Aristäus, Euklides und Apollonius Arbeiten über eben diesen Gegenstand, wie es scheint, sehr richtig gegen einander würdigt, und zugleich den Euklides gegen eine eitle Anmaßung des letztern auf eine interessante Weise vertheidigt.

Ganz vorzüglich aber wurden Euklids Schriften über die geometrische Analysis als Früchte des höchsten Scharfsinns geachtet. Seine Data, die wir noch besitzen, werden als die erste Einleitung in diese Lehre angesehen, und in dieser Hinsicht auch vom Pappus empfohlen. Datum oder Gegeben heißt überhaupt ein Ding, wenn es entweder würklich dargelegt wird, oder gefunden werden kann; das ist, wenn es entweder durch die Hypothese bekannt ist, oder wenn man beweisen kann, daß es bekannt ist. In vorangeschickten Definitionen wird bestimmt, auf welche Weise die verschiedenen Dinge gegeben heißen. Räume, Linien und Winkel heißen der Größe nach gegeben, wenn Räume, Linien und Winkel, die ihnen gleich sind, können gefunden werden. Ein Verhältniß heißt gegeben, wenn ein ihm gleiches Verhältniß einer gegebenen Größe zu einer gegebenen Größe kann gefunden werden. Geradlinichte Figuren heißen der Art nach (τῷ εἴδει, specie) gegeben, wenn jeder ihrer Winkel gegeben ist, und die Verhältnisse ihrer Seiten gegeben sind. Puncte, Linien und Räume heißen der Lage nach gegeben, wenn sie beständig einerley Lage haben, und entweder würklich dargelegt sind, oder gefunden werden können. Ein Winkel heißt der Lage nach gege-

ben, wenn er zwischen geraden, der Lage nach gegebenen, Linien enthalten ist. Ein Kreis heißt der Größe nach gegeben, wenn eine aus seinem Mittelpuncte an den Umfang gezogene gerade Linie der Größe nach gegeben ist. Ist zugleich sein Mittelpunct der Lage nach gegeben, so heißt der Kreis der Größe und Lage nach gegeben; u. s. w. Die in den Datis enthaltenen Sätze selbst zeigen, was für Dinge aus denjenigen, welche durch die Hypothese bereits bekannt oder gegeben sind, als gegeben sich beweisen oder finden lassen. Solche Sätze werden zuerst von Größen überhaupt dargethan. Der erste Satz z. B. ist folgender: Wenn zwey Größen gegeben sind, so ist ihr Verhältniß gegeben. Hierauf, von Linien, welche der Lage nach gegeben sind. Z. B. wenn zwey der Lage nach gegebene Linien einander schneiden, so sind der Punct oder die Puncte, worin sie sich schneiden, gegeben. Ferner, von Dreyecken, geradlinichten Räumen, Parallelogrammen, welche der Art nach, aber nicht der Lage nach, gegeben sind; von Kreisen, welche der Größe nach, oder auch zugleich der Lage nach, gegeben sind; u. s. w. Der allgemeine und höchst wichtige Gebrauch solcher Sätze bey der Auflösung aller Arten von Aufgaben ist leicht einzusehen. Sie dienen nämlich bey der Analyse einer Aufgabe als Hülfssätze, wo man beweiset, daß aus den gegebenen oder bekannten Dingen mittelst dieser Sätze andre Dinge gegeben sind, u. s. w.

In Absicht auf die feinen Distinctionen des Systems der Alten bemerke ich noch: Ein solcher

Satz von Datis hieß auch schlechtweg Datum, und machte eine eigne Classe von Sätzen aus, ohne Bezug auf die allgemeine Eintheilung der Sätze in Theoreme und Probleme. Ein Satz von Datis konnte beliebig als Theorem oder Problem ausgedrückt werden. Die Beweise zu Euklids Datis sind nicht, wie man vermuthen sollte, analytisch, sondern synthetisch. Drückt man aber ein solches Datum in der Form eines Problems aus: so wird der Beweis des als Theorem ausgedrückten Datums die Analysis des Problems; die zur Analysis hingegen gehörige Synthesis, die Construction und der Beweis des Problems.

Euklids zweytes zur geometrischen Analysis gehörige Werk, die Porismen, welche verlohren gegangen sind, enthielten einen Schatz der scharfsinnigsten Untersuchungen über einen äußerst schweren und verwickelten Gegenstand. Pappus nennt sie collectio artificiosissima multarum rerum, quae spectant ad analysin difficiliorum et generalium problematum, quorum quidem ingentem copiam praebet natura. Er theilt Erläuterungen über dieses Werk mit, auch einzelne Sätze aus demselben; die aber, bey seinem in Absicht auf die Schwierigkeit des Gegenstandes selbst zu kurzen und undeutlichen Vortrage, der außerdem noch Lücken hat, und bey dem Mangel der Figuren, allen neuern Geometern lange völlig unverständlich geblieben sind; bis der durch seine großen Verdienste um die Geometrie der Alten so berühmte Robert Simson Euklids Porismen mit einem ungemeinen Aufwande von

sinnreichem Scharfsinn wieder herzustellen versuchte. Simsons Arbeiten hierüber findet man in der von Clow besorgten Ausgabe seiner hinterlassenen Schriften (Roberti Simson opera quaedam reliqua. Glasg. 1776.) S. 315. ff. So viel es in der Kürze und ohne Figuren möglich ist, werde ich an einem Beyspiele Simsons Begriff vom Porisma deutlich zu machen suchen. Simson gibt vom P. folgende Definition: Porisma est Propositio, in qua proponitur demonstrare rem aliquam vel plures datas esse, cui, vel quibus, ut et cuilibet ex rebus innumeris, non quidem datis, sed quae ad ea quae data sunt eandem habent relationem, convenire ostendendum est affectionem quandam communem in Propositione descriptam. — Porisma etiam in forma Problematis enuntiari potest, si nimirum ea, quae data demonstranda sunt, invenienda proponantur. Das erste Porisma beym Simson ist folgender Satz, den ich, der Deutlichkeit wegen, lieber in anderen Ausdrückungen und in der Form einer Aufgabe gebe: Eine gerade Linie ist der Lage nach gegeben; ein Kreis der Lage und Größe nach. Man nehme in der Peripherie des Kreises einen Punct, und ziehe durch denselben eine gerade Linie, welche der gegebenen geraden Linie und (auf der entgegengesetzten Seite) der Peripherie des Kreises begegnet. Das Rechteck aus den Segmenten, welche in der gezogenen geraden Linie zwischen dem Puncte und den genannten zwey Durchschnittspuncten hervorgehen, soll von unveränderlicher Größe seyn, in welcher Richtung auch die

gerade Linie durch den Punct gezogen ist. Man sucht den Punct und des Rechteckes Größe. In Absicht auf die Construction dieses Satzes bemerke ich nur, daß wenn man durch den Mittelpunct des Kreises ein Perpendikel auf die gegebene gerade Linie ziehet, dieses Perpendikels Durchschnittspunct mit der Peripherie des Kreises der gesuchte Punct ist. Zieht man durch diesen Punct auf die verlangte Weise unzählich viele gerade Linien, so sind die Rechtecke aus den jedesmal zusammengehörigen Segmenten der gezogenen geraden Linien alle von gleicher Größe; und diese Größe läßt sich bestimmen.

Obige Simsonsche Definition vom Porisma nun auf diesen Satz angewandt, ergibt sich folgendes. In diesem Satze soll bewiesen werden, daß aus den in der Hypothese gegebenen Dingen (der geraden Linie und dem Kreise) ein Ding (der gesuchte Punct) gegeben ist. Die unzähligen Dinge (res innumerae), welche zu dem als gegeben zu beweisenden Puncte und zu den in der Hypothese gegebenen, der geraden Linie und dem Kreise, einerley Verhalten haben, sind die Segmente der gezogenen unzählichen geraden Linien, welche den Punct gemein haben, und durch denselben und durch die gegebene gerade Linie und die Peripherie des Kreises begränzt werden. Die gemeinsame Eigenschaft aber (communis affectio), von der bewiesen werden soll, daß sie diesen Segmenten zukommt, ist: daß ihr Rechteck von gegebener (unveränderlicher) Größe ist; welche Größe auch gefunden werden muß.

Durch diese letztern Bestimmungen unterscheidet

sich also das Porisma von einem bloßen Satz von Datis. Und man sieht, daß der Gebrauch der Porismen in der Analysis derselbe war, als der Sätze von Datis; sie sollten als Hülfssätze dienen bey der Analyse der schwersten und verwickeltsten Aufgaben. Leser, welche sich genauer über diesen Gegenstand unterrichten wollen und Simsons eignes Werk nicht zur Hand haben, verweise ich auf Kästners geometrische Abhandlungen. 1. Samml. S. 53 ff.

Von Euklids Büchern de Locis ad superficiem, die krumme Linien waren, welche auf einer krummen Oberfläche beschrieben wurden (courbes à double courbure), und ebenfalls zur Auflösung einer gewissen Art von unbestimmten Aufgaben angewandt waren, gibt uns Pappus weiter keine Nachrichten.

V.

Von den andern geometrischen Schriften des Apollonius, außer seinen Kegelschnitten.

Die schon angeführten Schriften, welche Apollonius außer seinen Kegelschnitten noch über die Geometrie und Analysis verfaßt hatte, sind sämmtlich verlohren gegangen, die Bücher de Sectione rationis allein ausgenommen. Diese hat man in einer arabischen Uebersetzung wiedergefunden, und sie sind aus derselben lateinisch von Halley Oxon. 1706. herausgegeben. Die übrigen verlohrnen

Schriften haben verschiedene Geometer nach den Erläuterungen und ausgezogenen Sätzen, welche Pappus in s. VII. B. aus denselben mittheilt, wieder herzustellen versucht. Die litterärischen Nachrichten von diesen Bemühungen werden in dem bibliographischen Anhange zu diesem Zeitraum der Geschichte der Mathematik gegeben werden. Hier schränke ich mich mehr auf eine kurze Anzeige des Inhalts dieser Schriften ein.

Die Bücher de Sectione rationis, de Sectione spatii, de Sectione determinata, de Tactionibus und de Inclinationibus hatten alle einzelne aber sehr allgemeine Aufgaben, welche eine Menge verschiedener Fälle zuließen, zum Gegenstande. Apollonius hatte die Auflösung für alle diese Fälle und ihre mannigfaltigen untergeordneten Bestimmungen einzeln durchgeführt und bewiesen, und so an ihnen die Kunst einer genauen und vollendeten Analyse ausführlich entwickelt. Ihr damaliger großer Nutzen für angehende Geometer, welche als Vorbereitung zur Auflösungskunst durch das Studium derselben ihr Erfindungstalent entwickeln und schärfen wollten, ist also nicht zu verkennen.

Die Bücher de Sectione rationis haben folgende Aufgabe zum Gegenstande. Zwey unbegränzte gerade Linien in einer Ebene sind der Lage nach gegeben, die entweder parallel sind oder sich schneiden. In jeder derselben ist ein Punct gegeben. Ferner ist ein Verhältniß gegeben. Endlich ist noch außerhalb der zwey gegebenen geraden Linien ein Punct gegeben. Man verlangt, von diesem Puncte

eine gerade Linie zu ziehen, welche die beyden gegebenen geraden Linien so schneidet, daß die in denselben hervorgehenden Segmente das gegebene Verhältniß gegen einander haben. Diese Segmente sind hier die Stücke der gegebenen zwey geraden Linien, welche durch die in denselben gegebenen Puncte und durch die Durchschnittspuncte, welche die gezogene gerade Linie mit jenen macht, begränzt sind.

Man sieht leicht, wie viele verschiedene Fälle in dieser ganz allgemeinen Aufgabe Statt finden können. Sind erstlich die Linien parallel, so kann der gegebene Punct außerhalb oder innerhalb der Parallelen liegen. In beyden Fällen können ferner die in den gegebenen Parallelen entstehenden Segmente, beyde zugleich auf der rechten oder zugleich auf der linken Seite der gegebenen zwey Puncte, oder endlich das eine Segment auf der rechten, das andre auf der linken Seite, auf doppelte Weise zu liegen kommen. Schneiden zweytens die gegebenen Linien einander, so liegt der gegebene Punct innerhalb irgend eines der Winkel, und die beyden Linien können auf fünf verschiedene Weisen geschnitten werden, je nach der Lage der schneidenden Linie gegen die gegebenen zwey Puncte; welche ebenfalls entweder beyde überhalb des Durchschnittspunctes liegen können, oder von ihnen nur einer, oder gar keiner. Von den aus allen diesen Combinationen entspringenden Fällen betrachtet das erste Buch die Fälle bey Parallelen, und bey sich schneidenden Linien diejenigen, wo die in den gegebenen Linien gegebenen

zwey Puncte in ihrem gemeinsamen Durchschnitts-puncte zusammenfallen. Die übrigen mannigfaltigen Fälle bey schneidenden Linien betrachtet das zweyte Buch.

Die Bücher de Sectione spatii waren mit dem vorhergehenden eines fast durchaus analogen Inhalts. Bey ebendenselben Voraussetzungen in Ansehung der zwey gegebenen geraden Linien, der zwey gegebenen Puncte in denselben, und des dritten gegebenen Punctes außerhalb derselben, wurde hier verlangt, die Linie so zu ziehen, daß die Segmente ein Rechteck geben, welches einem gegebenen gleich ist.

Die in den Büchern de Sectione determinata behandelte Aufgabe verlangt, in einer geraden Linie, in der Puncte gegeben sind, einen andern Punct so zu bestimmen, daß die Quadrate oder Rechtecke der Segmente ein gegebenes Verhältniß haben. Die Segmente sind hier die Stücke der geraden Linie, welche jedesmal von einem der gegebenen Puncte und dem gesuchten Puncte begränzt werden. Der Kürze halber will ich hier das Stück der geraden Linie, welches von dem ersten der gegebenen Puncte und dem gesuchten Puncte begränzt wird, das erste Segment nennen; dasjenige Stück der geraden Linie, welches von dem zweyten der gegebenen Puncte und dem gesuchten begränzt wird, das zweyte Segment; u. s. w.

Die Aufgabe läßt sich auf folgende drey Fälle zurückbringen.

1. Es sind in der geraden Linie zwey Puncte gegeben. Man soll einen dritten Punct finden, so

daß das Quadrat des ersten Segments zu dem Quadrate des zweyten Segments ein gegebenes Verhältniß habe, der dritte Punct mag zwischen den beyden gegebenen Puncten, oder außer den beyden, auf der rechten oder linken Seite derselben liegen sollen. In der Folge wird statt des Verhältnisses der Quadrate der Segmente das Verhältniß des Rechteckes aus dem ersten Segment und einer gegebenen geraden Linie zum Quadrat des zweyten Segments, oder das Verhältniß des Quadrates des ersten Segments zum Rechtecke aus dem zweyten Segment und einer gegebenen geraden Linie genommen.

2. In einer geraden Linie sind drey Puncte gegeben. Man soll einen vierten Punct finden, so daß das Quadrat des ersten Segments zum Rechtecke aus dem zweyten und dritten Segment; oder das Quadrat aus dem zweyten Segment zum Rechtecke aus dem ersten und dritten Segment; oder das Rechteck aus dem ersten und zweyten Segment zum Rechtecke aus dem dritten Segment und einer gegebenen geraden Linie, ein gegebenes Verhältniß haben; welche Lage auch der vierte Punct gegen die drey gegebenen Puncte in der geraden Linie haben mag.

3. Es sind in der geraden Linie vier Puncte gegeben. Man soll einen fünften Punct finden, so daß das Rechteck aus dem ersten und zweyten Segment zum Rechtecke aus dem dritten und vierten Segment ein gegebenes Verhältniß habe; oder das Rechteck aus dem ersten und dritten Segment zum

Rechtecke aus dem zweyten und vierten, u. s. w. welche Lage auch der fünfte Punct in der geraden Linie gegen die vier gegebenen habe.

Die große Mannigfaltigkeit der Fälle, welche aus der verschiedenen Lage des zu findenden Punctes gegen die gegebenen zwey, drey oder vier Puncte entspringen, ist klar. Zudem wird noch Rücksicht genommen auf das gegebene Verhältniß, welches ein Verhältniß der Gleichheit, oder einer kleinern Größe zu einer größern, oder umgekehrt seyn konnte. Hiernach wird die Aufgabe bald möglich, bald unmöglich; und es mußten die Fälle bestimmt werden, für welche die Aufgabe als vollkommen aufgelößt anzusehen ist. Durch eine solche umständliche Behandlung konnte sie also zwey Bücher anfüllen, welche zusammen 51 Lemmata und 83 Theoreme enthielten. Das erste Buch umfaßte die beyden erstern Fälle, das zweyte Buch den dritten Fall.

Pappus meldet, daß Apollonius die Auflösungen auf zweyerley Weise gegeben habe; zuerst auf gewöhnlichem Wege und indem er sich bloß der geraden Linien bedient habe, so wie Euklides im zweyten Buche seiner Elemente; hierauf aber auch auf eine mehr sinnreiche und unterrichtende Weise durch Anwendung der Halbkreise bey seinen Constructionen.

Die Bücher de Tactionibus behandeln folgende Aufgabe. Wenn von Puncten, geraden Linien und Kreisen beliebig drey in einer und derselben Ebene der Lage nach gegeben sind, einen Kreis zu beschreiben, welcher durch jeden der Puncte, wofern näm-

lich unter den drey Gegebenen auch Puncte sind, geht, und zugleich jede der gegebenen Linien berührt.

Diese Aufgabe umfaßt, wie die vorigen, eine große Mannigfaltigkeit von Fällen. Die drey Gegebenen können seyn: drey Puncte; drey gerade Linien; zwey Puncte und eine gerade Linie; zwey gerade Linien und ein Punct; zwey Puncte und ein Kreis; zwey Kreise und ein Punct; zwey Kreise und eine gerade Linie; ein Punct, eine gerade Linie und ein Kreis; zwey gerade Linien und ein Kreis; drey Kreise. Von diesen zehn Hauptfällen, meldet Pappus, habe Apollonius der beyden ersten Auflösung aus dem vierten Buche der Euklidischen Elemente als bekannt vorausgesetzt, und zwar für den zweyten Fall, in so fern die drey geraden Linien als einander schneidend angenommen werden, wo diese Aufgabe mit der von der Beschreibung eines Kreises in einem Dreyecke einerley ist. Mit der Auflösung des dem zweyten untergeordneten Falles, wo von den drey gegebenen geraden Linien zwey als parallel angenommen werden, habe er daher den Anfang gemacht, und im ersten Buche dieses Werks die sechs folgenden Fälle, im zweyten die beyden letztern behandelt. Noch bemerkt Pappus, daß diesem Werk eine ähnliche Abhandlung einer verwandten und in die vollständige Lehre de Tactionibus einleitenden Aufgabe (ob vom Apollonius selbst oder einem andern alten Geometer verfaßt, bleibt aus des Pappus Worten undeutlich) angehöre; welche aber von den meisten Herausgebern weggelassen sey. Diese Aufgabe war: Wenn von Puncten, geraden Linien und Kreisen beliebig zwey in

einerley Ebene der Lage nach gegeben sind, einen der Größe nach gegebenen Kreis zu beschreiben, welcher durch jeden der Puncte, wofern nämlich solche auch gegeben sind, geht, und zugleich jede der gegebenen Linien berührt.

Das Werk des Apollonius de Tactionibus hat zwar nicht, wie seine übrigen verlohrnen, das Glück gehabt, in seiner ganzen Vollständigkeit und in der strengen Methode der Alten wiederhergestellt zu werden. Dagegen hat es, durch die Bemühungen vieler großen Geometer der drey letzten Jahrhunderte um die Hauptaufgabe und andre verwandte desto mehr Celebrität erlangt; besonders da fast alle Versuche durch den algebraischen Calcul auf sehr verwickelte Schwierigkeiten führten, die geometrische Analysis gegentheils Auflösungen von ungemeiner Eleganz und Einfachheit darbot. Herr Camerer hat daher seiner Ausgabe des griechischen Textes der Lemmata und der Vietaischen Restitution eine sehr lehrreiche Geschichte dieser Aufgabe vorangesetzt.

Die Bücher de Inclinationibus betreffen folgende Aufgabe: Wenn zwey Linien der Lage nach gegeben sind, zwischen ihnen eine gerade Linie von gegebener Größe einzutragen, welche durch einen gegebenen Punct geht, oder ihn in ihrer Verlängerung trifft. — Eine Linie durch einen Punct legen, oder sie so zu legen, daß sie verlängert den Punct trifft, hieß in der Sprache der alten Geometer, eine Linie gegen den Punct neigen (νεύειν, inclinare). Daher die Ueberschrift dieser Bücher. Nach des Pappus Bemerkung hatte Apollonius in dieser Schrift sich

bloß auf gerade Linien und Kreise, als gegebene, und zwar auf solche Lagen derselben und des gegebenen Puncts eingeschränkt, für die das Problem, nach den Ausdrückungen der Alten, ein planum wird. In seiner ganzen Allgemeinheit genommen, würde es auch bald ein solidum, bald ein lineare seyn, also Constructionen andrer krummen Linien erfordern, welche Apollonius hier nicht habe voraussetzen wollen. Das erste Buch enthielt die Fälle, wo zwey gerade Linien, die mit einander einen Winkel machen, oder ein Halbkreis und eine gerade Linie (welche auf des Halbkreises Durchmesser lothrecht steht) gegeben sind. Unter den einzelnen Aufgaben, die Pappus hier anführt, ist folgende: Ein Rhombus ist gegeben, dessen eine Seite verlängert ist; man verlangt, innerhalb des äußern Winkels eine gerade Linie von gegebener Größe einzutragen, welche verlängert durch des gegenüberstehenden Winkels (im Rhombus) Spitze geht. Das zweyte Buch enthielt die Fälle, wo zwey Halbkreise gegeben sind (deren Durchmesser in einer geraden Linie liegen).

Die Bücher de Locis planis (von den ebenen Oertern) endlich enthalten ein vollständiges System von Sätzen über Eigenschaften der geraden Linie und des Kreises, als geometrische Oerter betrachtet; und entwickeln daher alle Bedingungen geometrischer Constructionen, welche nur durch gerade Linien und Kreise ausführbar sind; also daß alle Aufgaben, deren Auflösung auf Durchschneidungen gerader Linien oder der Kreislinien beruht, sich auf Constructionen dieser ebenen Oerter zurückbringen lassen, wo

dann diese Bedingungen über die Möglichkeit der vorgelegten Aufgabe entscheiden. Man ersieht hieraus, welchen allgemein wichtigen Gebrauch diese Bücher des Apollonius für die Analysis der Alten hatten. Beyde Bücher zusammen enthielten 147 Theoreme und 8 Lemmata. Im ersten Buche wird zuerst von den ebenen Oertern des Endpunctes einer von zwey geraden Linien gehandelt. — Wenn von einem oder zwey Puncten zwey gerade Linien unter gewissen Bedingungen gezogen sind, und der Endpunct einer dieser Linien ein der Lage nach gegebener ebener Ort ist: so wird auch der Endpunct der andern ein der Lage nach gegebener ebener Ort seyn. Z. B. Es sind von dem Puncte P mehrere Paare gerader Linien in dieser Ordnung PA, PB, Pa, Pb gezogen (PA und Pa, PB und Pb sind die zusammengehörigen). Die Winkel, welche jedes Paar der Linien zusammen machen, sind alle von unveränderlicher Größe (APa = BPb). Endlich ist das Verhältniß PA : Pa = PB : Pb unveränderlich. Sind nun die Endpuncte A, B ein der Lage nach gegebener ebener Ort, sind die Endpuncte a, b ein eben solcher der Lage nach gegebener Ort, d. h. liegen die Endpuncte A, B in einer geraden Linie, so liegen die Endpuncte a, b ebenfalls in einer geraden Linie; liegen jene in einem Kreisbogen, so liegen diese ebenfalls in einem Kreisbogen. — Ferner: Durch einen gegebenen Punct sind mehrere gerade Linien gelegt; dieser gemeinschaftliche Punct theilt jede der geraden Linien in zwey Stücke oder Segmente; das Rechteck aus je zweyen solchen in einer geraden Linie

liegenden Segmenten ist von gegebener unveränderlicher Größe. Nun liegen aber die unterhalb des gegebenen gemeinschaftlichen Punctes befindlichen Endpuncte der geraden Linien in einer der Lage nach gegebenen geraden Linie. Alsdann werden die andern entgegenstehenden (oberhalb des gegebenen gemeinschaftlichen Punctes befindlichen) Endpuncte der geraden Linien in der Peripherie eines der Lage nach gegebenen Kreises seyn. Dies ist der 8. Satz der Simsonschen Ausgabe, und der umgekehrte des oben angeführten ersten Euklidischen Porisma. Die übrigen Sätze des ersten Buches betreffen hauptsächlich den ebenen Ort des gemeinschaftlichen Endpunctes (Durchschnittspunctes) zweyer oder mehrerer geraden Linien, welche von gegebenen Linien aus unter gewissen Bedingungen gezogen sind. Das zweyte Buch enthält Sätze von den ebenen Oertern des gemeinschaftlichen Endpunctes (Durchschnittspunctes) zweyer oder mehrerer geraden Linien, die aus zwey oder mehreren gegebenen Puncten unter gewissen Bedingungen gezogen sind. Z. B. im 2. Satze: Wenn von zwey gegebenen Puncten aus zwey gerade Linien gezogen sind, die in einem gemeinschaftlichen Endpuncte, als Durchschnittspuncte, zusammentreffen, und die geraden Linien in einem gegebenen unveränderlichen Verhältnisse sind, welches kein Verhältniß der Gleichheit seyn darf: so liegt dieser ihr Durchschnittspunct in einer der Lage nach gegebenen Kreislinie. Im 5. Satze: Wenn von einer beliebigen Anzahl gegebener Puncte aus gerade Linien also gezogen sind, daß sie in einem gemeinschaftlichen

Endpuncte, als Durchschnittspuncte, zusammentreffen, und die Summe der über sie beschriebenen der Art nach gegebenen Figuren einem Raume von gegebener unveränderlicher Größe gleich ist: so liegt dieser ihr Durchschnittspunct in einer der Lage nach gegebenen Kreislinie.

Drittes Capitel.

Ursprung und Fortgang der Mechanik.

Die Alten haben den organischen Theil der mechanischen Werk- oder Rüstzeuge zu einem Grade von Kunstfertigkeit und Vollkommenheit gebracht, welcher noch um so mehr zu bewundern ist, da die theoretischen Grundlehren derselben erst sehr spät ihnen bekannt geworden sind. Vitruvius zählt in seinem zehnten Buche verschiedene sehr sinnreiche Maschinen auf, welche seit undenkbaren Zeiten schon im Gebrauch waren. Man sieht daraus, daß sie, um Lasten zu heben oder zu verführen, größtentheils dieselben Mittel anwandten, deren wir uns noch heutiges Tages bedienen; z. B. Erdwinden, Flaschenzüge, Krahne, geneigte Ebenen u. s. w. Die Schwierigkeiten ließen Hülfsmittel entstehen. Wenn z. B. der Architect Ktesiphon, dem der Bau des Tempels zu Ephesus *) aufgetragen war, die Säu-

*) Die Zeit der Erbauung des Tempels zu Ephesus ist nicht bekannt. Man weiß, daß er von Herostratus in der Nacht, da Alexander gebohren wurde, also im Jahre 356 vor Christi Geburt, angezündet wurde. B.

len, welche dieses ungeheure Gebäude tragen oder zieren sollten, in dem Steinbruche selbst hatte behauen lassen, und dieselben nun nach Ephesus geschafft werden mußten: so sah er ein, daß wenn er sie auf einen gewöhnlichen Wagen legen ließ, ihr übermäßiges Gewicht die Räder in die Erde fest eindrücken, und die Bewegung unmöglich machen würde. Er nahm daher zu einem andern sehr einfachen Mittel seine Zuflucht. Er ließ an den Mittelpuncten der entgegengesetzten Basen einer Säule zwey starke eiserne Bolzen befestigen, welche in zwey lange Stücke von Holz, die durch ein Queerstück mit einander verbunden waren, genau einpaßten. Alsdann wurde durch Ochsen, welche man vor diese Art von Gestelle spannte, die Säule leicht fortgerollt. Durch eine ähnliche Vorrichtung ebenen wir Terrassen, Gärten ꝛc. Als ebenfalls Metagenes, Ktesiphons Sohn, der den Bau des Tempels zu Ephesus fortsetzte, die Steine, welche zu den Architraben des Tempels dienen sollten, nach Ephesus zu verführen hatte: so ließ er diese Steine zwischen zwey Rädern befestigen, welche zwölf Fuß im Durchmesser hatten, und durch ihre Nähe gleichsam nur einen und denselben Cylinder ausmachten. *)

Ich könnte eine Menge anderer Beyspiele von der Erfindungskraft der Alten in der praktischen Mechanik anführen. Die Kriegskunst allein würde mehrere derselben darbieten. Es ist bekannt, daß

*) Vitruv. Arch. lib. X. cap. 6. Plin. H. N. lib. XXXVI. c. 21.

sie mit ihren Katapulten, Scorpionen, Balisten rc. einen Theil solcher schrecklichen Würkungen hervorbrachten, welche die Erfindung des Schießpulvers zum Unglück der Menschen nur zu sehr erleichtert hat.

Nicht eben so glücklich sind die Alten in der Theorie der Mechanik gewesen. Aus einigen Schriften des Aristoteles *) sieht man, daß dieser Philosoph und höchst wahrscheinlich alle seine Vorgänger über die Natur des Gleichgewichts und der Bewegung verwirrte und selbst falsche Begriffe hatten.

Statik oder Theorie des Gleichgewichts.

Die wahre Theorie des Gleichgewichts der Maschinen geht nicht über Archimed's Zeitalter hinauf. Diesem großen Geometer verdanken wir die Elemente dieser Lehre. In seinem Buche de Aequiponderantibus betrachtet er eine Wage, welche durch eine Unterlage erhalten wird und in jeder Schale ein Gewicht trägt. Indem er den Satz zum Grunde legt, daß wenn die beyden Arme der Wage gleich sind, die beyden Gewichte, welche im Gleichgewichte seyn sollen, auch gleich seyn müssen; zeigt er in der Folge, daß wenn einer der Arme verlängert wird, das an demselben angebrachte Gewicht in demselben Verhältnisse vermindert werden muß. Daraus folgert er allgemein, daß zwey an ungleichen Armen einer Wage aufgehan-

*) M. vergl. d. Zus.

gene Gewichte, die im Gleichgewichte sind, den Armen der Wage umgekehrt proportionirt seyn müssen. Dieser Grundsatz schließt bekanntlich die ganze Theorie vom Gleichgewichte des Hebels und der auf diesen sich gründenden Maschinen in sich. Da Archimedes weiter bemerkt hatte, daß die beyden Gewichte auf die Unterstützung der Wage denselben Druck hervorbringen, als wenn sie an derselben unmittelbar angebracht wären: so gelangte er, indem er diese Substitution in Gedanken vornahm, und die Summe der beyden Gewichte mit einem dritten Gewicht verband, zu derselben Folgerung für die Verbindung dreyer, als er für die der erstern zwey gefunden hatte, u. s. f. Hieraus zeigt er zunächst, daß in einem jeden Systeme kleiner Körper, oder in jedem großen Körper, der als ein solches System angesehen wird, ein allgemeiner Mittelpunct der Kraft, den man den Mittelpunct der Schwere (Schwerpunct) nennt, vorhanden ist. Er wendet diese Theorie auf Beyspiele an: er bestimmt die Lage des Schwerpuncts in dem Parallelogramme, in dem Dreyecke, in dem geradlinichten Trapezium, in dem Flächenraume der Parabel, in dem parabolischen Trapezium 2c.

Man schreibt ihm noch die Theorie der geneigten Ebene zu, des Flaschenzuges und der Schraube. Er hatte eine Menge zusammengesetzter Maschinen erdacht; aber er vernachlässigte es, sie zu beschreiben, und es ist, so zu sagen, von ihnen nur der Ruf noch vorhanden.

Ueber den Zustand, worin sich damals die

Theorie der Mechanik befand, kann man aus der großen Verwunderung urtheilen, worin er den König Hiero, seinen Verwandten, versetzte, als er gegen ihn behauptete, daß er mit einem festen Puncte die Erdkugel aufheben wollte: *Da mihi ubi consistam, et terram dimovebo.* *) Dieser Satz ist indessen nur eine sehr einfache Folgerung aus dem Gleichgewichte des Hebels: wenn man nämlich einen der Arme verlängert, und im Verhältniß das an seinem Ende angebrachte Gewicht vermindert, so kann man das Gleichgewicht zu einem jeden Gewichte hervorbringen, das an dem kürzesten Arme angebracht ist.

Wenn Archimedes nur der erste Geometer seines Jahrhunderts gewesen wäre, so hätte er, bey dem Besitze dieser hohen Urkunde des Ruhmes, in Dunkelheit leben und sterben können. Aber durch seine Maschinen erwarb er sich das außerordentlich-

*) Papp. lib. VIII. prop. 10. Um dem Könige Hiero eine Probe seiner Behauptung zu geben, soll Archimedes mit Hülfe seiner Maschinen allein ein schweres Lastschiff vom Lande ins Wasser gebracht haben. Plutarch. in Marcello pag. 306. Athenaei Deipnosoph. lib. V. cap. 10. Nach Athenäus bediente er sich hierzu einer Schraube ohne Ende, deren Erfindung ihm ebenfalls gebührt. Von seinen vielen Erfindungen fast in allen Theilen der damaligen praktischen Mechanik sind verschiedene von Hero und andern nachher in einzelnen Schriften erläutert und nachgeahmt worden; aber auch mit diesen Schriften verlohren gegangen. Von der Verfertigung seiner künstlichen Himmelskugel, die in Gedichten besungen worden ist, soll er eine eigene Schrift hinterlassen haben.

ste Ansehen. Hier sieht man, was die Achtung des gemeinen Haufens, das ist, fast der gesammten Menschenmasse lenkt. Unfähig, die Forschungen des Genies zu würdigen, bewundert die Menge denjenigen, welcher auf ihre Sinne und ihre Einbildungskraft durch neue und außerordentliche Schauspiele Eindruck macht. Archimedes war weit entfernt, seinen mechanischen Erfindungen einen solchen Werth beyzulegen. Wir wollen hiervon Plutarchs Erzählung in seinem Leben des Marcellus hören.*) Nachdem er der großen Zurüstungen Marcells zu Wasser und zu Lande erwähnt hat, und insbesondere seines reichen und vorzüglichen Vorraths an Kriegsmaschinen aller Art, mit denen der römische Feldherr zutrauensvoll die Belagerung von Syrakus begann: fährt er also fort: „Alle diese Zurüstun„gen des Marcellus kamen gegen Archimedes und „dessen Maschinen in keine Betrachtung. Von die„sen hatte dieser große Mann keine, als ein Werk „von Wichtigkeit, in eigentlich ernster Absicht an„geordnet, sondern sie waren größtentheils nur Ne„benarbeiten und gleichsam seine geometrischen Spiel„werke; indem vorlängst der König Hiero ihn mit „Eifer angetrieben und überredet hatte, etwas aus „seiner Wissenschaft von der abstracten Betrachtung „in die Würklichkeit überzutragen, und die Theorie, „auf irgend eine Weise durch die Erfahrung zum

*) Plut. opp. T. I. p. 305. sqq. Von seiner außerordentlichen Vertheidigung der Stadt Syrakus erzählen auch Polybius (lib. VIII.), Livius (lib. XXIV.) u. a.

„Nutzen des gemeinen Lebens angewandt, dem gro-
„ßen Haufen einleuchtender vor Augen zu legen."
In dem Verfolg dieser Stelle erzählt Plutarch, wie
sehr durch Archimeds Maschinen die Einnahme von
Syrakus verzögert ward. Darauf fährt er also
fort:

„Archimedes besaß bey einem solchen Reichthume
„von Erfindungen einen so hohen Sinn und solche
„Geistesgröße, daß er nicht zu bewegen war, von
„jenen Erfindungen, wodurch er den Ruf einer nicht
„menschlichen, sondern göttlichen Wissenschaft sich er-
„worben hatte, irgend eine Beschreibung zu hinter-
„lassen. Da er jene Wissenschaft des Maschinen-
„Baues und überhaupt jede Kunst, die auf Vortheile
„des Lebens abzweckt, für niedrig und verächtlich
„hielt: so widmete er allen seinen Eifer bloß solchen
„Gegenständen, in welchen das Schöne und Vor-
„treffliche rein von allem Nothwendigen vorhanden
„ist; welche mit andern jede Vergleichung verschmä-
„hen, und durch den Beweis mit der Materie um
„den Rang streiten, weil diese Größe und Schön-
„heit, jener aber ausnehmende Kraft und Genauig-
„keit gewährt. Denn es ist überhaupt nicht mög-
„lich, so schwere und verwickelte Gegenstände aus
„der Geometrie in einfacheren, lichtvolleren und rei-
„neren Sätzen darzustellen, als Archimedes dies in
„seinen Schriften geleistet hat."

Eben dieses Urtheil, welches Archimedes über
die Geometrie seiner Zeit fällte, würde er auch über
die großen neuern Entdeckungen in der Geometrie
und reinen Mechanik gefällt haben. Alle diese

Kenntnisse nehmen unbestritten den ersten Platz im Reiche der Wissenschaften ein. Man darf ihnen die praktische Mechanik nicht gleichstellen, da ein Mann, der zugleich ein großer Geometer und ein großer mechanischer Künstler war, auf eine so bestimmte Art sich dagegen erklärt. Diese letztere erfordert indessen oft viele Forschung und vielen Scharfsinn; und ein mechanischer Künstler vom ersten Range, wie Vaucanson, ist sicher ein seltnerer Mensch, und einer größern Achtung werth, als ein bloß gelehrter Geometer ohne Erfindungsgeist.

Zur Vollendung der Statik war nichts weiter übrig, als die Grundlehren, welche Archimedes für das Gleichgewicht des Hebels gegeben hatte, weiter zu entwickeln und allgemeiner zu machen. Es leidet keinen Zweifel, daß er selbst den Geist dieser Grundlehren auf die zahlreichen Maschinen ausgedehnt hat, welche er erfunden hatte, und von denen er keine Beschreibung hinterlassen wollte. Seine Nachfolger thaten in langer Zeit nichts weiter, als daß sie seinen Fußstapfen langsam folgten; und man findet nicht, daß sie die Statik durch irgend einen etwas erheblichen Lehrsatz bereichert hätten. Durch Zusammenstellung bekannter Grundlehren brachten sie indessen von Zeit zu Zeit eine große Zahl für die menschliche Gesellschaft sehr nützlicher Maschinen hervor.

Mechanik oder Theorie der Bewegung.

Die Alten haben von der Theorie der Bewegung nur die allerersten Grundbegriffe gehabt. Sie

kannten nur die allgemeinen Eigenschaften der gleichförmigen Bewegung. Sie wußten (was ein wenig Nachdenken und der bloße gesunde Menschenverstand Jedermann lehren konnten), daß ein Körper sich um desto geschwinder bewegt, je einen größern Raum er in weniger Zeit durchläuft, oder in andern Worten, daß die Geschwindigkeit durch das Verhältniß der Zahl der Maße des durchlaufenen Raumes zur Zahl der Maße der Zeit ausgedrückt wird; daß die von zwey Körpern gleichförmig durchlaufenen Räume sich überhaupt verhalten, wie die Producte aus den Zeiten in die Geschwindigkeiten; so daß, wenn die Zeiten gleich sind, die Räume sich wie die Geschwindigkeiten, und wenn die Geschwindigkeiten gleich sind, die Räume sich wie die Zeiten verhalten. Aber so einfache und leichte Kenntnisse können nicht als eine Wissenschaft angesehen werden. Die wahre Mechanik der Bewegung ist diejenige, welche die Theorie der veränderlichen Bewegung und die Gesetze der Mittheilung der Bewegung zum Gegenstande hat. Diese war in ihrem Zustande der Allgemeinheit für die Geometrie der Alten unzugänglich. Sie gehört ganz und gar der Neuern zu.

Zusätze zum dritten Capitel.

Unter den Mathematikern vor Archimedes, die sich um die Mechanik Verdienste erworben haben, wird Archytas gewöhnlich zuerst genannt. Die Nachrichten der Alten hierüber sind aber zu unbefriedigend, um eine Anführung zu verdienen; und des Gellius Erzählung (Noct. Att. lib. X. c. 12.) von seiner fliegenden Taube hat wenig Glaubwürdigkeit.

Aristoteles zeigt zuerst (besonders in seinen Quaest. mechan.) richtige Einsichten von den ersten Grundlehren dieser Wissenschaft. Er lehrt schon das Gesetz von der Zusammensetzung der Bewegung, und gibt davon einen sehr befriedigenden Beweis (in dem angef. Werke cap. 1.). Zur Erklärung der einfachen Maschinen schickt er Betrachtungen über den Kreis und dessen wundersame Eigenschaften in Absicht auf Bewegung voraus. Sein Hauptprincip ist, daß von zweyen Puncten im Kreise von eben derselben Kraft der vom Mittelpuncte am weitesten entfernte schneller bewegt wird, als der nähere. In zweyen verschiedenen Kreisen verhalten sich daher die Ge-

schwindigkeit und Leichtigkeit der Bewegungen, wie die Umkreise oder wie die Durchmesser. Die Lehren vom Kreise wendet er auf die Wage (deren Balken man sich gebogen denken muß, nach der in Griechenland gewöhnlichen Einrichtung der Wage) an, und leitet aus der Wage den Hebel ab. Ferner handelt er vom Keile, Walze, Haspel, Rolle, Flaschenzug rc. (die Schraube kommt nicht vor), deren Würkungen er aus den Lehren vom Hebel rc. zu erklären sucht. Eine genaue Theorie derselben darf man indessen hier nicht erwarten. Beygemischt sind durchweg allerley anderweitige Fragen, die er zugleich erörtert; z. B. Warum Wagen mit längern Armen genauer sind, als mit kürzern? Warum man mit einem kleinen Steuerruder und geringer Kraft ein großes Schiff bewegen kann? Warum das aus einer Schleuder Geworfene weiter fliegt, als das aus der Hand Geworfene? Warum geworfene Dinge nach einiger Zeit aufhören sich zu bewegen? u. dergl. m. Der Anordnung des Ganzen fehlt durchaus die eigentlich mathematische Form, so wie den Beweisen, deren Stelle oft bloß ein so genanntes philosophisches Raisonnement vertritt; auch ist die Unvollkommenheit der damaligen physisch-mathematischen Kenntnisse überall sichtbar.

Des Archimedes Werk de Aequiponderantibus, dessen Hauptinhalt oben angegeben ist, ist also als das erste eigentlich mathematische System der Statik anzusehen. Archimedes sah zuerst ein, daß der Hebel als ein für sich bestehendes Theorem auch eines eigenen Beweises bedürfe. Auf Erinnerungen,

die sich indessen noch gegen jenen Beweis machen lassen, hat schon Barrow aufmerksam gemacht. S. Archimed. opp. per Barrow, Lond. 1675. praefat. lib. I. de Aequipond. und Schol. ad prop. VI. Merkwürdig ist es auch, daß, da der Schwerpunct der Hauptgegenstand dieses Werkes ist, doch nirgends eine Definition von demselben sich findet. Barrow ist daher der nicht ganz unwahrscheinlichen Meynung, daß überhaupt diese zwey Bücher des Archimedes entweder nicht frey von Verstümmelungen sich erhalten haben, oder daß Archimedes an sie nicht die vollendende Hand gelegt habe, wie er bey seinen andern Schriften gethan hat.

Der Vorgang und das Beyspiel des Archimedes, und der große Ruf der von ihm erfundenen Maschinen mußten sehr auf den Eifer der folgenden Mathematiker für die Vervollkommnung der Mechanik würken. Zu Rhodus, zu Alexandrien und zu Pergamus waren berühmte Schulen dieser Wissenschaft, welche an den letztern Orten durch die Freygebigkeit der Könige unterstützt wurden. Der Gewinn für die Theorie war indessen nur gering, und Hero von Alexandrien fast der einzige, der, mit tiefen mathematischen Einsichten ausgerüstet, als ein würdiger Nachfolger des Archimedes dieselbe weiter zu begründen strebte. Seine εἰσαγωγὰι μηχανικὰι waren das vollständigste Werk, welches die Alten über die Theorie dieser Wissenschaft aufzuweisen hatten. Allein schon Pappus, der im achten Buche seiner Collect. math. über Mechanik, außer Archimeds Büchern und einer ähnlichen Schrift des Philo, be-

sonders dieses Werk des Hero benutzt hat, beklagt sich bitter über die großen Verstümmelungen, welche dieses Werk, so wie die ähnlichen Schriften der genannten Verfasser, in Abschriften erlitten hatte. Was uns also von jenem Werke noch übrig ist, kann man annehmen, ist in dem achten Buche des Pappus enthalten. In demselben kommen nun vornehmlich folgende Sätze vor. Im achten und neunten Satze wird von der schiefen Ebene gehandelt, wo er folgende Aufgaben auflößt: 1) Eine Ebene gegen eine andre horizontale unter einem gegebenen Winkel geneigt machen, wo die geneigte einen gegebenen Punct in der horizontalen trifft. Wenn eine Ebene gegen eine andre horizontale geneigt ist, den Neigungswinkel zu finden. 2) Wenn der Neigungswinkel einer Ebene gegen eine andre horizontale, und die Kraft, mit der eine gegebene Last auf der horizontalen Ebene bewegt wird, gegeben sind: die Kraft zu finden, mit der die Last auf der geneigten Ebene bewegt wird. Im zehnten Satze: Eine gegebene Last mit einer gegebenen Kraft bewegen. Diese Aufgabe wird als des Archimedes vierzigste mechanische Erfindung aufgeführt, wobey er gesagt haben soll: Da mihi ubi consistam, et terram dimovebo. Hero hatte diese Aufgabe in einer eigenen Schrift, τὸ βαρυουλκὸν sehr deutlich aufgelößt. Pappus folgt dem Hero, nur statt daß im Exempel beym Hero eine Last von 1000 Talenten durch eine Kraft von 5 Talenten zu bewegen war, nimmt er kleinere Zahlen, die Last von 160 Talenten und die Kraft von 4 Talenten. Dies soll geschehen durch eine Zu-

sammenfügung von Rädern, wo eins in das Getriebe des andern greift. Das letzte Rad greift in eine Schraube ohne Ende. Die Kraft eines Menschen nimmt Pappus zu 4 Talenten an. Der vier und zwanzigste Satz betrifft die Schraube ohne Ende, und Pappus beschreibt des Hero Verfahren, eine Schraubenlinie zu construiren, die in die schiefen Zähne des Rades paßt.

Noch füge ich hier (aus des Pappus Vorrede) des Hero Gedanken über die Eintheilung und den Umfang der Mechanik bey, indem sich hieraus ein Schluß ziehen läßt auf den damaligen Zustand derselben und den etwanigen Werth, welchen die Bemühungen der alten Mechaniker für uns haben können. Nach Hero zerfällt die Mechanik in zwey Haupttheile, einen rationalen (theoretischen) und einen praktischen. Der erste Theil betrifft die Gründe der Wissenschaft, und beruht auf Lehren der Geometrie, Arithmetik, Astronomie und Physik. Der zweyte Haupttheil betrifft die Ausübung, und setzt Kenntniß der Arbeiten in Metall und Holz, die Maurerkunst und Zeichenkunst, und in allen diesen Künsten Uebung in den Handgriffen voraus. Um ein vorzüglicher Erfinder und Baumeister mechanischer Werke seyn zu können, werde, außer natürlichem Scharfsinn und Erfindungsgabe, erfordert, daß man nicht nur die genannten Künste und Handwerke wohl verstehe, sondern auch mit den obigen vier Wissenschaften sich von Jugend auf beschäftigt habe. Von den vielen einzelnen Theilen der ausübenden Mechanik werden als die wichtigsten für den Nutzen

des gemeinen Lebens angegeben, die (bürgerliche) Baukunst, die Kunst des Baues der Hebmaschinen (ars manganaria), der Kriegsmaschinen und der Schöpfmaschinen. Ferner, der pneumatischen Maschinen, der automatischen, der Wasseruhren, der Sphären (Himmelskugeln) u. s. w.

Dieser ausübende Theil der Mechanik ward in den obengenannten Schulen bey weitem mit größerem Fleiße bearbeitet, und war zugleich dem Interesse der belohnenden Fürsten angenehmer. Auch hat die Nachwelt einige der hierher gehörigen Schriften von Vito, von Philo von Byzanz (das vierte und fünfte Buch seiner Mechanik), von Athenäus, welche sämmtlich den Bau der Kriegsmaschinen betreffen, von Hero von Alexandrien (seine Schriften von pneumatischen, automatischen und Geschütz-Maschinen) und von einigen andern mehr, welche, des Vitruvius Werk von der Baukunst ausgenommen, größtentheils kriegswissenschaftlichen Inhalts sind, der Erhaltung gewürdigt; dahingegen die theoretischen Schriften sämmtlich verlohren gegangen sind.

Viertes Capitel.

Ursprung und Fortgang der Hydrodynamik.

Wenn die Wissenschaft der Mechanik fester Körper in ihrer Ausbildung so langsam fortgerückt ist, so mußte dies mit der Wissenschaft der Hydrodynamik noch viel mehr der Fall seyn. Denn selbst vorausgesetzt, daß man so weit kam, die Bedingungen des Gleichgewichts und der Bewegung für ein jedes System fester Körper geometrisch bestimmen zu können: so würde doch nicht dieselbe Methode geradezu auf eine flüssige Masse, deren Elemente man weder der Zahl, noch der Gestalt, noch der Dichtigkeit nach kannte, haben angewendet werden können. Es war also nothwendig, daß die Erfahrung, oder eine den flüssigen Massen eigenthümliche Eigenschaft, eine, um mich so auszudrücken, Vereinigungsbrücke von einer Wissenschaft zur andern allererst gebildet hatte. Indem alsdann die Grundlagen der Hydrodynamik einmal gelegt waren, so konnten die von ihr abhängigen Probleme auf die Geometrie und auf die allgemeinen Gesetze des Gleichgewichts und der Be-

wegung zurückgeführt werden, wie dies bey der Mechanik der festen Körper geschehen war.

Hydrostatik.

Archimedes ist auch hier der erste, der die Grundgesetze der Hydrostatik, d. i. desjenigen Theiles der Hydrodynamik, welcher das Gleichgewicht flüssiger Massen zum Gegenstande hat, gelegt hat. *) Das Werk, welches er hierüber geschrieben hatte, ist nur in einer Uebersetzung, welche die Araber davon gemacht hatten, auf uns gekommen, welche wieder ins Lateinische übersetzt ist. In diesem Zustande ist es überschrieben: De humido insidentibus, und in zwey Bücher abgetheilt. Archimedes legt zum Grunde, daß wenn man annimmt, daß alle Theilchen eines Fluidums gleich und von gleichem Gewichte sind, jedes an seiner Stelle verbleiben oder daß die ganze Masse im Gleichgewichte seyn wird, wenn jedes Theilchen für sich in jeder Hinsicht nach allen Seiten hin gleich gedrückt wird. Diese Gleichheit des Drucks, worauf er den Zustand des Gleichgewichts wesentlich gründet, ist durch die Erfahrung bewiesen. In der Folge untersucht

*) Schon Aristoteles ist der Entdeckung der Gesetze der Hydrostatik ziemlich nahe gekommen. Die Erscheinung, daß einerley Körper im Wasser gewogen weniger wiege, als in freyer Luft, war ihm bekannt. Man sehe sein Werk de Coelo lib. IV. cap. 6. Die Erklärung aber, welche er von derselben gibt, ist nicht glücklich; auch scheint er diese seine Bemerkung nicht weiter ausgeführt und zur Anwendung gebracht zu haben.

der Verfasser die Bedingungen, welche Statt finden müssen, wenn ein auf einem Fluido schwimmender fester Körper in die Lage des Gleichgewichts kommen und in ihr verbleiben soll. Er zeigt, daß der Schwerpunct des Körpers und der Schwerpunct des eingetauchten Theiles in einer und derselben Verticallinie sich befinden müssen, und daß das ganze Gewicht des Körpers zu dem Gewichte derjenigen Portion des Fluidums, welche vorher die Stelle des eingetauchten Theiles einnahm, sich verhält, wie die specifische Schwere des Fluidums zur specifischen Schwere des Körpers. Er erläutert diese allgemeine Theorie durch verschiedene Beyspiele, die vom Dreyeck, vom Kegel, von der Paraboloide, u. a. hergenommen sind.

Man ersieht aus dem siebenten Satze des ersten Buchs sehr leicht, daß zwey Körper von gleichem Volumen (Raum-Inhalt), die beyde schwerer sind als das Fluidum, in welches sie getaucht sind, in demselben gleiche Theile von ihren Gewichten verliehren, oder daß umgekehrt zwey Körper an Volumen einander gleich sind, wenn sie in dem Fluidum gleiche Theile von ihrem Gewichte verliehren. Ich führe diesen Lehrsatz an, weil es die allgemeine Meynung der Mathematiker ist, daß Archimedes von demselben Gebrauch machte, um ein berühmtes Problem, welches ihm der König Hiero vorlegte, aufzulösen. *) Die Veranlassung dazu war folgende.

*) Die folgende Anekdote erzählen: Vitruv (Archit. lib. IX.

Aufgabe von Hiero's Krone.

Dieser Fürst hatte von einem Goldschmiede zu Syrakus eine Krone, welche nach der buchstäblichen Uebereinkunft von reinem Golde seyn sollte, verfertigen lassen. Weil er indessen argwöhnte, daß Silber dazu gethan wäre, so nahm er zum Archimedes seine Zuflucht, um ohne Beschädigung der Krone die Wahrheit herauszubringen. Es ist sehr wahrscheinlich, daß Archimedes auf folgende Weise dazu gelangte. Zuvörderst nahm er zwey Klumpen, den einen von reinem Golde, den andern von reinem Silber, von denen er einen jeden dem Volumen nach der Krone genau gleich machte, indem er deßhalb die drey Körper, nämlich die Krone, den Klumpen von Gold und den Klumpen von Silber, nach einander im Wasser wog, und von den beyden Klumpen von Gold und von Silber nach und nach etwas hinwegnahm oder zu ihnen hinzusetzte, so lange bis jedes derselben genau denselben Theil von seinem Gewichte verlohr, als die Krone von dem ihrigen. Nachdem diese vorgängige Operation geschehen war, wog Archimedes dieselben drey Körper außer dem Wasser oder in freyer Luft; und da er nun gefunden hatte, daß die Krone weniger wog als der Klumpen von Gold und mehr als der Klum-

cap. 3.), der Verfasser des Gedichts de Ponderibus et Mensuris (vers. 125. ff.), Plutarch (in d. Schrift non posse suaviter vivi sec. Epicur. pag. 1094. ed. Francof.), Proklus (in I Euclid. pag. 18.).

pen von Silber: so schloß er, daß sie weder von reinem Golde, noch von reinem Silber, sondern eine Mischung dieser beyden Metalle wäre. Es kam nun nur darauf an, das Verhältniß der Mischung zu entdecken. Dieses fand er durch eine sehr einfache Rechnung, welche darin besteht, daß man den Theil von Gold und den Theil von Silber (welche in der Krone in Mischung waren) in demselben Verhältnisse setzt, wie der Ueberschuß des Gewichtes der Krone über das Gewicht des Klumpens von Silber zum Ueberschuß des Gewichtes des Klumpens von Gold über das Gewicht der Krone. *)

Einige Schriftsteller erzählen, daß Archimedes, gerade im Bade sich befindend, als alle diese Ideen sich ihm entwickelten, vor Freude außer sich, aus demselben herausgegangen und ohne an seine Nacktheit zu denken durch die Straßen von Syrakus gelaufen sey, unter dem lauten Ausruf: Gefunden! Gefunden!

Ich habe die eben so ungerechte als verkehrte

*) Oder es ist $x : S - x = N : M$; wo S den Rauminhalt der Krone z. B. in Cubikzollen ausdrückt, x die Cubikzolle Gold, die in der Krone enthalten sind, also $S - x$ die des Silbers; N aber den Ueberschuß des Gewichtes der Krone über das Gewicht des gleich großen Silberklumpens, und M den Ueberschuß des Gewichtes des Goldklumpens über das Gewicht der Krone. So erhält man $x = \frac{S \cdot N}{M + N}$ für den Theil Goldes in der Krone, und $S - x = \frac{S \cdot M}{M + N}$ für den Theil Silbers in der Krone. Man sehe übrigens den Zusatz zu dies. Cap.

Absicht nicht, diese sinnreiche Entdeckung herabzuwürdigen. Aber ich will zu Gunsten einiger Leser bemerken, daß wenn die Krone, anstatt, was man voraussetzte, Gold und Silber allein zu enthalten, mehr als zwey Metalle enthalten hätte, z. B. Gold, Silber und Kupfer, man sie zu demselben Gewichte hätte annehmen können, indem man diese drey Metalle auf mehrerley verschiedene Weise unter einander verglich. Alsdann wäre die Aufgabe unbestimmt oder mehrerer Auflösungen fähig gewesen.

Archimeds Wasserschnecke.

Die Schraube des Archimedes (Wasserschnecke) ist eine sehr einfache hydraulische Maschine, welche um Wasser zu geringen Höhen zu erheben sehr bequem ist. Nach Diodors von Sicilien (lib. I. c 3.) Behauptung erfand Archimedes auf seiner Reise in Aegypten dieselbe, und man bediente sich ihrer, um Sümpfe, Flüsse rc. zu entwässern. Allein Vitruv,*) ein Zeitgenosse Diodors, führt sie unter den Entdeckungen des Archimedes, dessen großer Bewunderer er sonst war, nicht mit auf. Claude Perrault, der Uebersetzer und Erklärer Vitruvs, fügt bey dieser Gelegenheit die Bemerkung bey,

*) Er beschreibt die Einrichtung und den Bau derselben ausführlich lib. X. cap. 11., erwähnt aber des Archimedes, als Erfinders derselben, nicht. Nach Strabo war sie schon in den frühesten Zeiten in Babylon und Aegypten gebräuchlich. Strab. Geogr. lib. XVI. et XVII. pag. 738. et 807. ed. Casaub.

daß der von Diodor dieser Maschine beygelegte berühmte Gebrauch, welcher darin besteht, daß sie, um Aegypten bewohnbar zu machen, durch Ausschöpfung der Gewässer, von denen es sonst überschwemmt gewesen wäre, gedient hat, kann vermuthen lassen, daß sie viel älter, als Archimedes, gewesen ist. Hat diese Muthmaßung einigen Grund, so müssen wir nicht zu dem gesetzmäßigen Eigenthume des Archimedes eine Erfindung hinzufügen, die man ihm abstreiten kann. Er ist in andern Rücksichten zu reich, um nicht hier ein zweydeutiges Recht aufopfern zu können.

Hydraulische Maschinen von Ktesibius und Hero.

Ungefähr ein Jahrhundert nach Archimedes erfanden zwey Mathematiker aus der Schule zu Alexandrien, Ktesibius und sein Schüler Hero, die Pumpen, den gekrümmten Heber und den Springbrunnen, welchen man noch jetzt den Heronsbrunnen nennt. *) Man verdankt ganz besonders dem Ktesibius eine Maschine derselben Art, welche aus zweyen Saug- und Druckpumpen zusammengesetzt ist, so daß durch ihre wechselseitige Bewegung das

*) Die Beschreibung obiger Maschinen besitzen wir in einem Werke des Hero, Pneumatica s. Spiritalia (Vet. Mathematic. opp. pag. 145—232.). Die aus zwey Saug- und Druckpumpen zusammengesetzte Maschine beschreibt er pag. 180. ff. als eine, die zum Feuerlöschen gebraucht werde. Vitruvius beschreibt sie ebenfalls (Archit. lib. X. cap. 12.), aber ohne dieser Anwendung derselben zu erwähnen.

Wasser ohne Aufhören eingesaugt und in eine in der Mitte in die Höhe steigende Röhre gedrückt wird. Alle diese Maschinen haben, wie man jetzt weiß, zum Mittel des bewegenden Princips den Druck der Atmosphäre, welche das Wasser in dem leeren Raume erhebt, den der Stempel im Herauf- oder Herabsteigen hervorbringt. Die Würkungen, welche sie hervorbringen, sind sehr merkwürdig, und mußten anfangs gar außerordentlich erscheinen. So nahmen die Alten, welche nicht wußten, welcher Ursache sie jene zuschreiben sollten, zu ihrem großen System der verborgenen Beschaffenheiten ihre Zuflucht, welches zur Erklärung aller Erscheinungen der Natur so bequem ist. Das Wasser, sagten sie, steigt in den Pumpen, weil die Natur einen Abscheu vor dem Leeren hat, und so bald der Stempel sich erhebt, muß der verlassene Raum vom Wasser eingenommen seyn. Die ganze Physik der Alten war von diesen geheimen Kräften voll, welche man, je nachdem man es nöthig hatte, ins Unendliche abänderte, verschiedentlich modificirte. Man trug aus der moralischen Welt in die physische Ideen der Zuneigung und des Hasses über. Die himmlischen oder irdischen Körper hatten, einige gegen andre, Sympathie oder Antipathie; und man glaubte ein Phänomen zu erklären, wenn man ihm auf die eine oder die andre Weise unter der Herrschaft dieser eingebildeten handelnden Wesen seinen Platz anweisen konnte.

Wasseruhren der Alten.

Man leitet die Abmessung der Zeit durch die Klepsydren oder Wasseruhren bis von den Aegyptiern ab. Diese Uhren zeigten die Stunde durch allmähliche Erhebungen des Wassers an, welches in nach den Eintheilungen der Zeit abgemessenen Quantitäten in eine Vase trat; oder durch die Bewegung eines Zeigers, den das Wasser um den Mittelpunct eines Rades und Getriebes sich herumdrehen ließ. Ktesibius und mehrere andre Alte haben Maschinen dieser Art angegeben, worüber man im Vitruv *) nachsehen kann. Die Sanduhren wurden in der Folge in die Stelle der Wasseruhren gesetzt.

Das Schöpfrad, das Schaufelrad und Paternosterwerk sind hydraulische Maschinen, welche ebenfalls von den Alten auf uns gekommen sind. **) Man weiß indessen die Zeit nicht, wann sie in Gebrauch gekommen sind.

Hand- und Roßmühlen.

Vor der Erfindung der durch Wasser oder durch den Wind bewegten Mühlen bediente man sich der Stößel, um das Getreide zu zermalmen und zu Mehl zu machen. In der Folge gebrauchte man zwey Schleifsteine, den einen als untern und unbeweglichen, den andern als obern Laufer, welcher un-

*) Archit. lib. IX. cap. 9.

**) Vitruv. Archit. lib. X. cap. 9 et 10.

mittelbar durch die Kraft der Arme getrieben wurde, oder mit Hülfe eines Stricks, der um eine Winde ging. Daher erhielten diese Mühlen die Namen Handmühlen, Roßmühlen. Bey den Römern waren sie von dem Ursprunge der Republik an in großem Gebrauch, und ohne Zweifel hatten sie dieselben von alten Völkern erhalten. Die Franzosen unter ihren Königen des ersten Stammes bedienten sich derselben ebenfalls mit Erfolg. In der Folge hat man sie zu sehr aufgegeben. Denn sie können nicht bloß beym Stillstand der Wasser- und Windmühlen, zu den Zeiten großer Kälte oder Windstille, die Stelle dieser vertreten; sondern sie können noch in einer belagerten Stadt nützlich seyn; sie können Kräfte, welche durch die in Gefängnissen großer Städte sitzenden starken Menschen verlohren sind, zum Nutzen des Staats in Anwendung bringen.

Wasser- und Windmühlen.

Ein Epigramm in der griechischen Anthologie hat zu der Meynung Veranlassung gegeben, daß die Wassermühlen zu Augusts Zeiten wären erfunden worden.*)

*) Das erwähnte Epigramm wird dem Antipater von Thessalonich zugeschrieben, der, nach Salmasius Behauptung, zur Zeit des Cicero gelebt hat. Es ist zuerst herausgegeben von Salmasius in dessen Historiae august. scriptores. T. I. p. 857. Man sehe auch Salmas. ad Solinum p. 416. Hierauf von Boivin in Mémoires de l'Acad. T. III. p. 391.; von Brunk in Analecta vet. Graecor. T. II. p. 119.; u. von H. Jakobs in Anthologia graeca T. II. p. 105.

Allein Vitruv *) der damals lebte, sagt in seiner Beschreibung derselben keineswegs, daß sie noch eine neue Erfindung wären. Sie waren also wahrscheinlicherweise lange vorher bekannt.

Die Windmühlen sind viel später in Gebrauch gekommen.**) Einige Schriftsteller behaupten, daß

*) Vitruvs Beschreibung findet man lib. X. cap. 10. Es ist ein Schöpfrad, an dessen Welle noch ein bezahntes Rad vertikal stehend befestigt ist. Neben diesem vertikalen Rade ist ein gleichfalls bezahntes horizontales Rad angebracht, an dessen Axe oben die Haue befestigt ist, welche den Läufer faßt und bewegt. Von der Erfindung der Wassermühlen handelt H. Beckmann in s. Beyträgen zur Geschichte der Erfindungen. 2. B. 1. St. Wenn gleich unter August und den folgenden Kaysern die Wassermühlen in Rom schon gebräuchlich waren, so blieben doch, bey der großen Anzahl Sklaven und deren wohlfeilen Unterhaltung, die Hand- und Roßmühlen noch über dreyhundert Jahre nach August sehr gemein. Erst nach Einführung des Christenthums, da die Sklaven seltner wurden, hörte man allmählich auf, Mühlen von Menschen treiben zu lassen. Unter Honorius und Arcadius ums J. 398 kommen die ältesten Gesetze vor, welche zum Schutz der Wassermühlen, als einer noch neuen öffentlichen Anstalt gegeben wurden. Als im J. 536 Belisarius von Vitiges, dem Könige der Gothen, in Rom belagert ward, und dieser die Wasserleitungen Roms, welche auch die Mühlen trieben, verstopfen ließ, machte Belisarius zuerst den Versuch, Schiffmühlen auf der Tiber anzulegen, welche vom Strome getrieben wurden; welches vollkommen gelang. Hierdurch wurde der Gebrauch der Wassermühlen sehr erweitert, und sie wurden bald über ganz Europa bekannt.

**) Höchst wahrscheinlich waren den Römern die Windmühlen noch nicht bekannt. Wo sie zuerst eingeführt sind, ist nicht ausgemacht. Gewiß ist es indessen, daß sie schon vor den Kreuzzü-

die Franzosen sie im sechsten Jahrhundert der christlichen Zeitrechnung erfunden haben. Andre sagen, daß sie durch die Kreuzzüge aus dem Morgenlande zu uns gebracht sind, wo sie schon aus einem hohen Alterthume her üblich waren, und wo man sie den Wassermühlen vorzieht, weil Quellen und Flüsse in diesen Gegenden weniger häufig sind, als in Europa. Mögen wir sie nun erfunden oder von andern bekommen haben, so ist doch gewiß, daß der Gebrauch derselben unter uns mit vieler Mühe und großer Langsamkeit eingeführt ist. Auch geben wir von unserer Seite den Wassermühlen den Vorzug, indem diese viel bequemer ihre Dienste leisten und ihre Bewegung regelmäßiger ist.

Ich kann mich der beyläufigen Bemerkung nicht enthalten, daß der Mechanismus der Mühlen, insonderheit der Windmühlen, eins der Meisterwerke des menschlichen Kunstfleißes ist.

Bey der Betrachtung so großer Werke, so großer Denkmäler des Genies, thut der gefühlvolle und dankbare Mensch die Frage: Welche waren es, denen wir alle diese nützlichen und tiefsinnigen Entdeckungen verdanken? Welche Ehrenbezeugungen, welche Belohnungen haben diese Wohlthäter des menschlichen Geschlechtes von ihrem

gen oder wenigstens gleich beym ersten Anfange derselben in Europa gebräuchlich waren, und also nicht erst durch die Kreuzzüge aus dem Orient (wo man sie überhaupt selten vorfindet) zu uns können gebracht seyn. M. s. H. Beckmanns Beyträge z. Gesch. d. Erfind. a. a. O.

Vaterlande, von der ganzen Welt erhalten? Die Geschichte antwortet gewöhnlich nichts auf diese Fragen. Aber sie trägt eine große Sorgfalt, die Namen und Thaten der Eroberer, welche die Erde verheert haben, uns zu überliefern.

Bewegung flüssiger Wesen.

Es verfloß eine geraume Zeit, daß man die Kraft flüssiger Wesen als bewegendes Princip in mehreren Maschinen anwandte, ohne daß man ihre Würkungen durch die Theorie zu bestimmen wußte. Die Fehler einer Maschine dienten zu Anweisungen, eine andre weniger fehlerhafte darnach zu bauen; und vermittelst des Probierens und der Versuche gelangte man nach und nach zu einer gewissen Vollkommenheit. Man legt dem Sextus Julius Frontinus die ersten einigermaßen bestimmten Begriffe bey, welche man von der Bewegung der flüssigen Wesen gehabt habe. Als Aufseher der öffentlichen Wasserleitungen zu Rom, unter den Kaysern Nerva und Trajanus, hat er über diesen Gegenstand eine Schrift hinterlassen, welche überschrieben ist: De Aquaeductibus urbis Romae commentarius. Er betrachtet in derselben die Bewegung der Wasser, welche in Canälen laufen, oder aus den Mündungen der Vasen, worin sie enthalten sind, hervorspringen. Er beschreibt alsdann die Wasserleitungen zu Rom, führt die Namen derjenigen an, welche sie haben erbauen lassen, und die Zeiten ihrer Erbauung. Darauf bestimmt und vergleicht er unter einander die Abmessungen

oder Moduli, deren man sich, um die Würkungen der Röhraufsätze zu bestimmen, damals zu Rom bediente. Hiervon geht er zu den Mitteln über, die Wasser einer Leitung oder eines Springbrunnens zu theilen. Er macht einige richtige Bemerkungen über diese verschiedenen Gegenstände. Z. B. Er hat bemerkt, daß die Würkung eines Röhraufsatzes sich nicht bloß nach der Größe oder Oberfläche dieses Aufsatzes bestimmen, und daß man mehr auf die Höhe des Wasserbehälters Rücksicht nehmen muß; eine sehr einfache, indessen von mehreren neueren Brunnenkünstlern vernachlässigte Bemerkung. Er hat ebenfalls gefunden, daß eine Röhre, welche vom Wasser einer Leitung einen Theil abzuleiten bestimmt ist, im Verhältniß zum Lauf dieses Fluidums eine mehr oder weniger schiefe Lage haben muß u. s. w. Man findet aber sonst keine geometrische Genauigkeit in seinen Resultaten. Das wahre Gesetz der Geschwindigkeiten im Verhältniß zu den Höhen der Behälter hat er nicht gekannt.

Kein andrer alter Schriftsteller hat auf etwas genaue Art über die Bewegung flüssiger Wesen geschrieben. Die Entdeckung dieser Theorie gehört allein den Neuern.

Zusatz
zum vierten Capitel.

Ueber des Archimedes Auflösung der Aufgabe von der Krone, und die Erfindung der Aräometrie.

Die Auflösung der berühmten Aufgabe des Archimedes von der Krone kann auf mehr als einem Wege gefunden werden. Marinus Ghetaldi in seinem Promotus Archimedes, s. de variis corporum generibus gravitate et magnitudine comparatis. Romae 1603; Johannes Baptista Hodierna in seiném Archimede Redivivo. In Palermo. 1644; und Philander in s. Noten zu Vitruv. lib. IX. cap. 3, haben schon dergleichen gegeben. Auch die meisten Schriftsteller der Algebra, Clairaut (Anfangsgründe der Algebra, Th. 1. §. 52.), Tempelhoff (Analys. endl. Größen, Abschn. III. §. 231.) u. a. bringen diese Aufgabe bey. In Kästners Anfangsgr. d. angew. Math. (Hydrost. §. 52.) wird in zweyerley Ausdrückungen gezeigt, wie man, in der Voraussetzung, daß zwey Metalle, die man mit einander vermischt, in der Vermischung einen Raum ein-

nehmen, welcher der Summe der Räume, die sie einzeln einnahmen, gleich ist; aus dem Verluste, den ein gegebenes Gewicht einer Vermischung aus zwey bekannten Metallen im Wasser leidet, findet, wie viel von jedem Metalle in ihr enthalten sey. Das von Hrn. Bossut oben angegebene Verfahren ist so einfach und lag dem Archimedes nahe genug, daß es ihm schwerlich entgehen konnte. Es steht indessen einem Jeden frey, sich über die Art und Weise, wie Archimedes selbst die Auflösung und Berechnung anstellte, die ihm wahrscheinlichste Hypothese zu machen; da die alten Schriftsteller, welche jene Anekdote erzählen, desselben Verfahren weder übereinstimmend noch ganz bestimmt erklären, keiner aber von der Berechnung, dem Resultat derselben und dessen Genauigkeit befriedigende Nachricht gibt.

In der Erzählung des Vitruvius wird das Verfahren des Archimedes eigentlich folgendergestalt angegeben. Zufolge der beym Einsteigen ins Bad gemachten Bemerkung, daß gerade so viel Wasser überfloß, als er mit seinem Körper an Raum darin einnahm, nahm er zwey Massen, die eine von Gold, die andre von Silber, jede von gleichem Gewichte mit der Krone. Nun füllte er ein Gefäß bis an den obesten Rand mit Wasser, und tauchte die silberne Masse hinein; worauf gerade so viel Wasser überfloß, als an Raum diese darin einnahm. Die Quantität des übergeflossenen Wassers wurde genau ausgemessen, und so der Rauminhalt der silbernen Masse gefunden. Dasselbe Verfahren wurde nun mit der goldenen Masse wiederholt, und deren Raum-

inhalt eben so gefunden. „Darauf (fährt Vitruv „fort) nachdem er das Gefäß wieder vollgefüllt, und „die Krone in dasselbe eingetaucht (und folglich den „Rauminhalt derselben bestimmt) hatte, fand er, „daß beym Eintauchen der Krone mehr Wasser über„geflossen war, als beym Eintauchen der ihr an Ge„wicht gleichen goldenen Masse; und indem er also „aus dem Ueberschusse des beym Eintauchen der Kro„ne übergeflossenen Wassers über das beym Eintau„chen der goldenen Masse übergeflossene die Berech„nung anstellte, fand er den Theil des dem Golde „(in der Krone) beygemischten Silbers, und machte „so den Unterschleif des Goldschmieds offenbar.“

Aus dieser Vorstellung von des Archimedes Verfahren, wie sie Vitruv gibt, folgt also, daß Archimedes die beschriebenen Operationen in der Absicht vornahm, um bey so irregulären Körpern, wie die Krone und die der Krone an Gewicht gleichen Gold- und Silber-Klumpen, derselben Rauminhalt auf eine bequeme Weise zu finden, nämlich durch Ausmessung des Wassers, dessen Ort diese Körper einnahmen. Uebrigens, wie aus diesen Resultaten Archimedes die Berechnung anstellen konnte, erhellet leicht. Es sey der Rauminhalt der goldenen Masse $= S$, der Rauminhalt der silbernen Masse $= S + M$, der Rauminhalt der Krone $= S + N$ gefunden. Ferner sey das Gewicht der Krone $= L$, und x das zu findende Gewicht des dem Golde in der Krone beygemischten Silbers; so verhält sich $x : L = N : M$.

Ein andres Verfahren legt der Verfasser des

Gedichtes de Ponderibus et Mensuris *) dem Archimedes bey, indem er diesem Geometer zugleich noch eine andre wichtige Erfindung zueignet, die Erfindung der Aräometrie; welche wir hier um so weniger übergehen dürfen, da sie mit der Auflösung obiger Aufgabe in naher Verbindung steht, so daß die eine auf die andre führen konnte.

Zuerst wird in dem genannten Gedichte (vers. 91 — 121.) folgende kurze Theorie der Aräometrie gegeben. Verschiedene Flüssigkeiten, Wasser, Wein, Oel, Honig, Fluß- und Brunnenwasser, alter und junger Wein ꝛc. haben auch verschiedene Schweren. Das Verhältniß der eigenthümlichen Schweren des

*) Ueber den Verfasser dieses Gedichtes, das wir nur in einem Fragmente haben, ist man ungewiß. Es ward ehemals dem Priscian, jetzt aber wird es von den meisten Gelehrten einem Rhemnius Fannius Palämon, der unter Tiberius, Caligula und Claudius lebte, zugeschrieben. Wer auch der Verfasser desselben seyn mag, die Genauigkeit und Klarheit der Begriffe, welche er in seinen Beschreibungen zeigt, und der Umstand, daß er aus ältern Schriften geschöpft hat, geben seinen Nachrichten eine hinreichende Auctorität. Man findet es abgedruckt in Burmanni poetae lat. minor. T. II. p. 396. ff.; in Wernsdorf. poetae lat. min. T. V. P. I. pag. 494. ff. mit Erläuterungen von H. H. Klügel. Den correctesten Abdruck der hierher gehörigen Stellen liefern Hrn. J. Schneiders Eclogae physicae pag. 277. ff. Man vergl. dessen Anmerkungen pag. 161. ff.

Noch muß ich bemerken, daß der Verfasser jenes Gedichtes den Erfinder der Aräometrie nicht ausdrücklich anzeigt; aber nachdem er seine Beschreibung derselben geendigt hat, geht er mit folgenden Worten zu des Archimedes Erfindung von der Krone über: Nunc aliud *partum ingenio* trademus *eodem*.

Wassers zum Oel wird angegeben, wie 10 : 9; des Wassers zum Honig, wie 2 : 3. Füllt man zwey gleich große und gleich schwere Gefäße mit verschiedenen Flüssigkeiten, so wird das mit der dichtern Flüssigkeit gefüllte mehr wiegen. Nimmt man gegentheils von zwey verschiedenen Flüssigkeiten dem Gewichte nach gleich viel, so wird die dünnere Flüssigkeit einen größern Raum einnehmen. Zugleich wird die Beschreibung eines Instruments beygefügt, welches das Verhältniß der Schweren verschiedener Flüssigkeiten zu finden dient. Es ist ein hohler Cylinder, in dessen untere Grundfläche ein kleiner Kegel von Metall eingefügt ist, so daß der Cylinder in die Flüssigkeit eingetaucht, aufrecht

* Diese Worte verstehe ich mit Hrn. Salverte (in Annales de Chimie, T. XXVII. p. 113 — 117.) so, daß sie heißen sollen: durch den Scharfsinn ebendesselben Mannes erfunden; und eigne ohne Bedenken auch jene Erfindung dem Archimedes zu, so lange sich nicht für irgend einen andern Mathematiker des Alterthums gegründetere Ansprüche auf dieselbe darthun lassen.

Ehemals war man der Meynung, daß die Wasserprobe von der Hypatia, der berühmten Tochter des Theon, erfunden sey; und berief sich desfalls auf den funfzehnten Brief des Synesius, den man in der Ausgabe der Werke des Synesius von Petav 1640, auch in Wolfii fragmenta mulierum graecarum. Goetting. 1739, nachlesen kann. Allein Synesius beschreibt bloß in diesem Briefe genau eben dieses Instrument, und bittet die Hypatia, ihm dasselbe verfertigen und ankaufen zu lassen. Die umständliche Beschreibung, welche er von dem Instrumente gibt, beweiset eher, daß er bey der Hypatia die Kenntniß desselben nicht einmal gewiß voraussetzte.

schwimmt. Der Länge nach über des Cylinders Oberfläche ist eine Linie gezogen, worauf Abtheilungen gemacht sind. In einer dünnern Flüssigkeit sinkt er tiefer, in einer dichtern ragt er mehr hervor; und die Theilstriche, um welche er in der letztern mehr hervorragt, geben die Skrupel an, um welche diese Flüssigkeit schwerer ist als die erstere.

Hierauf folgt nun die Auflösung der Aufgabe von der Krone. Nach einer kurzen Erwähnung der bekannten Anekdote wird das Verfahren also vorgestellt. Ein Pfund reines Gold und ein Pfund reines Silber, die in freyer Luft gegen einander abgewogen genau im Gleichgewichte sind, werden ins Wasser getaucht, wo der Arm der Wage, woran das Gold hängt, wegen dessen größerer Dichtigkeit, niedersinkt. Man findet den Ueberschuß, was an Gewicht ein Pfund Silber mehr im Wasser verliehrt, als ein Pfund Gold, indem man am Aufhängepunct des Silbers so viel Gewicht anhängt, bis die Wage wieder ins Gleichgewicht gebracht ist. *) Dieser Ueberschuß wird zu drey Drachmen angenommen. (Genauer wäre er 3 Drachmen $2\frac{1}{2}$ Skrupel.) Hierauf nimmt man die gegebene aus Gold- und Silber gemischte Masse (die Krone) und ein Stück reines Silber, welches

*) In der etwas dunkeln Beschreibung ist eigentlich eine Wage mit Schalen zu verstehen, deren Wagbalken aber mit Abtheilungen versehen ist, nach Art der römischen Wage, um vermittelst eines angehängten bestimmten Gewichtes, das verschoben wird, das Gleichgewicht herstellen zu können.

der Krone an Gewicht gleich ist, und bringt diese ebenfalls ins Wasser; wo alsdenn die Krone, weil sie Gold enthält, sinken wird, allein in einem geringern Verhältnisse, als vorher das Pfund reinen Goldes; woraus schon der Betrug offenbar wird. Auf eben die Weise wie vorher, indem man das Gleichgewicht wieder herstellt, findet man den Ueberschuß, was an Gewicht das Stück Silber mehr verliehrt, als die Krone. Ist dieser Ueberschuß zu 18 Drachmen gefunden, so müssen 6 Drachmen reines Gold in der Mischung seyn, und das übrige ist Silber. (Man dividirt nämlich den letztern Ueberschuß, 18 Drachmen, durch den erstern, 3 Drachmen: so ergibt der Quotient das Gewicht des Goldes, das in der gemischten Masse enthalten ist.) Zuletzt wird noch gezeigt, daß man bey der letztern Operation, statt des Stücks reinen Silbers, ein Stück reines Gold, das der Krone an Gewicht gleich ist, nehmen kann; wo man alsdann nach derselben Methode das Gewicht des Silbers findet, welches in der Krone enthalten ist.

Fünftes Capitel.

Ursprung und Fortgang der Astronomie.

Ich führe die Astronomie nicht bis auf die ersten Menschen zurück, welche die himmlischen Erscheinungen auf eine rohe Weise zu beobachten anfingen, ohne bestimmte Vorschriften und ohne Lehrgründe. Die wahre Astronomie ist nicht älter als die Zeit, wo die Beobachtungen hinreichend genau und zahlreich wurden, um der Arithmetik, Geometrie und der allgemeinen Lehre von der gleichförmigen Bewegung die Elemente darzureichen, von denen die Bestimmung des Laufs der Gestirne und ihre gegenseitige Lage in den himmlischen Räumen abhängt.

So bald man anfing eine gewisse Folge in den Beobachtungen zu erhalten, bemerkte man, daß der Mond, die Sonne und die Sterne jeden Tag *) eine Umwälzung in der Richtung von Mor-

*) Unter Tag versteht man in der Astronomie einen Zeitraum, der einer gänzlichen Umwälzung der Sonne entspricht, oder der den gewöhnlichen Tag und die Nacht in sich begreift. Die Bewegungen, von denen hier die Rede ist, sind in Anse-

gen nach Abend (von Osten nach Westen) vollendeten. Man erkannte ebenfalls, daß die Sterne täglich dieselbe Lage gegen einander, denselben Gang am Himmel behielten; daß aber der Mond und die Sonne, von einem Tage zum andern, später als die Sterne, und in ungleichen Zeiträumen, aufgingen; woraus man sogleich diese sehr einfache Folgerung zog, daß, indem diese beyden Gestirne an der täglichen Umwälzung der ganzen himmlischen Sphäre Theil nähmen, sie zu gleicher Zeit durch eigene und verschiedene Bewegungen von Abend nach Morgen fortrückten. Diese beyden letztern Bewegungen bilden das, was man Mondenmonate und Sonnenjahre nennt. Der Mond schien ungefähr zwölf Umläufe zu machen, während die Sonne nur einen machte. Um daher die Bewegungen beyder Gestirne in eine Uebereinstimmung zu bringen, theilte man das Sonnenjahr in zwölf Theile oder Monate, welche eben so viel Mondumläufe umfaßten. Diese ersten Bestimmungen waren nur ungefähre, welche in der Folge berichtigt und vervollkommnet wurden, in dem Maße, wie die Beobachtungen genauer wurden. *)

hung der Sterne und selbst der Sonne nur scheinbar. Wir sind aber genöthigt, in der Sprache der alten Astronomie zu reden.

B.

*) Ich glaube richtige Erklärungen von den Umwälzungen der Sonne und des Mondes hier beyfügen zu müssen, wie man sie heutiges Tages, nach dem Resultat aus allen alten und neuern Beobachtungen, kennt.

Der größte Theil der alten Völker richtete seine Zeit-Abmessung nach dem Laufe der Sonne

Man unterscheide drey Arten von Sonnenjahre, und vier Arten von Mondenmonate.

Die drey Sonnenjahre sind: das tropische Jahr, welches der Zeitraum ist, in welchem die Sonne zu ebendemselben Puncte in der Ekliptik, zu ebendenselben Koluren, zu ebendemselben Solstitium rc. einmal wieder zurückkehrt. Dieses Jahr besteht aus 365 Tagen, 5 Stunden, 48 Minuten, 48 Secunden. Das siderische Jahr (Sternjahr) ist der Zeitraum, in welchem die Sonne bey ebendemselben Fixstern wieder erscheinet. Dieses besteht aus 365 Tagen, 6 Stunden, 9 Minuten, 10 Secunden. Das anomalistische Jahr ist der Zeitraum, in welchem die Sonne wieder in eben dieselbe Abside kommt. Dieses besteht aus 365 Tagen, 6 St., 15 Min., 46 Sec. Braucht man schlechtweg das Wort Jahr, so versteht man immer darunter das tropische Jahr. Die andern Arten der Jahre müssen immer durch Beyfügung ihrer Unterscheidungsnamen besonders bezeichnet werden.

Die vier Arten der Mondenmonate sind: der periodische Monat, der Zeitraum, in welchem der Mond zum ersten Punct des Widders einmal wieder zurück kommt. Er besteht aus 27 Tagen, 7 St., 43 Min., 5 Sec. Der siderische Monat, der Zeitraum, in welchem der Mond zu eben demselben Fixstern einmal zurückkommt. Er besteht aus 27 T., 7 St., 43 M., 12 S. Der synodische Monat, der Zeitraum, in welchem der Mond zur Sonne zurückkehrt. Er besteht aus 29 T., 12 St., 44 M., 3 S. Der anomalistische Monat, der Zeitraum, in welchem der Mond zu seinem Apogeum einmal zurückkehrt. Er besteht aus 27 T., 13 St., 18 M., 34 S. Man hat auch zuweilen nöthig, die Umwälzung des Mondes in Rücksicht auf einen seiner Knoten zu kennen. Diese besteht aus 27 T., 5 St., 5 M., 35 S. Man sieht, daß bey der Vergleichung des Sonnenjahres und des Mondenmonates man beständig den synodischen Monat verstehen muß.

B.

ein; einige indessen nach dem Laufe des Mondes. Die Babylonier fingen den Tag mit dem Aufgange der Sonne an; die Athenienser und Juden mit dem Untergange derselben. Auf die eine oder die andre Weise fand man einige Schwierigkeit, als man darnach die gleiche Abtheilung der Tageszeiten vornehmen wollte, indem die Zeiten der Anwesenheit der Sonne über dem Horizonte eines gegebenen Orts von einem Tage zum andern ungleich waren, wegen der Neigung des Aequators und der Ekliptik gegen einander. Die Aegyptier rechneten den Tag von einer Mitternacht zur andern, und theilten ihn in eine gewisse Zahl gleicher Theile oder gleicher Stunden, auf welche man leicht alle Zeiten, welche man wissen will, bringt. Dieser Gebrauch ist in mehreren Ländern angenommen. Man befolgt ihn in Frankreich, in England, in Spanien, für die Geschäfte des bürgerlichen Lebens. Copernicus und die Astronomen seiner Zeit befolgten ihn ebenfalls in ihren Rechnungen. Seit etwa zweyhundert Jahren haben es die Astronomen bequemer gefunden, den Anfang des Tages auf den Mittag festzusetzen.

Die Sonne, die Quelle der Wärme und der Fruchtbarkeit der Erde, schafft den Wechsel der Jahrszeiten und die Folge der Saaten und Erndten. Man ist daher immer genöthigt gewesen, sich nach diesem unveränderlichen Gesetze der Natur zu richten. Andre Arbeiten können eine etwas willkührliche Eintheilung in der Anwendung der Zeit zulassen. Bey den Juden diente der Mond, durch

die Kürze seiner Umwälzungen und durch seine Lichtwandelungen zur gesetzmäßigen Anordnung verschiedener bürgerlichen und gottesdienstlichen Geschäfte.

Die Geschichte der alten Astronomie würde einen interessanten Gegenstand der Wißbegierde und philosophischer Betrachtungen darbieten, wenn man die Fortschritte, welche die dieser Wissenschaft ergebenen Völker in ihr gethan haben, auf eine genaue und etwas umständliche Weise angeben könnte. Man würde darin ohne Zweifel eine große Verschiedenheit der Ansichten, der Forschungen und der Kenntnisse, in Rücksicht auf das Klima und das Genie der Völker und der Regierungen, bemerken. Durch den Mangel historischer Denkmäler dieser Vortheile beraubt, sind wir darauf eingeschränkt, nur unvollkommne Begriffe von den astronomischen Arbeiten der alten Völker den Lesern anzubieten. Wir werden uns selbst Muthmaßungen, welche von befriedigender Wahrscheinlichkeit entblößt sind, untersagen.

Astronomie der Chaldäer.

Die Chaldäer führten, nach Simplicius, *) zu Alexanders Zeiten eine Folge von Beobachtun-

*) Simplicius, ein peripatetischer Philosoph, lebte im fünften Jahrhundert. Von ihm sind noch Commentare über Aristoteles und Epiktet vorhanden. B. Obige Nachricht findet man in s. Comment. in Aristot. de Coelo. cap. II. — Fast Alles, was von den astronomischen Kenntnissen der Chaldäer, Aegyptier,

gen von 1903 Jahren an. Sie wurden zu Babylon von Kallisthenes, einem Schüler des Aristoteles, gesammelt, und diesem auf Alexanders Befehl zugesandt. Man hat keine unmittelbare und zuverlässige Probe von der Genauigkeit, ja selbst von der Wahrheit aller dieser Beobachtungen. Außerdem haben wir Schriftsteller aus den Zeiten Alexanders, deren Zeugniß der Erzählung des Simplicius ausdrücklich zu widersprechen scheint. Wie dem auch sey, so kann man doch schwerlich zweifeln, daß die alten Chaldäer in der Kenntniß der Bewegungen der Sonne und des Mondes beträchtliche Fortschritte gethan haben. Die ältesten Geschichtschreiber, und besonders Geminus,*) dessen weiter unten mehr gedacht werden wird, versichern, daß sie so weit gekommen waren, um verschiedene sehr

Phönicier, Perser, Indier rc. erzählt wird, beruht auf mehr oder weniger unsichern Nachrichten oder bloßen Sagen, die gleichwohl mehreren Gelehrten Gelegenheit gegeben haben, darauf sinnreiche Hypothesen über die großen wissenschaftlichen Fortschritte jener Völker zu gründen. Von solchen übertriebenen Vorstellungen ist man jetzt zurückgekommen; und kann man gleich manchen von jenen Völkern es nicht ganz absprechen, einige einzelne Entdeckungen in der Astronomie und ihrer Ausübung gemacht zu haben, und die Lehrer der Griechen gewesen zu seyn: so findet man doch überall keine sichere Spur, daß sie ihre Kenntnisse in ein wissenschaftliches System gebracht hätten. Der Verf. hätte daher, was er hier aus Montucla, Bailly und andern angef. Abhandlungen zusammengestellt hat, wohl etwas mehr in Kürze ziehen mögen. Die Abfertigung der Juden dürften ihm wohl die meisten Leser erlassen haben.

*) Geminus in Petavii Uranolog. pag. 62. sq.

sinnreiche und der Wahrheit sehr sich nähernde Monds-Sonnen-Perioden festzusetzen. *) Dies war, fügen sie hinzu, das Resultat astronomischer Berechnungen, die auf eine große Zahl genauer Beobachtungen gegründet waren. Man führt unter andern die Periode, Saros genannt, an, nach welcher der Mond nach 223 Mondumläufen beynahe in dieselbe Lage in Beziehung auf seinen Knoten, sein Apogeum und die Sonne wieder zurück kam. In die Untersuchung dieser Perioden, deren Gründe oft sehr ungewiß scheinen, will ich nicht weiter eingehen. **) Die Chaldäische Astronomie gewährt nicht früher sichere und gewisse Resultate, als von der Aera Nabonassars an, des ersten Königs zu Babylon zu der Zeit des zweyten Assyrischen Reichs. Diese Epoche entspricht dem Jahre 747 vor Christi Geburt. Ptolemäus, der um 140 unserer Zeitrechnung lebte, und der, wie wir in der Folge sehen werden, einer der größten Astronomen der Alexandrinischen Schule war, hat in seinen Berechnungen drey Beobachtungen von Mondfinsternissen gebraucht, welche von den Chaldäern in den Jahren 27 und 28 der Aera des Nabonassars

*) Monds-Sonnen-Perioden (périodes lunisolaires) sind Zeiträume, nach deren Verlauf die Sonne und der Mond, oder zwey merkwürdige Puncte ihrer Bahnen, z. B. das Apogeum, die Knoten rc., wieder in ebendieselbe Gegend des Himmels zusammen zurückgekehrt sind, in welcher sie sich zu Anfange des Zeitraumes befanden. B.

**) Eine ausführliche Untersuchung dieser Perioden hat Edm. Halley angestellt in d. Philos. Trans. n. 194. ann. 1691. p. 535.

gemacht waren. *) Sie widmeten sich besonders dieser Art von Beobachtungen; und Ptolemäus führt ebenfalls davon noch vier andere an, **) von denen die letzte in das Jahr 367 der Nabonassarischen Aera oder in das Jahr 380 vor Christi Geburt fällt. Die Staatsumwälzung, wodurch das Königreich Babylon, etwa zweyhundert und zehn Jahre nach seiner Gründung, unter das Joch der Perser kam, wurde für die Astronomie nicht nachtheilig. Die Perser wurden selbst Beobachter. Seit der Regierung des Darius Ochus (J. 516 v. C. G.) rechneten sie die Zeit nach Sonnenumläufen, und sie hatten eine Art von sehr einfachem Kalender verfertigt, dessen von einigen alten Schriftstellern mit Lob gedacht wird. ***)

Astronomie der Aegyptier.

Wir haben sehr wenig Licht über den Zustand der alten aegyptischen Astronomie. Man vermuthet

*) Ptolem. lib. IV. cap. 6. (pag. 95. ed. gr.)

**) Ibid. cap. 9. et 11. (pag. 102. et 105. ed. gr.)

***) Von einer solchen Anordnung unter Darius Ochus weiß ich keine Nachricht beyzubringen. Nach der beygesetzten Jahrszahl (516 v. C. G.) zu schließen, scheint Darius Hystaspis gemeynt zu seyn, in dessen Regierungsjahre man Zoroasters Erscheinung setzt. Nach der Zend-Avesta ward von Djemschid (mehr als 1700 J. v. C. G.) das Jahr nach dem Laufe der Sonne angeordnet, und bestand aus 12 Monaten von 30 Tagen (360 Tagen) und 5 Schalttagen, und einem Monat von 31 Tagen alle vier Jahre. S. Anquetil's Zend-Avesta, üb. v. Kleuker. Th. II. S. 149 u. 152.

bloß mit vieler Wahrscheinlichkeit, daß sie beträchtliche Fortschritte gethan haben mußte. Diogenes von Laerte (in prooem. lib. I. de Vitis philosophor.) drückt sich hierüber also aus: „Die Aegyptier behaupten, daß Vulkan ein Sohn des Nilus gewesen sey. Dieser habe zuerst die Philosophie gelehrt, deren Vorsteher die Priester und Propheten wären. Von ihm bis auf Alexander von Macedonien wären acht und vierzig tausend achthundert und drey und sechzig Jahre verflossen, in welchem Zeitraume dreyhundert drey und siebzig Sonnenfinsternisse und achthundert und zwey und dreyßig Mondfinsternisse sich ereignet hätten.“

Das Verhältniß von 373 zu 832 ist beynahe das Verhältniß der Zahlen der Sonnen- und Mondfinsternisse, welche in derselben Zeit und an demselben Orte sich ereignen; in dieser Hinsicht also könnte die Erzählung des Diogenes ihre Richtigkeit haben. Allein die rechnende Astronomie zeigt, daß alle diese Finsternisse in einem Zeitraume von zwölf bis dreyzehn hundert Jahren sich ereignen konnten. Folglich ist die Zahl von 48863 Jahren augenscheinlich fabelhaft. Man darf also bloß annehmen, daß die Epoche der ersten ägyptischen Beobachtungen nicht weiter als bis zu sechszehn oder siebzehn hundert Jahren vor der christlichen Zeitrechnung hinaufgehen kann.

Es sind andre und zuverlässigere Beweise von der astronomischen Wissenschaft der Aegyptier vorhanden. Die große Genauigkeit, mit welcher sie ihre berühmten Pyramiden nach den vier Haupt-

puncten der Welt errichtet hatten, zeigt, daß sie eine richtige Kenntniß von der Mittagslinie hatten. Das ganze Alterthum bezeugt, *) daß sie die ersten Urheber der Eintheilung des Jahres in zwölf Monate von dreyßig Tagen sind; wozu man, wie sie bald erkannten, fünf Ergänzungstage und am Ende einer Periode von vier Jahren noch einen Ergänzungstag hinzufügen müsse. Die Eintheilung der Monate in Wochen ist auch ihre Erfindung. Wir können nicht genug den Verlust ihrer Schriften bedauern. Ich füge gleichwohl hinzu, daß dieses Bedauern vorzüglich die Schriften der ältern Aegyptier gelten muß. Denn zu Strabo's Zeiten **) war die Wissenschaft der Magier so sehr gesunken, daß sie nichts weiter verstanden, als ihre Opferdienste zu verrichten, und die dabey gebräuchlichen Ceremonien den Ausländern zu erklären.

Astronomie der Juden.

Man wird sich ohne Zweifel wundern, die Juden als Astronomen aufgeführt zu sehen. Es liegt nicht an ihrem Geschichtschreiber Flavius Josephus, wenn man die Patriarchen seiner Nation nicht als Erfinder der Astronomie und Geometrie betrachtet. Man sehe hier, wie er sich in dieser Hinsicht äußert (Antiquitat. Judaic. lib. I. cap. 2 et 3.): „Sie

*) Herodot. lib. II. Diodor. lib. II. c. 3. Strabo lib. XVII. Dio Cass. lib. XXXVII. u. s. w.

**) Strab. ed. Casaub. pag. 806.

„haben die Wissenschaft der himmlischen Körper und „die Anordnung derselben erfunden. Damit aber „ihre Erfindungen den Menschen nicht unbekannt „bleiben, noch eher, als sie zur allgemeinen Kenntniß „niß kämen, verlohren gehen möchten, indem Adam „den Untergang aller Dinge, einen durch Feuer, „und einen durch Wasser, vorhergesagt hatte: so er„richteten sie zwey Säulen, eine von Ziegelsteinen, „und eine von Felssteinen, und gruben in beyde ihre „Erfindungen ein. So daß also, wenn die erstere „von den Wasserfluthen vernichtet würde, die von „Felssteinen erbaute dem Untergange trotzend die ein„geschriebenen Erfindungen zur Kenntniß der Nach„welt brächte, und zugleich anzeigte, daß auch die „von Ziegelsteinen erbaute von ihnen errichtet sey. „Sie (die von Felssteinen erbaute) ist auch noch jetzt „in Syrien vorhanden." *) „Da sie von Gott ge„liebt und von ihm erst neulich erschaffen, auch ihre „Nahrungsmittel zu einem längern Leben zuträglicher „waren: so wird es wahrscheinlich, daß sie ein so „hohes Alter erreichten. Dazu kam, daß Gott we„gen ihrer Frömmigkeit und wegen des (durch Uebung) „zu vervollkommnenden Gebrauchs der von ihnen er„fundenen Astronomie und Geometrie ihnen ein län„geres Leben gewährte; in welcher Wissenschaft sie „nichts mit Gewißheit würden vorhersagen können, „wenn sie weniger als sechshundert Jahre gelebt hät„ten. Denn aus so vielen Jahren besteht das große

*) Fl. Josephi opera omnia, edit. S. Havercampi. Amst. 1726. pag. 11.

„Jahr." *) — Einige sehr einfache Bemerkungen werden uns in den Stand setzen, diesen ganzen glänzenden Bericht zu würdigen.

Ich will darüber keine Untersuchung anstellen, ob es hinreichend bewiesen ist, daß die jüdischen Patriarchen eine so hohe Lebenszeit, wie sie Josephus angibt, erreicht haben. Noch weniger will ich die Gründe zu erforschen wagen, die Gott kann gehabt haben, um ihnen ein so langes Leben zu schenken. Ich schränke mich auf einige gegen Josephus gerichtete Fragen ein.

Wenn die jüdischen Patriarchen in der That so große Astronomen waren, warum sind alle ihre Kenntnisse so ganz verlohren gegangen? Und wie konnte es geschehen, daß sie nicht durch Noah, der selbst ein ausgezeichneter Patriarch und ohne Zweifel einer der am besten Unterrichteten war, der Nachwelt überliefert wurden? Warum haben die Juden niemals die geringste Kenntniß der Astronomie bey Gelegenheiten, wo sie ihnen sehr nützlich würde gewesen seyn, bewiesen? Z. B. bey der Festsetzung der Feyer des Passahfestes durch den Neumond, warum wartete man, bis ihn Jemand beobachtet, und davon dem versammelten Volke Nachricht gegeben hatte? da doch eine einigermaßen vervollkommnete Astronomie diese Zeit auf eine leichtere und genauere Weise zu bestimmen gelehrt haben würde. Was beweist die ungereimte Fabel von den beyden Säulen?

Was die Periode von sechshundert Jahren an-

*) In derselben Ausgabe pag. 17.

langt, obgleich sie vielleicht nicht alle die Lobpreisungen verdient, welche neuere Schriftsteller ihr ertheilt haben, und ob es gleich einer der Hauptvorzüge einer Periode seyn mag, daß sie innerhalb wenig entfernter Gränzen eingeschlossen ist: so gestehe ich indessen, daß eine solche, wie die obengenannte, eine große Zahl genauer Beobachtungen und einen geschickten Gebrauch des astronomischen Calculs voraussetzen würde. Aber eben deswegen meyne ich, daß man die Erfindung derselben (wenn sie eine würkliche ist) den jüdischen Patriarchen nicht zueignen könne. Wer wird in der That jemals glauben, daß eine Nation, deren Stammväter einer solchen Anstrengung der Aufmerksamkeit und des Wissens fähig gewesen wären, bis zu einem solchen Grade verdorben und entartet worden seyn, daß seit der Sündfluth und so lange sie von andern Völkern abgesondert lebte, sie nichts weiter als den schimpflichsten Aberglauben und die dummste Unwissenheit zeigt? Denn welches andre Urtheil kann man fällen, wenn die Geschichtschreiber, welche sie als Heilige ansieht, uns kaltblütig erzählen, daß Josua die Sonne stille stehen ließ; daß der Schatten des Sonnenzeigers des Hiskias zehn Grade zurück ging; daß die Pflanzen durch Fäulniß sich erzeugen, und tausend andre Ungereimtheiten der Art? Ist es nicht sehr wahrscheinlich, daß Josephus, aus einem blinden Eifer für seine Nation oder aus andern uns unbekannten Gründen, ihr die Ehre einer wahren oder erdichteten Erfindung, von der er selbst die Idee aus den Schriften der chaldäischen, ägyptischen oder griechi-

schen Astronomen geschöpft hatte, zuzueignen gesucht hat?

Als unter Nebukadnezar die Juden nach Babylon in die Gefangenschaft geführt wurden, mußten ihre Verbindungen mit unterrichteten Völkern bey ihnen einigen Geschmack für die Wissenschaften erzeugen. Mehrere ihrer Rabbinen fingen an Geometrie, Astronomie, Optik rc. zu studiren. Diese ersten Kenntnisse, so geringfügig sie auch seyn mochten, breiteten sich aus und erhielten sich. In der Folge machte die gänzliche Zerstreuung der Juden, nach der Zerstörung Jerusalems durch die Römer, aus ihnen gleichsam ein neues Volk. Sie nahmen die Gebräuche, Beschäftigungen, Künste rc. derjenigen Nationen an, zu denen sie verpflanzt wurden. Man trifft jüdische Mathematiker in Griechenland an; diese mischten sich unter die Araber. Sie übersetzten die Elemente des Euklides, die Werke des Archimedes, Apollonius, den Almagest des Ptolemäus. Man führt selbst mehrere Rabbinen an, welche in diesen Wissenschaften sehr geschickt waren. Man bemerkt aber nicht, daß sie in denselben jemals eine für die Fortschritte des menschlichen Geistes wichtige und wahrhaft nützliche Entdeckung gemacht hätten.

Astronomie der Chineser.

Die Chineser erscheinen unter einem vortheilhaftern Lichte. Die Weisheit ihrer politischen Einrichtungen, die Vortrefflichkeit ihrer Moral, eine undenkliche Uebung der freyen und mechanischen Künste zum Nutzen der Gesellschaft; alles verkündigt ein

betriebsames, kunstfleißiges und in den Wissenschaften seit einer langen Reihe von Jahrhunderten wohl erfahrnes Volk. Die Astronomie insonderheit zog zuerst ihre Aufmerksamkeit an, indem das Klima, das sie bewohnen, zu Beobachtungen sehr günstig ist. Aber die Chineser, mit einem ehrenvollen und durch die Geschichte bestätigten Alterthume nicht zufrieden, haben dasselbe so sehr vergrößert, daß man ihm unmöglich Glauben beymessen kann, selbst wenn es durch so feste und zuverlässige Beweise begründet wäre, als diese in der That unhaltbar und erdichtet sind. Ich sehe mich daher genöthigt, Anmaßungen zu bestreiten, die man nicht annehmen kann, ohne vor unwiderleglichen Wahrheiten, denen sie widersprechen, die Augen zu verschließen.

Erstlich enthalten die alten Jahrbücher der Chineser nur eine Menge ungereimter Fabeln, welche sie selbst haben aufgeben müssen. Indem sie sich aber auf die Wahrhaftigkeit einiger ihrer Schriftsteller, die sie für sehr unterrichtet halten, verlassen, beharren sie in der Behauptung, daß die chinesische Nation, schon in einem blühenden Zustande, unter dem Kayser Yao, 2300 Jahre vor der christlichen Zeitrechnung, angefangen hat, die Bewegungen der himmlischen Körper kennen zu lernen. Sie setzen um dieselbe Zeit die Gründung des berühmten Tribunals der mathematischen Wissenschaften an, welches, ungeachtet der Unfälle, die es in einer so langen Reihe von Jahrhunderten erfahren hat, immerfort bestanden seyn soll. Die Missionäre, welche, gegen das Ende des siebzehnten Jahrhunderts, zur

Ausbreitung der christlichen Religion, nach China gesandt wurden, nahmen, durch einigen Schein der Wahrheit, oder durch ein Gefühl der Schonung gegen die Schwachheit eines eitlen Volkes, welches sie bekehren wollten und nicht beleidigen mußten, verleitet, ihre wundervolle Geschichte an, und verbreiteten dieselbe in ganz Europa. Lange Zeit hindurch ist man nicht sehr bemüht gewesen, die Aechtheit derselben zu untersuchen. Endlich ward indessen das Auge der Kritik gegen dieses seltsame System gerichtet, und zwey furchtbare Gegner, die Chronologie und Astronomie, vereinigten ihre Kräfte, es zu vernichten. (Mém de l'Acad. des Belles Lett. Tom. XXXVI. p. 164.)

Ich sage zuerst die Chronologie. Man hat gefunden, daß die Folge der Kayser, wenn man von der Epoche ausgeht, wo angeblich die chinesische Geschichte anfängt gewiß zu werden, mehrere beträchtliche Lücken hat; daß der größte Theil dieser Fürsten ihrem wahren oder vorgeblichen Namen nach nur bekannt ist; daß die historischen Facta höchst unfruchtbar, und zuweilen offenbar ungereimt sind; daß die Ordnung der Zeitangaben zahllose Widersprüche darbietet; daß endlich die chinesische Geschichte erst mit der Zeit des Confucius, das ist, gegen das Jahr 460 vor der christlichen Zeitrechnung, einen Zusammenhang und Merkmale der Zuverlässigkeit erhält.

Zweytens, die Astronomie. Die Vertheidiger des hohen Alters der Wissenschaften bey den Chinesern haben geglaubt, in dem Chou-King,

einem Fragment der von Confucius gesammelten alten chinesischen Annalen, die Erwähnung einer zu den Zeiten des Kaysers Yao gemachten Beobachtung der Solstitien, und von einer fast eben so alten Beobachtung einer Sonnenfinsterniß zu finden. Aber diese Nachricht ist so dunkel und so wenig umständlich, daß die europäischen Astronomen, welche es unternommen hatten, die Erscheinungen dieser Phänomene der Berechnung zu unterwerfen, nicht zu einer Vereinigung in den Resultaten haben gelangen können. Die Beobachtung der Solstitien hat kein genaues Zeitdatum, und überhaupt kein Kennzeichen der Wahrheit für sich. Die Sonnenfinsterniß wird von Einigen ins Jahr 2154 vor Christi Geburt gesetzt, von Andern ins Jahr 2007. Man führt noch eine sehr ungewisse Beobachtung der Solstitien an, zwischen den Jahren 1098 und 1104 vor der christlichen Zeitrechnung. Die älteste chinesische Beobachtung, der man einige Auctorität einräumen könnte, würde die einer Sonnenfinsterniß seyn, welche im Jahr 776 vor Christi Geburt gemacht seyn soll; wenn man anders nur ganz gewiß wäre, daß sie nicht erst hinterher berechnet worden ist.

Die von Se Ma-Couang, einem chinesischen Geschichtschreiber aus dem elften Jahrhundert, gesammelten Annalen bemerken unter der Regierung des Kaisers Tchouene-Yo, welche hundert und funfzig Jahre vor der Regierung des Yao anfing, eine Conjunction der fünf Planeten, Saturn, Jupiter, Mars, Venus und Merkur in

der Constellation, welche die Chinesen Che nennen; und um diese Conjunction näher zu bezeichnen, fügt man das Jahr des Cyclus, in dem sie sich ereignen mußte, den Tag der Syzygie und die Lage dieser Syzygie in Beziehung auf die Constellation Che hinzu. (Mém. de l'Acad. des Belles Lett. tom. X. p. 392, u. tom. XVIII. p. 284). Nach diesen Anzeigen berechneten der berlinische Astronom Kirch, und nach ihm der Jesuite de Mailla, aus den astronomischen Tafeln die Conjunctionen der Planeten, welche in den alten Zeiten konnten Statt gefunden haben, und fanden eine Conjunction der vier Planeten, Saturn, Jupiter, Mars und Merkur, in einem Raume von mehreren Graden in der Nähe der Constellation Che im Jahre 2449 vor der christlichen Zeitrechnung. Allein außerdem, daß die vorgebliche Conjunction unvollständig ist, indem der Planete Venus darin fehlt: so thut sie auch weder den Bedingungen des Jahres des Cyclus, noch der Syzygie, noch der Lage der Syzygie eine Genüge. Dominicus Cassini setzte dieselbe Conjunction in das Jahr 2012; und seine Berechnung ergibt genauer, als jener Beyden, die Lage der vier Planeten in der Constellation Che; aber den andern Bedingungen der Aufgabe leistete er nicht besser Genüge. Man hat, um alle zu vereinigen, noch einige eben so fruchtlose Versuche gemacht. Alle diese Ungewißheiten erregen eine starke Wahrscheinlichkeit, daß die Chineser die Conjunction der fünf Planeten niemals beobachtet haben. Es ist sehr möglich, daß sie durch den Geist der Schmeicheley untergeschoben ist.

Denn die Chineser betrachten die Conjunctionen der Planeten als eine glückliche Vorbedeutung für die Regierungen ihrer Kayser, und machen sich kein Gewissen daraus, zuweilen einige zu ersinnen oder in Ansehung der Bedingungen wenig strenge zu seyn. Ein Beweis dafür ist das, was im Jahre 1725, dem zweyten der Regierung des Kaysers Yong-Tching, geschah, wo die Approximation der Planeten, Merkur, Venus, Mars und Jupiter für eine Conjunction angegeben, und als solche in die Staatsbücher eingetragen wurde. Die Meynung des Jesuiten Gaubil, eines Missionärs und geschickten Astronomen, ist, daß die angebliche Conjunction unter dem Kayser Tchouene-Yo keinen andern Grund hat, als einen unter der Dynastie des Han, der im Jahr 207 vor Christi Geburt zu regieren anfing, herausgegebenen Kalender, welcher von den verständigsten Chinesern als eine untergeschobene Schrift angesehen wird, welche nicht einmal selbst in dem Texte die genannte Conjunction enthält, sondern bloß in einer oben über dem Texte eingeschlichenen Glosse. Freret beweiset vollends, daß dieser Kalender das Werk eines ungeschickten Verfälschers ist, der sogar nicht einmal zu rechnen verstand. (Mém. de l'Acad. des Belles Lett. tom. XVIII. p. 289.)

Es scheint ausgemacht, daß die chinesische Astronomie, der Wahrheit nach und auf eine zuverlässige Weise, nicht früher als vom Jahre 722 vor Christi Geburt, das ist, um fünf und zwanzig Jahre später als die Aera Nabonassars, sich her-

schreibt. In dem Werke, das Tchu-Tscou überschrieben ist, bemerkt Confucius, von dieser Epoche an bis zum Jahr 480 vor der christlichen Zeitrechnung, eine Folge von sechs und dreyßig Sonnenfinsternissen, von denen ein und dreyßig durch die neuern Astronomen als richtig erwiesen sind. Von da an bereicherte sich die chinesische Astronomie beständig mit neuen Beobachtungen, welche man als Früchte der Arbeitsamkeit und der Geduld, nicht als Früchte des Genie's anzusehen hat. Denn man hat alle Ursache zu urtheilen, daß die Chineser im astronomischen Calcul nie sehr geübt gewesen sind, und daß sie zur Erweiterung oder Berichtigung ihrer theoretischen Kenntnisse zu ausländischen Astronomen oft ihre Zuflucht genommen haben. So z. B. gingen, zur Zeit der Khalifen, mehrere mahometanische Astronomen nach China, und wurden an der Spitze des Tribunals der Mathematik angestellt. Es waren oft selbst von unsern astronomischen Missionären einige dabey angestellt.

Ich darf es nicht verhehlen, daß man aus der Epoche, wo die chinesischen Beobachtungen anfangen zuverlässig zu werden, einen starken Einwurf gegen das Alterthum dieser Nation in Hinsicht der Wissenschaften hergenommen hat. Da diese Epoche später ist, als die des Nabonassars, welche den Berechnungen der chaldäischen und griechischen Astronomie zur Grundlage dient: so hat man mit Wahrscheinlichkeit geschlossen, daß die babylonischen oder die griechischen Astronomen ihre Kenntnisse nach China gebracht haben; weil man außer-

dem weiß, daß um jene Zeiten Verbindungen zwischen diesen Völkern Statt fanden.

Endlich haben wir noch einen auffallenden Beweis von der Mittelmäßigkeit der Chineser in der Astronomie vor Augen. Ungeachtet des Zusammentreffens aller glücklichen Umstände, der Schönheit des Himmels, der Aufmunterung der Kayser, die den Fortgang dieser Wissenschaft unter ihnen hätten beschleunigen müssen: so beharrt sie doch bey ihnen immer fast in demselben Zustande. Man findet zahlreiche Beobachtungen, aber keine neue Theorie. Mit Aberglauben hangend an ihren alten Gebräuchen, an der unfruchtbaren Nachahmung ihrer Väter, an dem Wahne, daß diese alles gewußt haben, was zu wissen nöthig war, scheint die chinesische Nation derjenigen unruhigen Thätigkeit ganz beraubet, welche ihre Kenntnisse zu erweitern sucht, und die Entdeckungen hervorbringt.

Astronomie der Indier.

Einige Gelehrte betrachten Indien als die Wiege aller Wissenschaften, und besonders der Astronomie, welche sie daselbst in das höchste Alterthum zurückführen. Sie führen, als Belege, die berühmten indischen Perioden an, welche in dem Falle, wenn sie sehr genau und deutlich wären, keinen Zweifel zulassen würden, daß die Indier ehemals in der Kenntniß der himmlischen Bewegungen wohl erfahren gewesen sind. Aber dieser ganze Ursprung ist mit tiefer Dunkelheit bedeckt; alles darin ist systematisch; man kömmt darin nicht fort

ohne Hülfe gewagter Muthmaßungen und Voraussetzungen, die sich oft widersprechen und immer ungewiß bleiben.

Andre Gelehrte, welche vielleicht in das entgegengesetzte Extrem fallen, behaupten, daß die indische Astronomie, weit entfernt, einen so alten Ursprung zu haben, vielmehr das Werk der Araber ist, welche sie gegen die Mitte des neunten Jahrhunderts nach Indien hinüberbrachten.

Eine dritte und wahrscheinlichere Meynung setzt den Ursprung der Astronomie in Indien in die Zeiten, als Pythagoras diese Länder durchreisete, und dort philosophische Kenntnisse aller Art, welche er besaß, verbreitete.

Meine Absicht ist nicht, in die weitläuftigen und dunkeln Untersuchungen tief hineinzugehen, woraus ohne Zweifel für meine Leser viele Langeweile und wenige Belehrung hervorgehen würde. Ich schränke mich dahin ein, hier eine sehr gedrängte Darstellung der ein wenig gewissen Kenntnisse zu geben, welche wir von der Astronomie von Siam und von der Küste von Koromandel aus Dominicus Cassini's und Le Gentil's Werken haben.

Astronomie der Siamer.

De la Loubere, Gesandter von Frankreich zu Siam, brachte im Jahre 1687 von seiner Reise ein indisches Manuscript zurück, welches eine Methode enthielt, die Bewegungen der Sonne und des Mondes zu berechnen. Diese Methode gründete sich auf eine Menge von Additionen, Subtractio-

nen, Multiplicationen und Divisionen, deren Sinn und Nutzen man nur mit Hülfe tiefer astronomischer Kenntnisse entdecken konnte. Dem berühmten Dominicus Cassini gelang es, *) in dieses Chaos Ordnung zu bringen. Er unterschied darin zwey verschiedene Epochen, eine bürgerliche, welche in das Jahr 544 vor Christi Geburt fiel, und eine astronomische, welche in das Jahr 633 nach Christi Geburt fiel. Zufolge seiner Erklärungen kannten die Indier gegen die Zeit der ersten Epoche den Unterschied des tropischen Sonnenjahres und des anomalistischen Jahres, die Gleichung des Centrums der Sonnenbahn, die zwey Hauptgleichungen des Mondes, und den Cyclus von neunzehn Sonnenjahren, welcher zweyhundert und fünf und dreyßig Mondumläufe in sich faßt. Alle diese Theorien konnten nur das Resultat einer langen Reihe von genauen Beobachtungen seyn. Allein man argwöhnt, daß Dominicus Cassini, durch eine Täuschung seiner tiefen Wissenschaft, diese Theorien mehr gemuthmaßt und hineingetragen, als in dem indischen Manuscript würklich gefunden habe. Uebrigens würden diejenigen, welche sich auf diese Auctorität Cassini's stützen wollten, um den Ursprung der indischen Astronomie in ein früheres Alterthum zu versetzen, denselben doch nicht weiter als bis auf die Zeiten des Pythagoras zurückführen können; und alsdann ist es möglich, daß, wie schon bemerkt ist, dieser Philosoph der Lehrer der Indier

*) Anciens Mém. de l'Acad. d. Sciences. Tom. VIII.

in der Astronomie gewesen ist. Die heutigen Siamer sind in Ansehung der würklichen oder vorgeblichen Wissenschaft ihrer Vorfahren sehr entartet; denn kaum verstehen sie eine Finsterniß grober Weise zu berechnen.

Astronomie der Bramanen.

Durch einen Aufenthalt von drey und zwanzig Monaten zu Pondichery, hatte vor etwa dreyßig Jahren Le Gentil, Astronom der Akademie der Wissenschaften zu Paris, Gelegenheit, sich von der Astronomie der Bramanen, welche man nicht mit der Astronomie der Siamer verwechseln muß, zu unterrichten. Ich will auch von jener einen Begriff geben, nach dem Berichte, welchen dieser Gelehrte darüber der Akademie und dem Publikum vorgelegt hat.

Man weiß, daß die Halbinsel Indiens, auf dieser Seite des Ganges, von zweyen sehr verschiedenen Nationen bewohnt wird: die westliche Küste von den Malabaren, von denen sie den Namen erhalten hat; die östliche, welche auch die Küste von Koromandel heißt, auf welcher Pondichery liegt, von Indiern, welche Anhänger des Talmud sind. Die Bramanen, welche ursprünglich von Tanjaour und Madureh abstammen, machen die erste Kaste aus, die privilegirte Kaste dieser letztern Indier; die andre Kaste besteht gewissermaßen aus Sclaven. Jeder Uebertritt von einer Kaste in die andre ist durch die Gesetze strenge verboten. Die Kaste der Bramanen ist allein die unterrichtete: Unwissen-

heit, Verworfenheit und Verachtung sind das Loos der zweyten.

Man kann von der Astronomie der heutigen Bramanen auf die Astronomie der ältern schließen. Seit sehr langer Zeit beobachten die Bramanen nicht mehr. Die Astronomie ist für sie nur eine Wissenschaft der Tradition, zu der sie keine neue Ansicht, keine Entdeckung, wodurch sie den geringsten Fortschritt gemacht haben würde, hinzugefügt haben. Ihr Hauptgegenstand ist die Kenntniß der Bewegungen der Sonne und des Mondes, welche sie nach den Methoden ihrer Väter berechnen.

Die alte Astronomie der Bramanen war ein Chaos von unvollkommnen Beobachtungen, als einer ihrer Könige, Salivagena oder Salivaganan genannt, dessen Tod man gegen das Jahr 78 der christlichen Zeitrechnung setzt, in derselben eine große Reform vornahm, und sie zu demjenigen Grade der Verbesserung brachte, in welchem sie verblieben ist. Die Regierung dieses Fürsten ist bey den Indiern eine eben so berühmte Epoche, als die Aera des Nabonassars bey den Chaldäern.

Die Bramanen sind sehr eitel, sehr wenig mittheilend, und halten sich in allen Arten der Kenntnisse den Europäern unendlich überlegen. Le Gentil hatte viele Mühe, in diese Mysterien einzudringen, welche man ihm anfangs mit einer beleidigenden Zurückhaltung verbarg. Indessen durch die Allmacht des Geldes und der Schmeichelen gelang es ihm, einen befriedigenden Begriff von ihrer Astronomie zu bekommen. Er fand, daß sie

sich auf fünf Hauptstücke einschränkte: den Gebrauch des Gnomons, die Länge des Jahres, das Fortrücken der Nachtgleichen, die Eintheilung des Thierkreises in sieben und zwanzig Constellationen, und die Berechnung der Sonnen- und Mondfinsternisse. Alle diese Kenntnisse sind bey den Bramanen sehr unvollkommen, während die Europäer sie, so wie alle die andern Theile der Astronomie, zu einem sehr hohen Grade der Genauigkeit gebracht haben.

Astronomie der Phönicier.

Es ist ohne Zweifel nicht erlaubt, die Phönicier, diese ersten Kaufleute der Welt, unter die Zahl der Astronomen aufzuführen. Man kann indessen nicht läugnen, daß sie hinreichende Kenntnisse, wenigstens praktische, von der Bewegung der Gestirne gehabt haben, um auf den von ihnen unternommenen langwierigen Seereisen geleitet zu seyn. Als sie den Muth hatten, sich dem hohen Meere anzuvertrauen, fingen sie an, ihre jedesmaligen Richtungen nach gewissen nördlichen Gestirnen, die sie nie aus den Augen verlohren, zu nehmen. Allmählich und gar bald machten sie auf dem Mittländischen Meere lange Reisen, stifteten an demselben Colonien, gingen durch die Straße von Gibraltar, gründeten an den Küsten Spaniens Cadix, breiteten sich längs den Küsten von Afrika aus; man behauptet sogar, daß sie um das Cap der guten Hoffnung herum schifften, und Niederlassungen an der östlichen Küste von Afrika zu errichten begannen, etc. Der ge-

lehrte Huetius hat hierüber sehr merkwürdige Erörterungen gegeben.

Mehrere andere Völker widmeten sich, nach dem Beyspiele der Phönicier, oder durch eignen Kunstfleiß geleitet, der Schifffahrt und Handlung. Man kennt die Colonien zu Marseille, Tarent und in Sicilien, welche die alten Griechen vor den großen astronomischen Entdeckungen gegründet haben, durch welche dieses Volk in der Geschichte der Wissenschaften fast eben so vielen Ruhm, und vielleicht mehr Glanz, als durch die Werke seiner Geometer, sich erworben hat.

Astronomie der Griechen. *)

Man betrachtet Thales von Milet als den Ersten, der in Griechenland eigentlich wissenschaftliche Kenntnisse der Astronomie verbreitet habe. Ohne Zweifel hatte er die ersten Elemente derselben in Aegypten eingesammelt. Aber er erweiterte sie durch eigne Nachforschungen, und ihm muß man die merkwürdige Thätigkeit zuschreiben, welche damals in dieser Wissenschaft sich zeigte, und mehrere Jahrhunderte hindurch beständig zunahm. Er zeigte seinen Landsleuten die Ursache der Ungleichheit der Tage und Nächte; er erklärte ihnen die Theorie der Finsternisse und die Art und Weise, sie vorherzusa-

*) Das gelehrte und scharfsinnige Werk des Hrn. Inspector Schaubach: Geschichte der griechischen Astronomie bis auf Eratosthenes (Götting. 1802.), darf ich hoffentlich den Lesern hier nicht erst empfehlen.

gen; er übte selbst seine Kunst aus bey Gelegenheit einer Sonnenfinsterniß, welche in der That kurze Zeit nachher, so wie er sie angekündigt hatte, eintraf.*) Alle diese Dinge schienen damals so neu, so außerordentlich, daß sie dem Thales den größten Ruf verschafften und eine Reihe berühmter Schüler zu ihm hinzogen. Man nennt vorzüglich unter diesen den Philosophen Anaximander, welcher sein Nachfolger als Vorgesetzter der Schule zu Milet wurde.

Anaximander hatte einigen Begriff von der runden Gestalt der Erde. Man legt ihm die Erfindung der Himmelskugeln und der geographischen Charten bey. Er ließ zu Lacedämon einen Gnomon errichten, vermittelst dessen er die Schiefe der Ekliptik, die Solstitien und die Nachtgleichen bestimmte.

Constellationen.

Durch den Vortheil, oder vielmehr in gewissen Fällen, durch die Nothwendigkeit, die Gestirne leicht wieder finden zu können, war man seit langer Zeit auf den Gedanken geführt, sie in abgesonderte Haufen oder Constellationen abzutheilen, wie man die Oberfläche der bewohnten Erde in feste Länder, Kö-

*) Herodots (lib. I.) Worte sind: „Kaum begann die Schlacht, so wurde es am Tage Nacht. Diese Begebenheit sagte Thales den Joniern voraus, und bestimmte das Jahr.“ Zu einer solchen Voraussagung des Jahres einer Sonnenfinsterniß darf man noch keine tiefe astronomische Kenntniß und strenge Berechnungen voraussetzen. Ein genaues Verzeichniß von den Finsternissen konnte bald auf einen Cyclus von 18 Jahren führen, der vermuthlich dem Thales bekannt war.

nigreiche, Provinzen, Cantone rc. abtheilt. Diese Art der Eintheilung konnte anfangs, in Rücksicht auf die unvermeidliche Unrichtigkeit in der Abzählung der Gestirne oder in der Art sie zu ordnen, nur sehr unvollkommen seyn. Sie wurde vervollkommnet von den Griechen gegen die Zeiten des Thales und Anaximander.

Die ersten den Gestirnen beygelegten Namen waren von Werkzeugen des Ackerbaues, von der Gestalt gewisser Thiere, von einigen nützlichen Beschäftigungen rc. hergenommen. Die Griechen veränderten, erweiterten oder vervollkommneten dieses Namenverzeichniß, welches zuweilen unvollständig oder abgeschmackt war. Eine lebhafte und glänzende Einbildungskraft, welche alle Einfälle dieses sinnreichen Volkes leitete, verbreitete Anmuth und liebliche Bilder über diesen an sich trocknen Gegenstand. Zum Beyspiel, eine Constellation war aus mehreren sehr nahen Sternen zusammengesetzt, und auf sie folgte ein durch seinen Glanz und seine Größe sehr ausgezeichnetes Gestirn. Man nannte diesen Haufen von Sternen die Constellation der Plejaden, welches Wort eine Menge bedeutet, und das große Gestirn, nach dem Namen eines Menschen, Orion. Man dichtete, daß die Plejaden Töchter des Atlas und der Nymphe Pleyone wären, und Orion ein in sie verliebter Riese, der unaufhörlich in ihrer Verfolgung begriffen wäre. Der ganze Himmel der Griechen ist auf solche Weise voll von fabelhaften oder historischen Sinnbildern, welche ergötzen und dem Gedächtniß zu Hülfe kommen, ohne den Verstand abzuziehen.

Zodiakus. Bahnen der Planeten.

Unter den Constellationen nehmen diejenigen, zu denen die Sonne, der Mond und die übrigen Planeten, durch ihre wahren oder scheinbaren Bewegungen von Westen nach Osten, gehören, den Raum ein, den man Zodiakus, den Thierkreis, nennt. Dies ist ein Kugelstreifen, der etwa sechzig Grade breit ist. Jedes Volk hat seinen eignen Thierkreis, das heißt, einen Thierkreis, der aus einer größern oder kleinern Zahl von Constellationen, oder aus einer größern oder kleinern Zahl der Sterne in jeder Constellation zusammengesetzt ist. Die älteste und wahrscheinlichste Meynung ist, daß der Thierkreis der Griechen von den Aegyptiern herrührte. Eine neuerlich in Aegypten gefundene Inschrift bestärkt diese Muthmaßung. Er nahm im Zeitalter des Thales eine regelmäßige Gestalt an. Er ist in ganz Europa verbreitet, und wir haben heutiges Tages noch eben denselben. Er ist in zwölf Constellationen getheilt, deren Namen und Folge von Westen nach Osten in nachstehenden zwey Versen ausgedrückt sind:

Sunt Aries,	Taurus,	Gemini,	Cancer,	Leo,	Virgo,
♈	♉	♊	♋	♌	♍
Libraque,	Scorpius,	Arcitenens,	Caper,	Amphora,	Pisces.
♎	♏	♐	♑	♒	♓

Die Gelehrten haben gestritten, ob die fünf Planeten, Saturn, Jupiter, Mars, Venus und Merkur, vor den Griechen bekannt gewesen sind.

Es läßt sich sehr schwer denken, daß man sie von den allerältesten Zeiten der Astronomie her nicht sollte bemerkt, und daß man selbst nicht bloß von ihren gänzlichen Umläufen von Westen nach Osten, sondern auch von den Veränderungen dieser Bewegungen, welche bald Null, bald rechtläufig, bald rückläufig sind, nicht allgemeine Begriffe sollte gefaßt haben. Aber es ist sehr zweifelhaft, daß die griechischen Astronomen, zu der Zeit der ersten Bildung ihres Thierkreises, hinreichend richtige Begriffe von der Neigung der Planeten-Bahnen gegen die Ebene der Ekliptik gehabt haben, um diese Bahnen in der Ausdehnung sich zu denken, wie man sie heut zu Tage kennt. In der That gehen, nach der Meynung der gelehrtesten Astronomen, die ersten genauen Beobachtungen, welche man über die Bewegungen und Erscheinungen des Saturn, Jupiter, Mars, Venus und Merkur angestellt hat, nicht weiter als etwa dreyhundert Jahre vor der christlichen Zeitrechnung hinauf. Nur erst mit der Zeit und nach vielfältigen Beobachtungen ist man dahin gekommen, alle Seltsamkeiten dieser Bewegungen auf eine wahrscheinliche Weise zu entwickeln und zu erklären. Merkur, als welcher so oft in den Sonnenstralen verborgen ist, hat in dieser Rücksicht die meisten Schwierigkeiten verursacht. Es ist wahrscheinlich, daß der erste Thierkreis der Griechen nur den Lauf der Sonne und des Mondes in sich faßte, deren Bahnen sich unter einem Winkel von etwa fünf Graden durchschneiden.

Kometen.

Man weiß gegenwärtig, daß die Kometen eben so wie der Mond und die Erde feste und dunkle Körper sind, welche nach allen Arten von Richtungen in den himmlischen Räumen herumirren. Die Alten hatten nur falsche Ideen über die Natur dieser Körper. Sie hielten sie für bloße Meteore, welche das höchste Wesen von Zeit zu Zeit erscheinen ließ, um seinen Zorn anzuzeigen oder irgend eine außerordentliche Begebenheit anzukündigen. Die seltnen und plötzlichen Erscheinungen der Kometen, ihre unregelmäßigen Bewegungen, diese langen Schweife oder Lichtstralen, von denen sie begleitet waren, und welche sich unter mannigfaltigen seltsamen Gestalten zeigten, mußten anfangs die Augen und die Einbildungskraft in Schrecken setzen. Alles trug bey einem leichtgläubigen und abergläubischen Volke dazu bey, in den Cometen eine besondre Gattung von augenblicklichen Phänomenen anzunehmen, welche von dem Schöpfer zu Anzeigungen, die man nach Belieben auslegte, bestimmt wären. Welche Meynung auch immer die Astronomen über die Kometen haben mochten, so gaben sie sich wenigstens nicht gerne die Mühe, Körper zu beobachten, welche, nach einer kurze Zeit dauernden Erscheinung am Horizont, auf einmal, ohne die Hoffnung der Rückkehr zurück zu lassen, verschwanden. Die Astronomie der Kometen ist eine neuere Wissenschaft, von der in der Folge gehandelt werden wird. Hier erfordert es indessen die Gerechtigkeit, den bessern Einsichten eines

Seneca zu huldigen. Vermöge einer über die Begriffe seines Zeitalters erhabenen Philosophie, stimmte er den angenommenen Vorurtheilen über die Natur der Kometen nicht bey. In seinen Natural. Quaestt. (lib. VII, cap. 22, 24 u. 25.) sagt er: „Ich stimme unsern Philosophen nicht bey; denn ich halte „einen Kometen nicht für ein kurz währendes Feuer, „sondern rechne ihn zu den ewig dauernden Werken „der Natur. — — — Warum sollten wir es so „wunderbar finden, daß die Kometen, ein so seltnes Schauspiel der Schöpfung, noch nicht bestimmten Gesetzen unterworfen sind; und daß wir den „Anfang und das Ende ihrer Bahnen nicht kennen, da sie aus so ungeheuren Räumen wiederkehren? — — Einst werden die Zeit und länger „fortgesetzte Nachforschungen das, was jetzt verborgen ist, ans Licht ziehen. — Einst werden unsere „Nachkommen sich verwundern, daß wir so offenbare „Wahrheiten nicht gewußt haben."

Die von Pythagoras in Italien gestiftete Schule machte ein besondres Studium aus der Astronomie. Pythagoras, unterstützt von seinen ersten Schülern, bewies mit Evidenz die runde Gestalt der Erde, welche Anaximander nur gemuthmaßt hatte. *) Da sie bemerkt hatten, daß ein und derselbe Stern für einen Reisenden, der von einem Orte nach einem andern etwas entfernten sich begibt, sich zu erheben oder zu senken scheint: so schlossen sie, daß, gegen

*) Nach den sehr unsichern Nachrichten des Diogenes Laertius (lib. VIII. segm. 25.).

das Zeugniß der Sinne, die Oberfläche der Erde keine in geraden Linien ausgedehnte bloße Ebene bilden darf, sondern eine krumme und sphärische Ausdehnung. Pythagoras hegte noch einen andern eben so wahren, aber in Rücksicht auf die Zeit, worin er lebte, weit außerordentlichern Gedanken. *) Er urtheilte, daß die Sonne im Mittelpuncte der Planetenwelt unbeweglich ist, und daß die Erde mit den andern Planeten in den himmlischen Räumen sich um sie bewegt: ein System, welches erst in neuern Zeiten entwickelt und bewiesen ist. Weil aber damals diese Meynung offenbar gegen die Erscheinungen und gegen die gemeinen Vorurtheile stritt: so theilte Pythagoras sie nur im Geheim seinen Schülern mit; sey es nun, daß er sie auf eine hinreichende Anzahl von Beobachtungen nicht stützen konnte, und sie daher nur als eine bloße sehr wahrscheinliche Hypothese ansah, oder daß er bey einer allgemeinen Bekanntmachung derselben befürchtete, sich der öffentlichen Verspottung auszusetzen, oder, welches das Gefährlichste war, gar die Unwissenheit und den Fanatismus gegen sich aufzubringen. In der That haben diese beyden Feinde der menschlichen Vernunft ihren Despotismus und ihre Verfolgungen in allen Jahrhunderten ausgeübt; und es ist nicht nöthig, auf

*) Der Verf. folgt hier Montucla (Hist. d. Math. T. I. p. 118.), der sich auf Aristot. de Coelo. Lib. II. c. 13. beruft. Allein Aristoteles sagt daselbst nichts weiter, als daß die Pythagoräer zum Mittelpunct der Welt eine Feuermaterie annahmen, um welche sich die Erde und alle übrigen Gestirne bewegten.

neuere Zeiten herab zu gehen, um merkwürdige Belege hierzu zu finden. Es ist bekannt, daß ungefähr hundert Jahre nach Pythagoras der Philosoph Anaxagoras der Gottlosigkeit angeklagt und zur Landesverweisung verurtheilt wurde, weil er gesagt hatte, daß die Sonne eine Masse von entzündeter Materie wäre. Einige Schriftsteller fügen hinzu, daß er nur durch den Einfluß des Perikles, seines Schülers und Freundes, dieser Strafe entging.

Von der Zeitabmessung.

Da die Zeitabmessung der Hauptgegenstand oder vielmehr der Grund der ganzen Astronomie ist: so haben die Alten und Neuern ihr äußerstes Bestreben angewandt, die Bewegungen der Sonne und des Mondes, auf welche diese Abmessung sich allgemein bezieht, genau zu bestimmen und unter einander zu vergleichen.

Einige unvollkommne Beobachtungen hatten glauben gemacht, daß das Sonnenjahr aus 365 Tagen besteht. Man fand allmählich, daß es merklich länger ist. Die Aegyptier und die ersten griechischen Astronomen setzten es zu 365 Tagen und 6 Sunden an, welches die wahre Länge etwa um 11 Minuten übertrifft. Dieser wichtige Elementartheil der Astronomie ist nach und nach bis auf unsre Zeiten vervollkommnet worden; und endlich, durch die Vergleichung einer großen Zahl alter und neuer Beobachtungen, gibt man es gegenwärtig zu 365 Tagen, 5 Stunden, 48 Minuten, 48 bis 49 Secunden an.

Der Mond, wenn er uns gleich viel näher, und in seiner Bewegung weit schneller als die Sonne ist, verursacht nichts destoweniger mehr Schwierigkeiten in Ansehung der Abmessung seines Umlaufs. Es war eine ungeheure Menge von Beobachtungen und Berechnungen erforderlich, um die Dauer seines Umlaufs in Beziehung auf den ersten Punct der Ekliptik, auf die Sonne, auf die Fixsterne, auf das Apogeum und auf die Knoten der Mondsbahn zu bestimmen.

Man glaubte lange Zeit, daß der synodische Monat nur aus 29 Tagen und einem halben bestand. Um einen Bruch zu vermeiden, setzte man voraus, daß die zwölf synodischen Monate, welche im Sonnenjahre enthalten sind, wechselsweise von 29 und von 30 Tagen seyn würden. Die erstern wurden unvollständige (κοιλοι, cavi), die letztern volle (πληρεις, pleni) Monate genannt. Diese Bestimmung war sehr fehlerhaft, weil sie für die Dauer des Mondenjahres nur 354 Tage oder zwölf synodische Monate gab, da die wahre Dauer dieses Jahres dieselbe mit der Dauer des Sonnenjahres seyn muß, das heißt, sehr beynahe 365 Tage, 5 Stunden, 48 Minuten, 48 Secunden.

Als man die Ungenauigkeit dieser Vergleichung erkannt hatte, suchte man verschiedene Mittel, sie durch Einschaltung einiger Tage oder einiger Mondenmonate nach einer gewissen Zahl von Sonnenumläufen zu verbessern. Dies alles war nur ein Scheinmittel, und die Irrungen kamen mit dem Verlaufe der Zeit beständig wieder. Die Aegyptier,

welche sehr früh die Schwierigkeit bemerkt hatten, welche die Bestimmung einer genauen Uebereinstimmung unter den Bewegungen der Sonne und des Mondes hat, nahmen allein die Bewegung der Sonne zur Grundlage der Fundamentalabmessung der Zeit, und begnügten sich, mit ihr die Bewegung des Mondes beynahe in Verhältniß zu bringen, deren Kenntniß zur Berechnung der Finsternisse nothwendig war. Nach einer ähnlichen Betrachtung setzten andre Astronomen, und besonders die Araber, die Zeit-Eintheilung nach der Bewegung des Mondes fest.

Die griechischen Astronomen beharrten in dem Bestreben, die Bewegungen dieser beyden Gestirne in Uebereinstimmuug zu bringen. Eine unermüdliche Ausdauer in dieser Untersuchung ließ sie eine große Zahl neuer Beobachtungen unternehmen, in welche sie eine solche Genauigkeit, eine solche Kritik hineinbrachten, daß man diesen Arbeiten die vornehmste Ursache der Fortschritte der griechischen Astronomie zuschreiben muß.

Kurze Zeit nach Thales (J. 550 vor Ch. Geb.) schlug ein Astronom von der Insel Tenedos, Kleostratus, *) eine Mond- und Sonnen Periode von acht Sonnenjahren vor, welche aus vier Unterperioden bestand, deren jede von zwey Jahren war, und in welchen man nur dreymal einen vollen Mondenmonat einschaltete. Diese drey Einschaltungs-Monate wurden am Ende des dritten, fünften und sachten

*) Gemin. elem. astron. cap. 6.

Jahres eingeschaltet. Diese Periode wurde Octaëteris genannt. Sie ist, wie man sieht, sehr einfach, und würde vollkommen genau seyn, wenn das Sonnenjahr 365 Tage 6 Stunden, und das Mondenjahr 354 Tage hätte: denn die acht Sonnenjahre würden 2922 Tage, und die acht Mondenjahre, wenn man sie mit 90 Tagen, als so viel die drey Einschaltungsmonate betragen, vermehrt, ebenfalls 2922 Tage ausmachen. Da aber die beyden Grundlagen der Periode irrig sind, so führt sie zu etwas Falschem, und man erkannte bald, daß sie um ein Beträchtliches von der Wahrheit abwich.

Mehrere andere Versuche derselben Art hatten keinen bessern Erfolg. Man näherte sich indessen immer mehr und mehr dem Ziele. Zwey athenienſische Astronomen, Meton und Euktemon (J. 433 vor Ch. Geb.) hatten, wenigstens auf einige Zeit, den Ruhm, es erreicht zu haben. Indem sie mit Scharfsinn alle damals bekannte Beobachtungen unter einander verglichen, bildeten sie eine Sonnen- und Mond-Periode, oder einen Cyclus von neunzehn Sonnenjahren, deren zwölf aus zwölf Mondumläufen, und die sieben übrigen aus dreyzehn Mondumläufen bestanden; welche im Ganzen 235 Mondumläufe ausmachten. Sie vertheilten die ungeraden Zahlen der Mondumläufe nach Zwischenräumen auf die ganze Dauer der Jahre des Cyclus. Die Jahre, in denen man einschaltete, waren das 3te, 6te, 8te, 11te, 14te, 17te und 19te. Ferner, anstatt nach der bisherigen Gewohnheit das Mondenjahr als aus sechs vollen und sechs unvollständigen

Monaten bestehend anzunehmen, setzten sie ihre 235 Mondumläufe aus 125 vollen Monaten und aus 110 unvollständigen zusammen; welches für die ganze Dauer der 235 Mondwandelungen 6940 Tage gibt. Diese Dauer ist auch beynahe der von 19 Sonnenjahren gleich. Dieser Cyclus wurde eingeführt den 16. Julius des Jahres 433 vor Christi Geburt. Er wurde der Cyclus des Meton genannt; ohne Zweifel, weil Meton den größten Antheil an der Erfindung hatte.

Diese Entdeckung, *) an der man eine hohe astronomische Wissenschaft und allen Anschein einer großen Genauigkeit bemerkte, hatte einen so glänzenden Erfolg in Griechenland, daß man die Ordnung der Periode mit goldenen Buchstaben auf ehernen Tafeln eingraben ließ, daher sie den Namen güldene Zahl erhalten hat. Sie diente eine lange Zeit hindurch der Berechnung des Kalenders bey allen europäischen Nationen zur Grundlage. Sie ist selbst noch jetzt im Gebrauch, vermittelst gewisser Einschränkungen und Abänderungen, deren man sie von Zeit zu Zeit benöthigt erkannte. Denn, in astronomischer Schärfe, fehlt ihr Richtigkeit, so wohl in Rücksicht auf die Bewegung des Mondes, als auch auf die Bewegung der Sonne. Die 6940 Tage übertreffen die wahre Dauer von 235 Mondwandelungen ungefähr um 7 Stunden 28 Minuten, und die wahre Dauer der 19 Sonnenjahre etwa um

*) Aelian. v. hist. lib. X, 7. Censorin. c. 18. Diodor. lib. XII. u. a. m.

9 Stunden 28 Minuten. Ferner treffen die Neumonde, Vollmonde und andere Phasen nicht genau in dieselben Epochen von einem Cyclus zum andern.

Als diese Fehler nach Ablauf von vier oder fünf Cyclen merkbar geworden waren, schlug Kalippus, ein andrer athenienſiſcher Astronom (J. 338 vor Ch. Geb.) einen neuen Cyclus vor, der aus 76 Sonnenjahren oder vier Metonischen Cyclen bestand, worin er nach Ablauf dieser Zeit einen Tag ausfallen ließ; so daß die Periode drey Theile, jeden von 6940 Tagen, und einen vierten von nur 6939 Tagen in sich faßte. Indem er hierdurch die Einfachheit des Metonischen Cyclus verließ, erhielt er mehr Genauigkeit. Aber die Bewegungen des Mondes und der Sonne waren noch nicht, weder die eine noch die andre, mit genügender Genauigkeit dargestellt, und die große Aufgabe von dem absoluten Zusammentreffen dieser Bewegungen war noch immer aufzulösen übrig. Die Bemühungen der spätern griechischen Astronomen waren vergeblich, um diese Schwierigkeit gänzlich zu besiegen.

Alle Nationen haben Cyclen und eigne Kalender gehabt. Keiner aber ist es gelungen und konnte es gelingen, die Bewegungen der Sonne und des Mondes vollkommen in Uebereinstimmung zu bringen.

Leser, welche mit der Theorie der allgemeinen Gravitation der himmlischen Körper bekannt sind, werden hiervon den Grund leicht einsehen. Ein vollkommner Cyclus müßte bey seiner beständigen Erneuerung am Ende einer jeden Umwälzung die Sonne und den Mond zu ebendemselben Punct am Himmel

zurückführen; und die Neumonde und Vollmonde rc. in eben denselben Epochen, von einem Cyclus zum andern. Oder, die Vereinigung aller dieser Bedingungen ist so gut als unmöglich. In der That, da erstlich die Bewegung des Mondes um die Erde, durch die Anziehung der Sonne und durch die Anziehungen der andern himmlischen Körper unsers Planetensystems, unaufhörlich verändert wird; und eben so die scheinbare Bewegung der Sonne um die Erde oder die würkliche Bewegung der Erde um die Sonne durch die Anziehung des Mondes und der andern Planeten stets gestört wird: würde es nicht eine bloße Würkung des Zufalls seyn, wenn in zwey auf einander folgenden Cyclen, besonders wenn sie nicht sehr kurz sind, der Mond und die Erde, jeder Körper für sich, genau in derselben Lage in Beziehung auf die Kräfte, von denen sie angetrieben werden, sich befänden, und wenn die Zeiten der cyclischen Umwälzungen genau gleich wären? Zweytens, wenn auch selbst die Zeiten der cyclischen Umwälzungen gleich wären, so würden doch die Zwischenräume der Zeiten, welche zwischen den Phasen von derselben Natur enthalten sind, in der Folge der Cyclen nicht gleich seyn. Denn es weichen z. B. die Zeiten von einem Neumonde zum andern beständig von einander ab, und sind mehreren Ungleichheiten, welche von den Anziehungen der umgebenden Körper herrühren, unterworfen. Dies ist also eine neue Quelle der Unvollkommenheit in den Cyclen. Wir müssen also schließen, daß sie nie, als nur um beynahe die Ueber-

einstimmung der Bewegungen der Sonne und des Mondes anzuzeigen, diehen können. Der astronomische Calcul ist ohne Vergleich viel zuverlässiger und genauer; auch sind die gelehrten Gesellschaften seit länger als einem Jahrhundert gewohnt, zur Bekanntmachung des Zustandes des Himmels für Seemänner und Beobachter, Ephemeriden herauszugeben; Sammlungen, die in der That für jene sowohl als für diese ihren sehr großen Nutzen haben.

Astronomische Arbeiten der Platonischen Schule.

Seit der Stiftung der Schule des Plato bildeten sich in derselben mehrere Astronomen, deren nützliche Arbeiten verlohren gegangen sind, oder sich nur dem wesentlichen nach und in Bruchstücken in einigen alten Werken erhalten haben. Man zeichnet unter diesen Astronomen vornehmlich den Eudoxus aus, dessen schon als Geometers Erwähnung geschehen ist. Er war ein großer Beobachter; er hatte mehrere astronomische Werke geschrieben; man zeigte noch lange nach seinem Tode die Sternwarte, welche er zu Cnidus, seiner Vaterstadt, hatte bauen lassen.*) Er machte mehrere Jahre hindurch Ephemeriden vom Himmel bekannt, die so sehr berühmt waren, daß man sie an öffentlichen Orten, wie im Prytaneum zu Athen, anheftete.

Einige Schriftsteller reden unbestimmt von einer Sphäre des Eudoxus, der sie ein Alter von weit

*) Auch bey Heliopolis in Aegypten. Strabo. lib. XVII. p. 555. ed. Casaub.

über zwölf oder dreyzehn hundert Jahren vor Christi Geburt beylegen. Man kennt sonst auf keine Weise diesen ältern Eudoxus. Diese Dunkelheit hat andern Gelehrten zu der wahrscheinlichen Vermuthung Veranlassung gegeben, daß die Erklärung der himmlischen Bewegungen, welche unter dem Namen der Sphäre des Eudoxus bekannt ist, das Werk des platonischen Philosophen ist, und also nicht weiter als bis zum vierten Jahrhundert vor der christlichen Zeitrechnung hinaufgeht. Sie war bestimmt, für das Klima von Griechenland den Auf- und Untergang der Sonne und des Mondes, der Constellationen, die Neumonde ꝛc. kennen zu lehren. Eudoxus hatte über diese Gegenstände zwey Werke geschrieben, welche den griechischen Astronomen bekannt und von ihnen angeführt sind: das eine war eine Beschreibung der Constellationen, das andre handelte von ihrem Auf- und Untergange. *)

Man hat dem Eudoxus den Vorwurf gemacht, daß er die Erscheinungen der Planeten durch einen sehr verwickelten und sehr wenig wahrscheinlichen Mechanismus zu erklären gesucht habe, in welchem er eine Menge in einander gefügter Kreise anwandte, die entgegengesetzten und fast mit einander unverträglichen Bewegungen unterworfen waren. **) Allein konnte er etwas besseres leisten in den Zeiten der Unwissenheit, in denen er lebte, und in denen man die

*) Sie waren überschrieben ἐνοπτρον und Φαινομενα, und werden angeführt von Hipparch (in Petavii Uranolog. pag. 98. ff.).

**) Seneca in quaest. nat. lib. VII. cap. 3.

Bewegung der Erde, die alles dieses auf eine so einfache Weise erkläret, nicht anzunehmen wagte? Ist man ihm nicht vielmehr einigen Dank schuldig, wenigstens den Gedanken, die Mechanik in der Astronomie zu Hülfe zu nehmen, angegeben zu haben?

Unter dem Könige von Macedonien, Antigonus Gonatas (J. 276. v. Ch. Geb.) trug Aratus, auf Verlangen dieses Fürsten, die zu seiner Zeit bekannten Lehren der Astronomie in griechischen Versen vor. Dieses Gedicht, welches vollständig erhalten ist, ist in zwey Bücher getheilt, von denen das erste, unter der Aufschrift: Apparentia (φαινομενα), eine Erklärung der Sphäre des Eudoxus enthält; das andre, Prognostica (διοσημεια), (nicht in dem Sinne der wahrsagenden Astrologie, welche damals noch nicht die Astronomie angesteckt hatte), die physischen Anzeigen, welche vor Regen und gutem oder bösem Wetter vorhergehen, vorträgt. Dies Werk war bey den Alten sehr berühmt. Cicero übersetzte die Phänomena ins Lateinische. Wir haben auch einen großen Theil dieses Gedichtes in der Uebersetzung des von den Römern so geliebten Germanicus, der ein Opfer der grausamen Eifersucht des Tiberius ward. Endlich ist noch eine dritte Uebersetzung von Avienus vorhanden, der unter Theodosius lebte.

Während die Astronomie in Griechenland so große Fortschritte that (J. 380. v. Ch. G.), wurde sie auch bey einigen Nationen des Occidents von Europa mit Erfolg cultiviret. Man rechnet die alten

Gallier hierher. Cäsar (Comm. de bello gall. lib. VI. cap. 14.) berichtet, daß die Druiden in dem Unterrichte, den sie der Jugend gaben, ihr besonders dasjenige mittheilten, was die Bewegung der Gestirne und die Größe des Himmels und der Erde betrifft, d. h. die Astronomie und Geographie. Haben die Gallier auch keine Beobachtungen hinterlassen, oder hat die Zeit dieselben vernichtet: so wissen wir doch wenigstens, daß sie in der Schiffskunst, welche wesentlich mit der Astronomie verbunden ist, sehr erfahren waren. Dominicus Cassini in seinem Essai sur l'origine et les progrès de l'ancienne Astronomie (Anc. mém. de l'acad. tom. VIII.) meldet, daß sie Colonien an den Küsten Spaniens, am Pontus Euxinus, und in mehreren andern Ländern gestiftet hatten.

Pytheas, ein berühmter, aus Marseille gebürtiger Astronom (J. 380. v. Ch. G.) beobachtete in dieser Stadt die Meridianhöhe der Sonne zur Zeit der Solstitien, vermittelst eines Gnomons. *) Aus

*) Strabo lib. I. (pag. 43, 78 u. 92.) Pytheas Beobachtung der größten Sonnenhöhe zu Marseille kennen wir nur auf folgende Art. Pytheas hatte behauptet, daß die Sonnenhöhe zu Marseille und Byzanz einerley befunden sey. (Dies zeigt schon wenig Genauigkeit in der Beobachtung, da beyde Orte um zwey Grade in der Breite verschieden sind). Hipparch nahm diese Behauptung des Pytheas an, und seine Beobachtung der Sonnenhöhe zu Byzanz, die Strabo mittheilt, kann man für die des Pytheas zu Marseille annehmen. Darnach hätte also Pytheas das Verhältniß des Schattens zum Gnomon am längsten Tage zu Marseille gefunden, wie 120 : 41 $\frac{4}{5}$. Daß eine solche Beob-

der Vergleichung seines Resultats mit dem aus neuern Beobachtungen haben einige Astronomen gefolgert, daß die Schiefe der Ekliptik seit jener Zeit, etwa um eine Minute in jedem Jahrhundert, vermindert worden sey. Aber diese Thatsache ist noch nicht hinreichend aufgeklärt.

Eben dieser Philosoph begnügte sich nicht damit, die Natur-Erscheinungen in seinem Vaterlande zu beobachten. Er reisete in entfernte Länder; er drang sehr weit nach Norden vor, über das occidentalische Meer. In dem Maße, wie er weiter kam, bemerkte er einen auffallenden Wachsthum in der Abnahme der Nächte um die Zeit des Sommer-Solstitiums. Wie er nach einer Insel, die er Thule nennt, gekommen war, sah er, daß die Sonne sehr bald nach ihrem Untergange wieder aufgeht. *) Dies geschieht in Island und in den nördlichen Theilen von Norwegen; daher man geschlossen hat, daß er bis in diese Klimate vorgedrungen wäre. Die Alten, welche sie für unbewohnbar hielten, behandelten die Berichte des Pytheas als Fabeln. Allein die neuern

achtung für Untersuchungen über die Veränderung der Schiefe der Ekliptik unbrauchbar ist, sieht man bald. Peiresc (M. s. Gassendi de vita Peirescii pag. 337.) stellte zu Marseille dieselbe Beobachtung am Gnomon an, und fand jenes Verhältniß, wie 120 : 42 $\frac{2}{5}$. M. vergl. Bailly Hist. de l'Astron. mod. T. I., I, 15.; und besonders Hrn. Schaubachs Gesch. d. griech. Astronomie. S. 388. ff.

*) Strabo lib. I. l. c. u. pag. 71. Cleomed. lib. I. (pag. 137. ed. Bas. 1585.) M. de Bougainville diss. sur Pythéas in Mém. d. Inscript. Tom. XX.

Seefahrer haben die Wahrheit der Thatsachen, welche er früher bekannt gemacht hatte, anerkannt, und ihm den Ruhm zugesichert, daß er zuerst gelehrt hat, die Klimate durch die verschiedene Länge der Tage und Nächte zu unterscheiden.

Man legt dem Pytheas noch mehrere andere Entdeckungen bey, z. B. daß er die Griechen belehrt habe, daß der Polarstern nicht am Pole selbst ist, sondern mit drey andern benachbarten Sternen eine vierseitige Figur bildet, von denen der Pol beynahe der Mittelpunct ist; *) daß er ihnen den Zusammenhang des Phänomens der Ebbe und Fluth mit der Bewegung des Mondes angezeigt habe rc.

Der Geschmack Alexanders (J. 330. v. Ch. G.) für Wissenschaften, und besonders seine Begierde, der Nachwelt die Länder, in die sich seine Eroberungen erstreckt hatten, bekannt zu machen, waren der Astronomie und überhaupt allen Theilen der Naturwissenschaften sehr nützlich. Aristoteles schrieb, auf Verlangen dieses Fürsten, sehr viele Werke über diese Gegenstände. In seinem Werke de Coelo beweiset er die Kugelgestalt der Erde aus der Rundung des Schattens, den sie auf den Mond in den Verfinsterungen dieses Trabanten wirft. Er beweiset sie auch aus den Veränderungen, welche, in dem Maße, wie man sich von den Polen entfernt, oder sich ihnen nähert, mit den Höhen der Sterne vorzugehen scheinen. Das Buch de Mundo, welches man ebenfalls diesem Philosophen beylegt, enthält eine Beschreibung der alten

*) Hipparch. in Arat. lib. I. cap. 5.

Welt, welche der Verfasser in drey große Continente, Europa, Asia und Afrika, eintheilt. Aber der wichtigste Dienst, den Alexander den Wissenschaften leistete, bestand darin, daß er eine genaue und umständliche Kenntniß der Länder seiner Herrschaft verschaffte, nicht allein nach der Schätzung und nach den immer unsichern Berichten Reisender, sondern durch unmittelbare Messungen, und mit Beobachtung der Zustimmung der Gegenstände auf der Erde mit den Lagen der Sterne am Himmel. Von dieser Zeit an ward die Geographie, durch ihre Verbindung mit der Astronomie, allmählich eine wahre Wissenschaft, welche sich erweiterte und vervollkommnete, und aus der der Handel die größten Vortheile zog durch die Mittheilungen, welche sie unter den Völkern zuwege brachte. Kallisthenes, von dem schon geredet ist, war die Leitung dieses Geschäftes übertragen.

Die Hypothese von der runden Gestalt der Erde war sehr alt. Sie hatte, wie schon gesagt ist, zu den Zeiten des Anaximander und Pythagoras ihren Ursprung gehabt. Man hatte auch eingesehen, daß die Erde vom Himmel getrennt ist; daß sie im Raume im Gleichgewichte bleibt, und daß sie von keiner übermäßigen Größe ist. Alle diese Begriffe waren gegründet auf die Beobachtung der täglichen Bewegung der Gestirne von Osten nach Westen, und auf die Veränderungen, welche man in der Lage der Gestirne bemerkte, wenn man ungefähr unter einem und demselben Mittagskreise gegen Norden oder gegen Süden, reisete. Bald erzeugte die Vergleichung der scheinbaren Veränderung der Ge-

stirne mit den correspondirenden Längen der auf der Erde zurückgelegten Wege den Gedanken, den Umfang der Erde durch die Beobachtung der Gestirne zu messen. Aristoteles, der älteste Schriftsteller, von dem Schriften über diesen Gegenstand vorhanden sind, äußert sich im zweyten Buche de Coelo, im 14. Cap. folgendermaßen:

„In den Finsternissen des Mondes ist die den „verfinsterten Theil begränzende Linie beständig eine „krumme; und da nun der Mond durch das Vor„treten der Erde die Verfinsterung erleidet, so muß „die sphärische Gestalt des Umfangs der Erde da„von die Ursache seyn. Ferner geben die Gestirne „nicht bloß die runde Gestalt der Erde zu erkennen, „sondern auch, daß ihre Größe nicht so sehr beträcht„lich ist. Denn thun wir eine kleine Reise gegen „Mittag oder gegen Mitternacht: so erhalten wir „augenscheinlich einen andern Horizont, so daß die „über unserm Haupte befindlichen Sterne eine „beträchtlich veränderte Lage bekommen, und nicht „mehr in derselben denen, die nach Mitternacht, und „denen, die nach Mittag reisen, erscheinen. — —“ Aristoteles setzt (am Ende dieses Cap.) hinzu: „Die „Mathematiker, welche die Größe des Umfangs „der Erde zu berechnen suchen, behaupten, daß sie „gegen 400000 Stadien betrage.“

Es hat ganz das Ansehen, daß Aristoteles unter diesen Mathematikern die Pythagoräer versteht, welche die Erde als einen Stern ansahen und sie um den Mittelpunct der Welt sich drehen ließen

auf eine Weise, durch die die Abwechselungen der Tage und Nächte hervorgebracht würden, eine Meynung, welche Aristoteles in den vorhergehenden Capiteln widerlegt hat. Man sieht übrigens, daß er nur als Historiker von der Messung der Erde redet. Horaz (lib. I. od, 28.) gibt uns einen Beweis dafür, daß diese Messung den Pythagoräern zugeschrieben werden muß; denn er nennt den pythagoräischen Philosophen Archytas, der Plato's Lehrer gewesen war, terrae mensorem.

Eratosthenes (J. 280 vor Ch. Geb.), Aufseher der Bibliothek zu Alexandrien, ist der erste der Alten, von dem wir eine Messung der Erde nach einer den Lehren der Geometrie und Astronomie gemäßen Methode haben. Diese Messung, welche zu damaliger Zeit als ein Wunderwerk des menschlichen Geistes bewundert ward, ist uns von Kleomedes erhalten. (Cleomed. Cycl. Theor. lib. I. cap. 10.) Eratosthenes wußte, daß zur Zeit des Sommersolstitiums die Sonne um Mittag durch den Scheitelpunct der Stadt Syene ging, welche in der Nähe Aethiopiens unter dem Wendezirkel des Krebses lag. Besonders hatte man in dieser Stadt einen Brunnen erbaut, der um Mittag, am Tage des Solstitiums, seiner ganzen Länge nach von der Sonne beschienen war. Er wußte außerdem, oder setzte es wenigstens voraus (welches beynahe wahr ist), daß Alexandrien und Syene unter einerley Mittagskreis belegen waren. Nach diesen Voraussetzungen ließ er zu Alexandrien eine hohle Halbkugel errichten, aus deren Boden sich ein lothrechtstehender Stift

erhob, dessen Spitze der Mittelpunct der Krümmung der Halbkugel war. Indem er sich nun weiter vorstellte, daß die Stadt Syene unter der lothrechten Richtung des Stiftes belegen sey: bemerkte er, daß um Mittag der Bogen, der zwischen dem untern Endpuncte des Stiftes und dem Endpuncte des Schattens, den die die Spitze des Stiftes treffenden Sonnenstrahlen auf der hohlen Oberfläche der Halbkugel projicirten, enthalten war, der funfzigste Theil des ganzen Umfanges war. Hieraus folgerte er, daß der zwischen Alexandrien und Syene enthaltene himmlische Bogen von eben dieser Größe wäre, und daß auf gleiche Weise der zwischen diesen beyden Städten enthaltene irdische Bogen der funfzigste Theil des ganzen Umfanges eines größten Kreises der Erde seyn müßte. *) Durch unmittelbare Messung dieses letztern Bogens fand man, daß er 5000 Stadien betrug: welches für die Länge des ganzen Umfanges eines größten Kreises der Erde 250000 Stadien, und für die Länge eines Grades $694\frac{4}{9}$ Stadien ergibt. Um den Bruch zu vermeiden und ohne Zweifel in der Meynung, daß man von fünf bis zu sechs Stadien die Länge eines irdischen Grades nicht bestimmen könne, setzten nachher einige Astronomen diese Länge zu 700 Stadien an; wel-

*) Eine Erläuterung dieses Verfahrens des Eratosthenes gibt Riccioli (Almagest. nov. P. I. pag. 163.) und Hr. Schaubach (Geschichte d. griech. Astronomie. S. 272. ff.). Das vom Eratosthenes gebrauchte Instrument war das von Aristarch erfundene Skaphium. Vitruv. lib. IX. cap. 9.

ches für die Länge des ganzen Umfanges 252000 Stadien gibt.

Man hat noch eine andre alte Erdmessung, welche ebenfalls Kleomedes berichtet, und zwar von dem Philosophen Posidonius, einem Zeitgenossen des Pompejus. Weil dieser Philosoph erfahren oder beobachtet hatte, daß der Stern Kanopus zu Rhodus nur am Horizont erschien, hingegen zu Alexandrien, welche Stadt er unter ebendemselben Mittagskreise ansetzte, um den acht und vierzigsten Theil des Umfanges am Himmel sich erhob: so fand er, bey der Voraussetzung, daß die Entfernung von Alexandrien nach Rhodus 5000 Stadien betrüge, den ganzen Umfang der Erde zu 240000 Stadien, und einen Grad zu $666\frac{2}{3}$ Stadien. Man sah aber bald nachher ein, daß diese beyden Bestimmungen den Fehler hatten, daß sie zu groß waren. Denn Posidonius hatte die Entfernung von Alexandrien bis Rhodus viel größer angenommen, als sie würklich war. Strabo, der unter August seine Geographie schrieb, behauptete, daß Eratosthenes diese Entfernung gemessen und nur zu 3750 Stadien gefunden habe. Hieraus würden 180000 Stadien für die Länge des ganzen Umfanges folgen, und 500 Stadien für die Länge eines Grades.

Es käme nun darauf an, das Verhältniß des Stadiums zu irgend einem unserer Maße zu wissen, um die Größe eines Erdgrades, wie sie von den Alten bestimmt ist, mit der nach den Bestimmungen der Neuern vergleichen zu können.

Nach einigen Schriftstellern haben Eratosthenes und Posidonius das griechische Stadium gebraucht, welches 94 Toisen 5 Fuß beträgt; nach andern, das ägyptische, welches 84⅓ Fuß ist. Nimmt man das griechische Stadium an, so beträgt des Eratosthenes erstere Messung eines Erdgrades in runder Zahl 65854 Toisen; die zweyte, 66381 Toisen: des Posidonius erstere 63018 Toisen; dessen zweyte, 47415 Toisen. Von diesen vier Bestimmungen ist der Fehler der drey erstern, daß sie zu groß sind, der vierten, daß sie zu klein ist; da nämlich die Größe eines Erdgrades beynahe 57060 Toisen beträgt. Nimmt man das ägyptische Stadium an, so findet man die drey erstern Bestimmungen noch viel mehr zu groß; die vierte gibt 57065 Toisen, welches bis auf ein weniges mit der neuern Messung übereinstimmt. Allein diese Uebereinstimmung kann nur die Würkung des Zufalls oder einer falschen Werthbestimmung des Stadiums seyn. Denn des Eratosthenes und Posidonius Methoden sind keiner großen Genauigkeit fähig, und können in dieser Hinsicht mit den Methoden der Neuern in keine Vergleichung kommen. Ich schließe hier diese Untersuchung, über die man sonst mehrere vortreffliche Abhandlungen in den Memoiren der Academie des Belles Lettres nachsehen kann, *)

*) Vorzüglich von Freret in d. Mém. de l'Acad. d. Inscript. Tom. VIII. pag. 97. Auch vergl. m. La Lande Astronomie. Tom. III. p. 2633. Hr. Schaubach gibt in s. Gesch. d. gr. Astronom. S. 260. ff. eine neue und sehr gründliche Untersuchung

und kehre zur allgemeinen Geschichte der Astronomie im Zeitalter Alexanders zurück.

Weitere Fortschritte der griechischen Astronomie.

Die Impulsion, welche dieser Fürst der griechischen Astronomie gegeben hatte, nahm einen schnellen Zuwachs durch die Aufmunterungen und freygebigen Unterstützungen den neuen Könige Aegyptens, welche die berühmtesten Gelehrten in allen Gegenden der Welt aufsuchten und sie nach Alexandrien zogen. Hier ist es, wo um das Jahr 295 vor christlicher Zeitrechnung Aristillus und Timocharis, während eines Zeitraumes von sechs und zwanzig Jahren, eine große Menge von Beobachtungen machten, sowohl über die Lage und Zahl der Fixsterne, als auch über die Bewegung der Planeten; welche Beobachtungen nachher dem Ptolemäus zur Grundlage seiner Theorie der Planeten dienten.

Um dieselbe Zeit (J. 281 vor Ch. Geb.) lebte

über die Messung des Eratosthenes, so wie über das Stadium der Alten. Er besitzt eine neue genaue Vergleichung des im Capitol zu Rom noch vorhandenen alten römischen und griechischen Maßes, welches Riccioli (in s. Almagest. pag. 58.) hat abbilden lassen, aber zu groß angegeben hat. Nach ihm ergibt sich der von Eratosthenes bestimmte Umfang der Erde = 5813 $\frac{41}{48}$ Meilen. Uebrigens zeigt Hr. S., daß bey der Unvollkommenheit des von Eratosthenes gebrauchten Instruments, da er ferner den Durchmesser der Sonne als unbedeutend annahm, und bey andern irrigen Voraussetzungen, jene Messung keine große Schärfe erwarten ließ.

Aristarch von Samos, der sich in der Astronomie durch mehrere Entdeckungen oder merkwürdige Meynungen berühmt machte. Er beobachtete ein Solstitium, im Jahre 281 vor Ch. Geb., nach den Berechnungen des Ptolemäus; wodurch das Zeitalter dieses Astronomen, worüber wenig unterrichtete Geschichtschreiber sich mit Ungewißheit ausdrücken, auf eine genaue Weise bestimmt wird. Man hat von ihm eine, wenn gleich nicht sehr genaue, doch sehr einfache Methode, um das Verhältniß der Entfernungen des Mondes und der Sonne von der Erde zu bestimmen. Sie besteht darin, daß man den Augenblick beobachtet, wo die Ebene des Kreises, welcher in den verschiedenen Phasen des Mondes den erleuchteten Theil von dem verdunkelten trennt, gegen das Auge des Beobachters auf der Erde gerichtet ist, und sich auf der Mondscheibe in gerader Linie projicirt; und alsdann den himmlischen Bogen, der zwischen dem Monde und der Sonne enthalten ist, ausmißt; und endlich ein rechtwinklichtes Dreyeck entwirft, in dem der rechte Winkel am Monde ist, und die drey Seiten die drey Linien sind, welche die Erde, den Mond und die Sonne verbinden. Alsdann ist es klar, daß in diesem Dreyeck die drey Winkel bekannt sind, und daß man folglich das Verhältniß der Seiten finden kann. Auf diese Weise fand Aristarch, daß die Sonne achtzehn oder zwanzigmal weiter von der Erde entfernt ist, als der Mond. Dies ist keinesweges genau, indem die Entfernung der Sonne drey oder vier hundertmal größer ist, als die des Mon-

des. Es ist indessen schon viel, die Auflösung eines noch jetzt so schweren und so verwickelten Problems zuerst angegriffen zu haben. Aristarch *) erwarb sich als geometrischer Astronom einen viel wahrern und dauerhaftern Ruhm durch die aus Beobachtungen gezogenen starken Wahrscheinlichkeitsgründe, mit denen er das System des Pythagoras von der Bewegung der Erde um die Sonne unterstützte. Diese große Wahrheit reifte so allmählich in den sie zu fassen fähigen Köpfen, bis sie endlich Stärke genug erlangt hatte, in voller Rüstung gegen alle Widersacher öffentlich hervorzutreten.

Die Nacheiferung der Philosophen, welche sich auf die Astronomie legten, war nicht die einzige Ursache ihrer Fortschritte. Sie verdankte sie auch zum Theil der Erfindung einiger neuen Instrumente, mit denen sie sich nach und nach bereicherte, und vermittelst welcher die Beobachtungen leichter, genauer und zahlreicher wurden. Man führt von

*) Die Hauptstelle für die folgende Behauptung ist in Archimed. Arenar. Nach Hrn. Schaubachs Erklärung derselben (Gesch. d. gr. Astron. S. 469. ff.) wollte Aristarch nur, gegen diejenigen Philosophen, welche die Gränzen der Welt zu nahe, und zwar die Sonnenbahn dafür annahmen, zeigen, daß unsre Welt um vieles größer sey, und daß sich die Sonne oder die Erde zur jährlichen Erdbahn oder Sonnenbahn verhalte, wie diese zum Fixsternhimmel. Es war ihm nicht darum zu thun, eine astronomische Entdeckung vorzutragen, sondern nur ein Verhältniß auszudrücken, und um dieses nicht allzugroß zu erhalten, nahm er die Sonne in der Mitte an. An eine Behauptung der Copernicanischen Weltordnung durch Gründe ist hier also nicht zu denken.

diesen Instrumenten unter andern die Ringe (Armillen) an, welche Eratosthenes im Museum zu Alexandrien aufstellen ließ. Es war nach der Beschreibung, die Ptolemäus *) davon gibt, eine Zusammensetzung verschiedener Kreise, welche unserer Armillarsphäre sehr gleicht, die auch aus jener wahrscheinlich entstanden ist. Zuerst war ein großer Kreis daran, der die Stelle des Mittagskreises vertrat. Der Aequator, die Ekliptik und die beyden Koluren bildeten eine innere Zusammensetzung, die um die Pole des Aequators beweglich war. Endlich war noch dabey ein Kreis, der sich um die Pole der Ekliptik drehte, mit nach den Durchmessern einander entgegenstehenden Absehen (Dioptern) versehen, und dessen hohle Seite beynahe die Ekliptik berührte, wo ein Zeiger sich befand, um die Eintheilung, wo er stand, daran zu sehen. (Montucla Hist. d. Math. T. I. p. 305.) Dies ist die allgemeine Idee dieses Instruments. Es war zu mancherley Gebrauch anwendbar. Man sehe hier, zum Beyspiel, auf was Weise man sich desselben zur Bestimmung der Nachtgleichen bediente.

Wenn der Aequator des Instruments mit großer Sorgfalt, wie dies immer geschehen mußte, in die Ebene des Aequators am Himmel gebracht war, so wartete man den Augenblick ab, wo die untere und obere Oberfläche nicht mehr von der Sonne beleuchtet waren, oder vielmehr, welches sicherer war, wo der von dem vordern erhabnen Theile des

*) Ptolem. lib. I. (pag. 17.).

Kreises auf den hohlen Theil desselben projicirte Schatten diesen letztern völlig bedeckte. Es ist einleuchtend, daß dieser Zeitpunct der der Nachtgleiche seyn mußte. Geschah dieses nicht, woraus man erkannte, daß die Nachtgleiche in der Nacht sich ereignet habe: so wählte man zwey Beobachtungen, wo dieser auf den hohlen Theil des Kreises geworfene Schatten auf verschiedenen Seiten gleich gewesen war, und das Mittel des Zwischenraumes zwischen diesen Beobachtungen wurde für den Zeitpunct der Nachtgleiche gehalten. (Montucla Hist. d. Math. Tom. I. p. 306)

Eratosthenes begnügte sich nicht damit, die Beobachtungen erleichtert zu haben, sondern er machte selbst eine große Anzahl derselben. Er hatte mehrere Werke über die Astronomie verfaßt, welche von den Alten angeführt werden. Nur ein einziges, eine Beschreibung der Constellationen, ist dem Raube der Zeit entgangen. Sein Genie führte ihn auf außerordentliche Gegenstände. Seine Erdmessung ist ein Beweis davon.

Hipparchs Entdeckungen.

Unter allen alten Astronomen hat Niemand die Wissenschaft so sehr bereichert, Niemand sich einen so großen Namen erworben, als Hipparch, aus der Stadt Nicäa in Bithynien. (J. 140 vor Ch. Geb.) Er behauptet unter den Astronomen beynahe denselben Rang, wie Archimedes unter den Geometern. Er machte anfangs zu Rhodus Beobachtungen; nachher ließ er sich zu Alexandrien nie-

der, wo er alle die Arbeiten ausgeführt hat, wodurch die alte Astronomie auf sichern Gründen erbaut ist, und welche den Neuern Vergleichungspuncte verschafft haben zu einer Menge astronomischer Theorien.

Eine seiner ersten Sorgen war, die Dauer des Jahres zu berichtigen, welche man vor ihm zu 365 Tagen 6 Stunden ansetzte. Er erkannte diese als etwas zu lang, durch die Vergleichung einer seiner eignen Beobachtungen zur Zeit des Sommer-Solstitiums mit einer gleichen Beobachtung, welche hundert und fünf und vierzig Jahre früher von Aristarch von Samos gemacht war. Er verminderte daher diese Dauer um ungefähr 7 Minuten; welches aber noch nicht genug war. *) Daß indessen Hipparch dem wahren Werthe sich nicht mehr näherte, muß man ohne Zweifel einiger geringern Genauigkeit in der Beobachtung des Aristarch von Samos zuschreiben. Denn die eignen Beobachtungen Hipparchs mit neuern Beobachtungen verglichen, geben 365 Tage, 5 Stunden, $49\frac{1}{2}$ Secunden für die Dauer des Jahres: ein Resultat, das kaum um eine Secunde von demjenigen verschieden ist, welches man aus der Vergleichung der bessern Beobachtungen unserer Zeit mit denen des Tycho de Brahe findet. Ueberhaupt sind die neuern Beobachtungen, bey denen man sich der Fernröhre bedient, sehr viel genauer, als die Beobachtungen der alten Astronomen, welche nur mit bloßen Augen, längs

*) Ptolem. lib. III. (pag. 63.)

Absehen (Dioptern) die Sterne beobachteten. Aber in Untersuchungen, wo die unvermeidlichen Irrthümer der Beobachtungen über einen langen Zeitraum vertheilt sind, wie in dem gegenwärtigen Falle, kann die Vergleichung aller Beobachtungen mit neuern ein beynahe eben so genaues Resultat geben, als die Vergleichung der letztern unter einander ergiebt.

Die alten Astronomen setzten voraus, daß die Sonne in ihrer jährlichen Bewegung gleichförmig eine Kreisbahn durchwandele. Allein diese Gleichförmigkeit, die man für eine würkliche hielt, war, wenigstens dem Scheine nach, verändert in Beziehung auf die Erde. Man kannte die Würkung im Groben. Hipparch ergründete sie und gab davon die Ursache an. Er fand aus Beobachtungen, daß die Sonne ungefähr 94 Tage 12 Stunden brauche, um von der Nachtgleiche des Frühlings zum Sommer-Solstitium fortzurücken, und nur 92 Tage 12 Stunden vom Sommer-Solstitium zur Nachtgleiche des Herbstes. Dies ergab beynahe 187 Tage für die zum Durchlaufen des nördlichen Theils der Ekliptik angewandte Zeit, und nur 178 Tage für den südlichen Theil. Die Sonne mußte also den südlichen Theil der Ekliptik schneller durchlaufen oder zu durchlaufen scheinen, als den nördlichen Theil. Ohne die Hypothese von der würklichen gleichförmigen Bewegung der Sonne zu verlassen, erklärte Hipparch die Ungleichheit der Bewegung in Absicht auf die Erde, indem er die Erde in einer gewissen Entfernung vom Mittelpuncte der Ekliptik

setzte: diese Entfernung, welche man die Excentricität der Sonnenbahn nennt, brachte unter der würklichen und unter der scheinbaren Bewegung eine Aequation zuwege, die bald additiv bald subtractiv ist, und vermittelst welcher man diese beyden Bewegungen, zu jedem Zeitpunct, einander anpassen konnte. Er bestimmte die Größe der Excentricität, in Beziehung auf den Radius der Ekliptik; eben so die Lage der Linie der Absiden, oder der Linie, welche die in der Richtung des Durchmessers einander entgegenstehenden Puncte verbindet, in denen sich die Sonne in ihrer größten und kleinsten Entfernung von der Erde befindet. Er machte ähnliche Bemerkungen und Berechnungen in Ansehung der Mondsbahn. Nach diesen Grundlagen brachte er die Bewegungen der Sonne und des Mondes in Tafeln, die erstern, deren in dieser Art Erwähnung geschieht. Alle diese Bestimmungen waren als Versuche angegeben, welche die Zeit und neue Beobachtungen vervollkommnen mußten. Es war auch Hipparchs Absicht, für die Bewegungen der fünf Planeten, Merkur, Venus, Mars, Jupiter und Saturn, ähnliche Tafeln zu verfertigen. Weil er aber selbst urtheilte, daß die bis damals bekannten Beobachtungen nicht hinreichend genaue Elemente verschaffen könnten, so gab er diese Arbeit auf.

Wenn gleich die Excentricitäten der Bahnen der Sonne und des Mondes, wie sie von Hipparch bestimmt sind, nicht sehr von der Wahrheit abweichen: so muß man doch bemerken, daß sie mit einem

Radicalfehler behaftet waren. Sie setzten voraus, daß diese Bahnen vollkommne Kreise wären. Die Alten versahen sich nicht, daß die Planeten würklich Ellipsen beschreiben; und folglich wußten sie nicht, daß diese Ellipsen selbst durch die allgemeine Kraft der Schwere und durch die gegenseitige der Gestirne unter einander beständig verändert und ungleichförmig sind.

Hipparch machte eine andre Entdeckung, welche, da sie durch die Zeit bestätigt und vervollkommnet worden ist, eine der Hauptgrundlagen der Astronomie geworden ist. Durch die Vergleichung seiner Beobachtungen mit den hundert und funfzig Jahr früher von Aristillus und Timocharis angestellten fand er, daß die Fixsterne zwar beständig dieselben Lagen gegen einander behielten, aber daß alle, nach der Ordnung der Zeichen im Thierkreise, oder von Westen nach Osten eine kleine Bewegung hätten oder zu haben schienen, deren Größe in hundert und funfzig Jahren zwey Grade, oder in einem Jahre 48 Secunden betrug. Die fortgesetzte Aufmerksamkeit, mit der man diese Bewegung beobachtet und studirt hat, hat gelehrt, daß sie ein wenig mehr als 50 Secunden jährlich beträgt. Daraus folgt, daß wenn die Sonne und ein Fixstern beyde von einem und demselben Punct der Ekliptik fortrücken und sich mit Geschwindigkeiten, die sich unter einander wie 360 Grade zu funfzig Secunden verhalten, von Westen nach Osten bewegen, die Sonne zu dem Punkte, von dem sie ausging, in einer Zeit zurückkehren wird, welche

um die den 50 Grad-Secunden entsprechende Größe kürzer ist, als die Zeit ihrer Rückkehr zu dem Fixstern. Die Rechnung zeigt, daß wenn die erste Zeit, welche das tropische Jahr ist, 365 Tage 5 Stunden 48 Minuten 48 Secunden beträgt, die zweyte Zeit, oder das Sternjahr, 365 Tage 6 Stunden 9 Minuten 10 Secunden hat. Man sieht, daß der tropische Umlauf die Solstitien und Nachtgleichen eher herbeyführt, als der Sidereal-Umlauf vollendet ist, oder daß die Aequinoctial-Puncte in Beziehung auf die Fixsterne zurück zu schreiten scheinen. Daher kommt die Benennung Precession der Nachtgleichen, welche man dieser Bewegung des Voreilens der Nachtgleichen vor dem Sidereal-Umlauf gibt. Man wird in der Folge die physische Ursache der Precession der Nachtgleichen und der Veränderungen, denen sie unterworfen ist, erfahren. Es wird auch die Größe und Ursache der dritten Art des Jahres, oder des anomalistischen angezeigt werden.

Die Methode, welche Aristarch von Samos angegeben hatte, um das Verhältniß der Entfernungen der Sonne und des Mondes von der Erde zu bestimmen, war, wie wir schon bemerkt haben, sehr unvollkommen; und konnte außerdem die absoluten Größen dieser Entfernungen nicht finden lehren. Für diese Methode substituirte Hipparch andre und vollständigere, in denen er hauptsächlich von den Parallaxen Gebrauch machte.

Die Parallaxe eines Sterns ist bekanntlich die Größe des Winkels, welcher zwischen dem Orte

am Himmel, wo der Stern von einem gegebenen Puncte auf der Oberfläche der Erde aus gesehen erscheinet, und demjenigen Orte enthalten ist, wo er angenommen werden muß, wenn er vom Mittelpuncte der Erde aus beobachtet würde. Dieser Winkel ist Null, wenn der Stern im Zenith des Beobachters ist; und am größten, wenn er im Horizont ist. Die Parallaxen der gemeinen Planeten, wie des Mondes, Mars, Jupiter rc. sind leicht zu bestimmen; und man schließt daraus weiter die Entfernung eines Planeten von der Erde. Die Entfernung der Sonne von der Erde ist eine feinere und dem Irrthum mehr ausgesetzte Untersuchung. Um diese zu finden, begann Hipparch mit der Berechnung der Entfernung des Mondes von der Erde, in Theilen des Halbmessers der Erde, oder vermittelst der Horizontal-Parallaxe des Mondes. Dies hatte keine Schwierigkeit, weil der Sinus der Horizontal-Parallaxe eines Sterns sich wie der Sinus des Winkels verhält, unter dem man seinen horizontalen Halbmesser sieht, und man also in dem gegenwärtigen Fall ein rechtwinklichtes Dreyeck hat, in welchem man die drey Winkel, und eine Seite, nämlich den Halbmesser der Erde, nach des Eratosthenes Messung, kennt. Daraus wird die Hypotenuse bekannt oder die Entfernung des Mondes von dem Mittelpuncte der Erde. Darauf maß er den scheinbaren Durchmesser der Sonne, so wie er dies beym Monde gethan hatte, und berechnete aus der Dauer einer Mondfinsterniß die Breite des durch den Mond durchgegangenen Schattenkegels.

Mit Hülfe aller dieser Data bildete er nun Dreyecke und Analogien, die ihm den Schluß ziehen ließen, daß die Entfernung der Sonne von der Erde dem Hal messer der Erde zwölf bis dreyzehn hundertmal genommen beynahe gleich wäre, oder daß die Horizontal-Parallaxe der Sonne ungefähr drey Minuten betrüge. Dieses Resultat weicht von der Wahrheit sehr ab; man darf sich aber darüber nicht verwundern, wenn man bedenkt, daß Hipparch in seinen Berechnungen eine Menge Elemente gebraucht hat, welche zu seiner Zeit mit einer hinreichenden Genauigkeit nicht konnten bestimmt seyn. Auch sind in der That die Neuern, mit allen Kenntnissen ihrer Vorgänger bereichert, und mit bessern Instrumenten bewaffnet, nur erst sehr spät dahin gekommen, die Horizontal-Parallaxe der Sonne genau bestimmen zu können. Es sind kaum über hundert Jahre, daß La Hire und die Cassini sie zu funfzehn Secunden ansetzten, da sie würklich nach den bessern jetzigen Beobachtungen nur ungefähr acht Secunden ist; wodurch die Sonne in den Räumen des Himmels auf eine ungeheure Weite entfernt wird.

Ein außerordentliches Phänomen, die beynahe plötzliche Verschwindung eines großen Sterns zu Hipparchs Zeit, bewog diesen unermüdlichen Astronomen, ein Verzeichniß der Fixsterne zu verfassen und ihre Gestalten und gegenseitigen Lagen ꝛc. zu bemerken, um die Nachwelt zu der Beurtheilung in den Stand zu setzen, ob sie dauernde Körper sind, die an dem Gewölbe des Himmels unveränderlich

befestigt, beständig gegen einander diese Lage behalten, oder ob sie, außer der Bewegung, welche die Precession der Nachtgleichen hervorbringt, nicht noch andern unregelmäßigen und unbekannten Bewegungen unterworfen sind; in welchem Falle man ihnen nicht mehr die Bewegung der Planeten zuschreiben kann. Diese unermeßliche Arbeit legte den Grund, auf welchem das ganze Gebäude der Astronomie ruhen sollte. Sie wurde bewundert und gepriesen von allen Nationen, welche den Wissenschaften huldigten. Plinius (Hist. Nat. lib. II. cap. 26.) redet davon mit Enthusiasmus: „Hipparch ist nie „genug gelobt worden: Niemand hat besser bewie„sen, daß der Mensch mit den Gestirnen ver„wandt, und daß unsere Seelen ein Theil des Him„mels sind. — — — Er hat es gewägt, den „Göttern zu misfallen, indem er die Zahl der Sterne „kennen lehrte — — — und also den Himmel, „als eine Erbschaft, allen hinterließ, welche sich in „den Besitz derselben zu setzen wußten."

Zu so wichtigen Untersuchungen, welche unmittelbar auf die Fortschritte der Astronomie Bezug hatten, fügte Hipparch noch das Verdienst der Anwendung dieser Wissenschaft auf die Bedürfnisse und Vortheile des gesellschaftlichen Lebens hinzu, welche für die Kenntniß der Länder und die Ausbreitung des Handels vom größten Nutzen war. Er brachte die Methode, die Lage der Oerter auf der Erde durch die Breite und Länge zu bestimmen, von der man zwar schon zu Alexanders Zeiten einige Begriffe gefaßt hatte, auf gewisse und unveränderliche wissen-

schaftliche Gründe. Sind die Hauptpuncte durch astronomische Beobachtungen einmal unmittelbar festgesetzt: so sind die topographischen Details, wodurch man sie unter einander verbindet, nur noch leichte Operationen, welche man vermittelst verschiedener Instrumente, des Astrolabiums, Meßtisches, &c. ausführt und abkürzt.

Die Gränzen dieses Werkes nöthigen mich, andre Arbeiten des Hipparch mit Stillschweigen zu übergehen, wie seine Untersuchungen über den Kalender, über den astronomischen Calcul &c. Er hatte auch eine Berichtigung der Erdmessung des Eratosthenes unternommen; man weiß aber nicht, welche er für jene substituirte.

Auf ihn folgten mehrere Astronomen, welche, ohne seinem Genie und seiner Wissenschaft gleich zu kommen, zu den Fortschritten der Wissenschaft gleichwohl beytrugen, durch neue Beobachtungen, womit sie dieselbe bereicherten, oder durch Schriften, in welchen sie die Theorie vortrugen.

Die Nachwelt rechnet zu diesen um die Astronomie verdienten Männern den Philosophen Posidonius, dessen bey Gelegenheit der Erdmessung schon Erwähnung geschehen ist. Er lebte auf der Insel Rhodus, wo er viele Beobachtungen anstellte. Er hatte zur Darstellung des Zustandes des Himmels eine bewegliche Sphäre verfertigt, von der Cicero mit Bewunderung redet. (De nat. Deor. lib. II. c. 34.)

Wenn auch Posidonius kein Astronom vom ersten Range gewesen ist, so verdient er doch noch eine kurze Auszeichnung wegen seines moralischen

Charakters und wegen seines bürgerlichen Lebens. Er war ein berühmter Stoiker, der die größte Verehrung in seinem Vaterlande, und die allgemeine Hochachtung der Römer genoß. Als Pompejus nach der Beendigung des Mithridatischen Krieges durch Rhodus reisete, besuchte er ihn, und verbot seinen Lictoren, wie es sonst Gebrauch war, an die Thüre zu klopfen; und, setzt Plinius *) hinzu, der Thüre eines Gelehrten huldigten die Fasces desjenigen, dem der Orient und Occident gehuldigt hatten. Die Strenge der stoischen Grundsätze des Posidonius ist durch einen merkwürdigen Zug bekannt. In einem Vortrage, den er ebenfalls vor dem Pompejus hielt, wurde er plötzlich von einem so gewaltsamen Angriff des Podagra befallen, daß der Schweiß ihm stromweise aber das Gesicht floß. Er ertrug anfangs diesen schrecklichen Schmerz mit Muth, ohne sich zu beklagen, ohne den Ton zu verändern und ohne sich in seinem Vortrage stören zu lassen. Da indessen endlich die Natur die Oberhand behauptete: so entschlüpfte ihm folgender von dem philosophischen Stolze aber sogleich unterdrückter Ausruf: Schmerz, du wirst mich nicht besiegen! Nie werde ich gestehen, daß du ein Uebel bist!

Etwas später lebte Kleomedes, der uns ein

*) Plin. Hist. Nat. lib. VII. cap. 30. (edit. Harduini cap. 31.). Die folgende Anekdote, die übrigens hier in der Erzählung des Verf. etwas entstellt ist, findet sich Tuscul. Disp. lib. II. cap. 24.

Werk: Cyclica theoria meteororum seu motuum coelestium, hinterlassen hat, worin er von der Sphäre, den Perioden der Planeten, ihren Entfernungen und Größen, den Finsternissen ꝛc. handelt. Er gesteht selbst, daß er diese Kenntnisse vom Pythagoras, Eratosthenes, Hipparch und Posidonius empfangen habe, sey es nun durch Ueberlieferung oder aus ihren Schriften. Sein Werk ist aber schätzbar als das älteste, welches über diese Gegenstände auf unsre Zeiten gekommen.

Man kann beynahe dasselbe von den Elementen der Astronomie des Geminus behaupten, welcher, nach einigen Anzeigen zu urtheilen, ein Zeitgenosse des Kleomedes war. Geminus redet sehr ausführlich von Beobachtungen der Chaldäer, und von Sonnen- und Mond-Perioden, die sie erdacht hätten. Das System, welches er über die Ordnung und Bewegung der Planeten vorträgt, ist dasselbe, was hundert und funfzig Jahre nachher von Ptolemäus entwickelt und erklärt ist.

Man wird es ohne Zweifel nicht erwarten, den Julius Cäsar unter den Astronomen zu finden. Wir dürfen ihm aber diesen Ruhm nicht entreißen, weil er würklich in der Astronomie sehr bewandert war, und weil er besonders um den römischen Kalender sich wichtige Verdienste erwarb. Numa Pompilius, Roms zweyter König, hatte diesen Kalender eingeführt. Einige Unrichtigkeiten in den Grundlagen, die überdem durch neue Irrthümer vermehrt waren, hatten in demselben nach und nach eine solche Verwirrung hervorgebracht, daß zu Cäsars Zeiten die

Herbst-Monate in den Winter fielen, die Winter-Monate in den Frühling u. s. w. Wie Cäsar Dictator geworden war, zog er den Astronomen Sosigenes von Athen nach Rom, um mit ihm vereinigt an der Verbesserung dieser Unordnung zu arbeiten. Um zuerst die Ordnung der Jahrszeiten wieder herzustellen, setzten sie fest, daß das Jahr 708 von Roms Erbauung aus vierzehn Monaten bestehen sollte. Darauf nahmen sie zur Grundlage an, daß das gemeine Jahr aus 365 Tagen 6 Stunden bestehen sollte. Dieses nannte man nun, von Julius Cäsar, das Julianische Jahr. Da aber diese Dauer das alte ägyptische Jahr um sechs Stunden übertraf, und da es für das bürgerliche und politische Leben unbequem gewesen seyn würde, das Jahr bald mit der einen Stunde des Tages bald mit einer andern anfangen zu lassen: so setzte man fest, daß der Anfang eines jeden Jahres unveränderlich in eine und dieselbe Stunde eines Tages fallen sollte, daß das gemeine Jahr 365 Tage hätte, und daß man die sechs Stunden drey Jahre hindurch wegfallen ließ, nach Verlauf welcher drey Jahre man alsdann einen Tag hinzufügte, so daß das vierte Jahr aus 366 Tagen bestand. Der hinzugefügte oder eingeschaltete Tag wurde in den Februar-Monat gesetzt. In dem gemeinen Jahre hieß der 24. Februar VI. ante Calendas Martias, der sechste Tag vor dem ersten des März. Cäsar verordnete, daß dieser Tag in jedem vierten Jahr zweymal gezählt werden sollte. Man hatte also in diesem Monat zwey Tage, von denen jeder der

sechste vor dem ersten März hieß (bis sextus ante Calendas Martii). Man nannte in der Folge diese Arten der Jahre anni bissextiles. *)

Diese Einrichtung des Kalenders war sehr einfach; aber sie beruhete auf der Hypothese, daß die Dauer des Jahres 365 Tage 6 Stunden betrüge; welches unrichtig ist, indem die wahre Dauer des Jahres ungefähr elf Minuten kürzer ist. Die Anhäufung der Unterschiede machte eine Reform für diesen Kalender nothwendig, worüber in der Folge die Rede seyn wird.

Man führt einige berühmte Römer, Cicero, Varro u. a. an als große Kenner der Astronomie. Es ist aber kein Denkmal von ihren Beobachtungen oder von ihren Kenntnissen in dieser Wissenschaft vorhanden.

Unter Augusts Regierung erschien das lateinische Gedicht des Manilius: Astronomica. Es ist in sechs Bücher getheilt, und enthält, wie des Aratus Gedicht, eine Erklärung der himmlischen Bewegungen, nach der Sphäre des Eudoxus. Die Poesie desselben ist schön; man bewundert besonders die Einleitungen der Bücher und die moralischen Digressionen. Unglücklicherweise ist es mit allen Träumereyen der Astrologie behaftet. Hier zeigt sich zum ersten Mal diese betrügerische Kunst in den Schriften der Alten, und zwar als ein zu einer systematischen Wissenschaft schon entwickeltes Ganze. Vorher findet man von ihr nirgends eine Spur, weder

*) Censorin. de die nat. cap. 20. Macrob. Sat. I. cap. 14.

in dem Gedichte des Aratus, noch in den Erzählungen von den Arbeiten des Thales, Pythagoras, Hipparch 2c. Sie nahm ihren ersten Ursprung aus der natürlichen Neigung der Menschen, insbesondre der Fürsten und Großen, das Wunderbare zu glauben, und alles, was ihrer Eitelkeit zu schmeicheln bezweckt, ohne Untersuchung anzunehmen. Habsüchtige Charlatane, welche von einigen Geheimnissen der Natur unterrichtet waren, benutzten diese als ein Mittel, sich bey den Großen in Gunst zu setzen, und sich zu überreden, daß ihre und der Staaten Schicksale am Himmel verzeichnet wären. Sie wagten zweydeutige und mysteriöse Wahrsagungen, denen sie die Erfolge immer leicht anpassen konnten. Der Irrthum verbreitete sich und schlug tiefe Wurzeln. Er hat länger als sechzehn Jahrhunderte gedauert, und endlich unterlag er nur den wiederholten Streichen der Philosophie. Aber durch ein trauriges Verhängniß, welches die Menschen zu einer ewigen Täuschung zu verdammen scheint, erneuert sich die Charlatanerie ohne Aufhören unter neuen Gestalten, die mehr oder weniger grob sind, und man sieht sie zu allen Zeiten sich ohne Scham der Stellen und Belohnungen anmaßen, die den wahren Talenten, dem Genie und der Tugend gebühren.

Menelaus (J. 55. n. Ch. Geb.), von dem schon als Geometer geredet ist, zeichnete sich noch in der Astronomie aus durch vortreffliche Beobachtungen und durch die Entdeckung der vornehmsten Lehrsätze der sphärischen Trigonometrie, welche, um

die Beobachtungen der Rechnung zu unterwerfen, nothwendig oder nützlich sind.

Ptolemäus.

Die Astronomie in der Schule zu Alexandrien fing schon an hinzusterben, als der berühmte Ptolemäus (J. 140 n. Ch. Geb.) erschien und sie von neuem belebte, ihre Reichthümer vermehrte, mehrere Ordnung und Uebereinstimmung in alle ihre Theile hineinbrachte, und ihre einzelnen Glieder, welche von allen Seiten in den zu seiner Zeit noch vorhandenen Schriften oder Ueberlieferungen gleichsam zerstreut umherlagen, in ein Ganzes zusammenfügte. Nach einigen Schriftstellern war er zu Pelusium, nach andern zu Ptolemais (in Aegypten) gebohren. Dies ist von keiner Wichtigkeit. Es ist hinreichend, wenn man weiß, daß er sehr früh nach Alexandrien kam, und daß er hier seine unermeßlichen Arbeiten ausgeführt hat.

Sein vornehmstes Werk, sein astronomischer Lehrbegriff oder sein Almagest, unter welchem arabischen Namen es am bekanntesten ist, enthält alle ältern Beobachtungen und Theorien, mit denen Ptolemäus seine eignen Untersuchungen verband; durch welche Vereinigung er die vollständigste Sammlung zu Stande gebracht hat, welche über die alte Astronomie erschienen ist, und welche die Stelle der ältern Schriften in dieser Gattung, welche die Gewalt der Zeit uns entrissen hat, vertreten kann.

Da die alten Beobachtungen, und besonders das von Hipparch verfertigte Fixsternverzeichniß dem

Ptolemäus gezeigt hatten, daß diese Gestirne beständig unter einander dieselbe Lage behalten: so hatte er feste Grundlagen, wohin er die Bewegung der Planeten beziehen konnte, und er legte sich mit mehr Genauigkeit, als man es bisher gethan hatte, auf die Bestimmung der Wege, welche sie am Himmel beschreiben, ihrer gegenseitigen Ordnungen und ihrer Entfernungen von der Erde.

Zieht man den Schein zu Rathe, so nimmt die Erde den Mittelpunct der Welt ein, und alle Bewegungen, die am Himmel vorgehen, geschehen um uns. Indessen hatte schon Pythagoras diese Meynung bestritten. Er setzte die Erde unter die Zahl der Planeten, und ließ sie eben so wie den Mond und die übrigen Planeten, sich um die Sonne bewegen. Aristarch von Samos faßte nachher diesen Gedanken des Pythagoras auf und unterstützte ihn mit starken Gründen. Aber das Vorurtheil zu Gunsten der Unbeweglichkeit der Erde war zu sehr eingewurzelt, entsprach zu sehr dem Zeugniß der Sinne, um so leicht einer Wahrheit zu weichen, welche das Genie mehr ahndete, als daß es sie beweisen oder dem großen Haufen begreiflich machen konnte. Ptolemäus folgte der gemeinen Meynung. Er nahm an, daß um die unbewegliche Erde, in folgender Ordnung der vom Mittelpuncte ausgehenden Entfernungen, der Mond, Mercur, Venus, die Sonne, Mars, Jupiter und Saturn sich dreheten. Alle seine Erklärungen von der Bewegung der Planeten beruhten auf dieser Hypothese, welche durch sein Ansehen in der Astro-

nomie allgemein angenommen wurde und unter dem Namen des Ptolemäischen Systems auf die Nachwelt überging.

Von der ersten Anwendung an, die er von dieser Hypothese machte, zeigte die scheinbare Bewegung der Planeten in Beziehung auf die Erde Schwierigkeiten, welche der Verfasser nicht besiegen oder umgehen konnte, als durch neue sehr verwickelte Hypothesen. Es ist schon gesagt, daß die Planeten Merkur, Venus, Mars, Jupiter und Saturn bald vor uns rechtläufig sich zu bewegen scheinen, bald stille stehen, bald wieder rückgängig sind. Um von allen diesen Bewegungen Gründe anzugeben, nimmt Ptolemäus an, daß jeder Planet für sich in dem Raume einen kleinen Kreis beschreibt, den man circulus deferens nennt, und daß dann weiter alle diese Kreise selbst, deren jeder seinen Planeten mit sich nimmt, concentrische oder excentrische Kreise gegen die Erde beschreiben. Durch die Vereinigung der Bewegung des Planeten durch die Peripherie seines circulus deferens mit der Bewegung dieses circulus deferens um die Erde bildet sich eine zusammengesetzte Bewegung, welche die auf einander folgenden Adspecten des Planeten in Beziehung auf die Erde erkläret. Allein man begreift, daß eine solche Verwickelung der Bewegungen und der würklichen oder optischen Erscheinungen ein schwer zu entwickelndes Chaos hervorbringen mußte. Bekannt ist der witzige Einfall Alphonsus X., Königs von Castilien, mit dem Beynamen des Astronomen. Ob er gleich an diese ganze Mechanik des

Himmels glaubte, so veranlaßte ihn doch die Verwirrung, die er darin fand, zu der Aeußerung: Hätte Gott mich bey der Schöpfung der Welt gefragt, so würde ich ihm einen guten Rath gegeben haben. Ein Scherz, der damals als eine Gottlosigkeit betrachtet wurde, weil man ohne Zweifel annahm, daß Ptolemäus der Rathgeber Gottes gewesen war.

Die Bewegung der Fixsterne in der Länge, welche Hipparch entdeckt hatte, wurde vom Ptolemäus angenommen und bestätigt; nur glaubte er, eine kleine Verminderung in derselben machen zu müssen. Nach Hipparch betrug diese Bewegung oder folglich das Rückwärtsgehen der Puncte der Nachtgleichen zwey Grade in hundert und funfzig Jahren, oder acht und vierzig Secunden in einem Jahre. Ptolemäus brachte diese Bewegung auf einen Grad in hundert Jahren oder auf sechs und dreyßig Secunden in einem Jahre zurück; welches noch mehr von der Wahrheit abweicht. Dieser Irrthum führte eine merkliche Vermehrung in der Länge des Jahres herbey, welche Ptolemäus durch die Vergleichung der Beobachtungen seiner Zeit mit den Beobachtungen Hipparchs bestimmte. Er setzte sie zu 365 Tagen 5 Stunden 55 Minuten an, eine Länge, welche um mehr als 6 Minuten zu groß ist.

Glücklicher war er in seinen andern Untersuchungen über die Theorie der Sonne und des Mondes. Hipparch hatte die Excentricitäten der Bahnen dieser beyden Himmelskörper bemerkt. Ptolemäus bewies dieselben Wahrheiten durch neue Mittel.

Noch machte er eine sehr wichtige Entdeckung, welche ihm ganz allein zugehört. Er bemerkte in der Bewegung des Mondes die berühmte Ungleichheit, welche heutiges Tages unter dem Namen der Evection des Mondes bekannt ist. Man wußte im Allgemeinen, daß die Geschwindigkeit des Mondes in seiner Laufbahn nicht immer dieselbe ist, daß sie zunimmt und abnimmt in dem Maße, wie der Durchmesser dieses Trabanten zuzunehmen oder abzunehmen scheint. Man wußte ferner, daß die größte und die kleinste Geschwindigkeit an den äußersten Puncten der Linie der Absiden der Mondsbahn Statt hat. Weiter war man aber nicht gegangen. Ptolemäus bemerkte, daß von einer Umwälzung zur andern die absoluten Größen dieser beyden äußersten Geschwindigkeiten veränderlich sind, und daß je weiter sich die Sonne von der Absidenlinie des Mondes entfernt, desto mehr der Unterschied unter eben diesen Geschwindigkeiten vermehret wird. Hieraus schloß er, daß die erstere Ungleichheit des Mondes, welche von der Excentricität seiner Laufbahn abhängt, selbst einer jährlichen Ungleichheit unterworfen ist, welche von der Lage der Absidenlinie der Mondsbahn in Beziehung auf die Sonne abhängt. Die neuern Beobachtungen haben die Wahrheit dieser Theorie völlig bewiesen. Sie haben noch eine große Zahl andrer Ungleichheiten in der Bewegung des Mondes kennen gelehrt. Hiervon wird in der Geschichte der Astronomie der neuern Zeiten die Rede seyn.

Außer dem Almagest, von welchem hier der Hauptinhalt angegeben ist, ist noch ein andres großes

Werk des Ptolemäus vorhanden, seine Geographie, in welcher er nach Hipparchs Methode die Lage der Oerter auf der Erde vermittelst ihrer Breite und Länge festsetzt. Hat hier Ptolemäus in der Lage der Städte und Länder, von denen er redet, mehrere Fehler begangen, so muß man nicht vergessen, daß die Geographie das Werk der Zeit ist; daß damals, als Ptolemäus lebte, man nur einen kleinen Theil des alten Continents etwas genauer kannte; und daß selbst heut zu Tage, wo die Astronomie ohne Vergleich viel weiter verbreitet ist, über die Lage einer ungeheuren Zahl Oerter in beyden Hemisphären noch immer Ungewißheit herrscht. Noch muß ich hinzufügen, daß eben dieses Werk die ersten Gründe der sinnreichen Theorie der Projectionen enthält, zum Behuf der Verfertigung geographischer Charten.

Man hat unter des Ptolemäus Namen noch einige Bücher, worin die Astrologie vorgetragen und erkläret wird. Allein kritische Untersuchungen haben bewiesen, daß er nicht der Verfasser derselben ist. Ohne Zweifel haben einige Betrüger ihre verderblichen Träumereyen durch einen großen Namen zu unterstützen gesucht. Gewiß ist es wenigstens, daß die beyden Hauptwerke des Ptolemäus, sein Almagest und seine Geographie, nicht die mindeste Spur von jener betrügerischen Wissenschaft enthalten.

Ptolemäus hatte, wie Archimedes, den Ehrgeiz, durch ein öffentliches Denkmal das Andenken seiner Arbeiten auf die Nachwelt zu bringen. In einem Fragment, das Bouillaud 1668 zum Druck

beförderte, berichten Olympiodorus und Theodorus, Astronomen von Mitylene, daß Ptolemäus in den Tempel des Serapis zu Kanopus eine in Marmor gegrabene Inschrift gewidmet hatte, in welcher er die Hauptsätze seiner Astronomie erklärte, wie die Dauer des Jahres, die Excentricitäten der Mond- und Sonnenbahnen, die Abmessungen der Epicyclen der Planeten rc.

Mag es größere Genies wie Ptolemäus gegeben haben; es gab wenigstens keinen Menschen, welcher in Rücksicht auf die Zeit, in der er lebte, mehr tiefe und für den Fortgang der Astronomie wahrhaft nützliche Kenntnisse in sich vereinigt hat.

Von Ptolemäus bis auf die Araber findet man unter den Griechen keinen Astronomen von einem gewissen Range, wenn man nicht etwa Theon von Alexandrien hierher rechnet, von dem ein gelehrter Commentar über den Almagest noch vorhanden ist. (J. 395 nach Ch. Geb.)

Gnomonik.

Unter den verschiedenen Anwendungen, welche man von der Astronomie zum Nutzen der menschlichen Gesellschaft gemacht hat, hat die Gnomonik, oder die Wissenschaft von den Sonnenuhren, vorzüglich die alten Astronomen beschäftigt. Sie verdiente auch allerdings ihre Aufmerksamkeit wegen des allgemeinen Nutzens, welchen sie damals zur Kenntniß der Stunden des Tages im bürgerlichen Leben hatte. Sie ist heutiges Tages nicht weniger nothwendig sowohl auf dem Lande, als auch in

Städten, wo die Sonnenweiser zum wenigsten zur Berichtigung der Schlaguhren dienen.

Man verfertigt Sonnen-, Mond- und Stern-Uhren. Die erstern sind ohne Vergleich die gebräuchlichsten. Eine solche Uhr ist gewöhnlich eine bloße Ebene, auf welcher die Stunden und die Theile der Stunden durch Schatten-Projectionen bemerkt sind, oder durch den Wurf eines leuchtenden Puncts, den man durch eine durchbohrte Platte durchgehen läßt. Zuweilen verzeichnet man diese Uhren auch auf krummen Flächen, z. B. eines Kegels, eines Cylinders, einer Kugel ꝛc. Die Gründe der Construction sind in allen Fällen dieselben; und es gibt weiter keinen Unterschied als in der mehr oder weniger großen Länge und Vielfachheit der Operationen.

Es wird also hier hinreichend seyn, einen allgemeinen Begriff von den Sonnen-Uhren zu geben, und zwar von solchen, die auf einer Ebene verzeichnet sind, durch Schatten-Projectionen. Die Auflösung dieser Aufgabe läßt sich sehr leicht auf einen einfachen Satz der Geometrie zurückführen, wovon man sich gleich überzeugen wird.

Wir wollen uns vorstellen, daß die Sonne durch ihre tägliche Umwälzung innerhalb einer ungeheuren Sphäre sich bewegt, deren Mittelpunct zugleich der Mittelpunct der Erdkugel ist, die wir als unbeweglich betrachten. Ferner wollen mir annehmen, daß durch diesen Mittelpunct eine Axe geht, die lothrecht auf dem Aequator und folglich auf allen Parallelkreisen, welche die Sonne nach und nach beschreibet, steht. Nun erhellet, daß wenn wir

dieser Axe eine gewisse Dicke beylegen, die Sonne von ihr beständig einen Schatten auf das Uhrblatt werfen wird, das heißt hier, auf eine der Lage nach gegebene Ebene, welche durch den Mittelpunct der himmlischen Sphäre geht. Hieraus folgt, daß um die Stunden des Tages auf dem Uhrblatt zu bemerken, es auf nichts weiter ankommt, als daß man die Durchschnittslinien der Ebene des Uhrblattes mit den auf einander folgenden Ebenen, welche durch die Sonne, in jedem Zeitpunct ihrer Bewegung, und durch die Weltaxe gehen, zu bestimmen weiß. Eine Aufgabe, welche für die Geometer keine Schwierigkeit hat.

Das Princip dieser Construction setzt, wie man sieht, voraus, daß der Halbmesser der Erdkugel unendlich klein ist im Verhältniß zu dem Halbmesser des von der Sonne täglich beschriebenen Kreises; welches in der Praktik als sinnlich wahr angesehen werden kann.

Man zeichnet auf dem Uhrblatt nur die unvermeidlich nothwendigen Linien. Der in das Uhrblatt eingefügte Stift, der einen Theil der Weltaxe ausmacht, kann mehr oder weniger lang seyn. Zuweilen begnügt man sich, die Stunden zu bezeichnen durch den Eintritt des Schattens von der Spitze des Stiftes in die Stundenlinien.

Es gibt auch Sonnenuhren, bey denen man sich nicht auf die Bezeichnung der Stunden und der Theile der Stunden beschränkt, sondern bey denen man noch einige merkwürdige Puncte mehr des Weges, den der Schatten der Spitze des Stiftes

verfolgt, und den Eintritt der Sonne in die Zeichen des Thierkreises verzeichnet. Wir wollen uns z. B. eine horizontale Sonnenuhr für die Stadt Paris gedenken. Wird der Strahl der Sonne, der durch die Spitze des Stiftes geht, unbestimmt verlängert, und als eine physische und unbiegsame Linie betrachtet, so erhellet, daß während der Umwälzung der Sonne diese Linie die Oberflächen zweyer einander mit der Spitze, welche zugleich die Spitze des Stiftes ist, entgegenstehender Kegel beschreiben wird; und daß der von dieser Spitze geworfene Schatten auf der Uhrplatte für jeden Tag oder für jeden Parallelkreis einen Theil einer Hyperbel bilden wird; weil nämlich die verlängerte Ebene der Uhrplatte, wenn sie verlängert würde, die beyden entgegenstehenden Kegel durchschneiden würde. Ein andrer Parallelkreis gibt ein andres Stück einer hyperbolischen Linie. Da nun alle diese durch Größe und Lage verschiedenen Stücke hyperbolischer Linien, wenn man sie alle vollständig verzeichnete, auf der Uhrplatte Verwirrung hervorbringen würden: so begnügt man sich, die Puncte des Schattens für den Eintritt der Sonne in jedes Zeichen des Thierkreises bloß zu bemerken. Man verbindet diese Puncte nahe an einander, und bildet dadurch eine Folge von Bogen, welche die Bogen der Zeichen heißen.

Die Erfindung der Sonnen-Uhren ist sehr alt. Diogenes von Laerte legt den ersten Gedanken dazu dem Anaximenes bey. (Diog. Laert. lib. II. segm. 1.) Man findet im neunten Buche des Vitruvius eine

kurze Beschreibung von verschiedenen alten Sonnenuhren, die Namen, welche man ihnen gab, so wie die Namen derjenigen, welche sie erfunden haben. Ich verweise meine Leser auf dieses Werk, und auf die vortrefflichen Noten, womit Claude Perrault seine Uebersetzung begleitet hat. *)

*) Umständlichere Nachrichten geben: Martini Abhandlung von den Sonnenuhren der Alten; Bek van Calkoen diss. de horologiis veterum sciothericicis. Amst. 1792.; Rode's Uebersetzung des Vitruvius u. a. Die Einrichtung der Arachne des Eudoxus beschreibt Schaubach Gesch. d. gr. Astron. S. 331.

Sechstes Capitel.

Ursprung und Fortgang der Optik.

Man muß sich nicht bey den physischen Erklärungen aufhalten, welche die Alten und besonders Aristoteles von den Erscheinungen des Gesichtes gegeben haben. Der Misbrauch der verborgenen Beschaffenheiten findet sich hier bis zum Uebermaß. Jedoch zuweilen haben sie sich begnügt, die Natur durch den Weg der Erfahrung zu befragen, und alsdann haben sie nützliche Antworten erhalten. Der Platonischen Schule z. B. waren die ersten Gründe der Optik wohl bekannt, das heißt, die Fortpflanzung des Lichtes in gerader Linie und die Eigenschaft der Zurückwerfung unter einem Winkel, der dem Einfallswinkel gleich ist. *)

*) Ueber die Erfindung dieses letztern Gesetzes macht Priestley (in Klügels Uebers. S. 2.) folgende Bemerkung. „Die Gleichheit des Einfalls- und Zurückstrahlungswinkels entdeckte man vielleicht durch Beobachtung der Sonnenstrahlen, wie sie von der Oberfläche des Wassers oder eines andern glatten Körpers

Lange Zeit vorher verstand man die Kunst, Spiegel aus Metall zu verfertigen. Man kannte auch den Gebrauch des Glases; und, nach Plinius, *) verdankt man diese Erfindung dem Zufalle. „Einer Sage „nach landete einst ein mit Salpeter beladenes Schiff „an der phönicischen Küste. Die Schiffsleute am „Ufer mit der Zubereitung ihrer Speisen beschäftigt, „nahmen, da sie daselbst keine Steine vorfanden, „worauf sie ihre Geschirre zum Kochen stellen konn„ten, Salpeterklumpen aus dem Schiffe dazu. Wie „diese angezündet waren, bildeten sie in ihrer Vermi„schung mit dem Sande des Ufers durchsichtige Bäche „einer neuen Flüssigkeit. Bey dieser Gelegenheit soll „die Erfindung des Glases gemacht seyn. (Mém. „d. l'acad. d. belles lett. Tom. I. p. 109.)"

Zu den Zeiten des Sokrates hatte die Verfertigung des Glases beträchtliche Fortschritte gemacht, und sogar der Gebrauch der Brenngläser war schon

zurückgeworfen werden; oder etwa aus der Lage der Bilder, welche dergleichen Oberflächen dem Auge darstellen. Sobald man hierauf Acht gab, mußte man bemerken, daß wenn der Strahl fast senkrecht auffiel, er auch eben so wieder zurückprallte; daß er aber schief zurückging, wenn er schief aufgefallen war. Machte man einige noch so rohe und unvollkommene Versuche, diese Winkel zu messen, so mußte man die Gleichheit beyder Winkel für bewiesen annehmen. Hierbey mußte man noch dieses anmerken, daß der einfallende und zurückgehende Strahl beyde in derselben auf die zurückwerfende Fläche senkrechten Ebene sind."

*) Hist. Nat. lib. 36. cap. 26. (ed. Harduini Tom. II. p. 758.).

sehr gemein. Den Beweis hiervon findet man in dem zweyten Akte der Wolken, eines Lustspiels des Aristophanes.*) (J. 433 vor Ch. Geb.)

Der Verfasser führt den Sokrates ein, wie er dem Strepsiades, einem unwissenden und boshaften Bürger, Unterricht in der Philosophie gibt. Dieser Unterricht dreht sich um läppische Dinge herum, wobey die Absicht ist, den Sokrates lächerlich zu machen. Strepsiades, nachdem er ihn um Rath gefragt hat, wie er es anzufangen habe, um seine Schulden nicht bezahlen zu dürfen, schlägt selbst dieses Mittel vor.

Strepsiades. „Du hast ja in der Apotheke wohl den schönen
„Durchsicht'gen Stein gesehn, womit
„Man Feuer macht?
Sokrates. „Ein Brennglas, meynst du?
Strepsiades. „Eben das.
Sokrates. „Was willst du damit machen?
Strepsiades. „Hinter den Aktuar
„Mich vor die Sonne stellen, wenn mein Urtheil
„So eben ausgefertigt werden soll,
„Und das Geschriebne rein zusammenschmelzen."

*) Vers 764. u. folg. des griech. Textes. Die Wolken des Aristophanes wurden im ersten Jahre der 89sten Olympiade oder im J. 424 vor Ch. Geb. öffentlich aufgeführt. Wielands Uebersetzung im Attischen Museum. II. B. 2. H.

Solche öffentliche Urkunden wurden bekanntlich auf Wachstafeln geschrieben.

Gegen einen solchen Beweis für das Alterthum der Brenngläser läßt sich nichts einwenden. Ueberdies kann die vom Strepsiades angegebene Wirkung auf drey Arten leicht erklärt werden. Man konnte dazu einen Hohlspiegel gebrauchen, der die Sonnenstrahlen zurückwarf, oder ein erhabenes Glas, das die Strahlen durchgehen ließ, oder eine Vereinigung von mehreren ebenen Spiegeln, vermittelst Zurückwerfung. Im ersten Falle müßte die Verschreibung in die Höhe gehalten worden seyn, zwischen dem Spiegel und der Sonne, an der Stelle, wo die Sonnenstrahlen, nach ihrem Einfallen in den Spiegel, unter einem Winkel, der dem Einfallswinkel gleich ist, zurückgeworfen, sich wieder vereinigen. Diese Lage der Verschreibung wäre aber unbequem gewesen, und es ist nicht anzunehmen, daß Strepsiades von dieser habe reden wollen. Im zweyten Falle würde die Verschreibung niedergelegt gewesen seyn, in den Brennpunct, wo die Sonnenstrahlen nach ihrem Durchgange durch die Dichte der sphärischen Rundung sich wieder vereinigten. Hier war kein Hinderniß und keine Schwierigkeit in der Ausführung. Das dritte Mittel endlich ist eben so leicht ins Werk zu richten. Denn dazu ist nur erforderlich, die ebenen Spiegel so zu stellen, daß die Sonnenstrahlen, nach ihrem Einfallen, in solchen geraden Linien zurückgeworfen werden, welche sich in einem Puncte durchschneiden, wo sie einen Brennpunct bilden.

Bemerkungen eben dieses Phänomens finden sich

bey noch mehreren Alten. Plinius (Hist. Natur. lib. XXXVI. c. 26. und lib. XXXVII. c. 6.) bemerkt, daß gläserne Kugeln, gegen die Sonne gehalten, Kleider anzünden; daß manche Aerzte sich auf eben diese Weise crystallner Kugeln bedienten, um Theile des Körpers anzubrennen. Lactantius, der gegen das Jahr 303 nach Christi Geburt lebte, sagt,*) daß wenn man eine mit Wasser gefüllte gläserne Kugel der Sonne aussetzt, von dem von dem Wasser ausstrahlenden Lichte Feuer angezündet werde, selbst in der größten Kälte.

Die denkwürdigste Wirkung von Brenngläsern im Alterthume würde die von Archimeds Brennspiegeln seyn, wenn sie genügend beglaubigt wäre. Ich glaube diese streitige Frage in Untersuchung ziehen zu müssen, so kurz, als es mir ohne Weglassung irgend eines Beweisgrundes, den man dafür oder dawider anführen kann, möglich seyn wird.

Archimeds Brennspiegel.

Mehrere alte Schriftsteller haben berichtet, daß bey der Belagerung von Syrakus Archimedes die römische Flotte mit Brenngläsern in Brand steckte. Einige Neuere betrachten dies Factum als fabelhaft und unmöglich. Andre lassen es als gewiß, und sogar als leicht ausführbar gelten. Ich mache den An-

*) Lib. de ira Dei, cap. 10.

fang mit den Beweisgründen der Zweifler, an deren Spitze der berühmte Descartes steht. (Diopt. Disc. c. VIII.)

Zuerst haben sie bemerkt, und hierin haben sie Jedermanns Zustimmung gehabt, daß Archimedes eines dioptrischen Glases durch Refraction sich nicht würde haben bedienen können, wenn auch die örtlichen Beschaffenheiten es erlaubt hätten; weil ein solches Glas die Sonnenstrahlen in einem zur Hervorbringung eines Brandes bey weitem nicht hinreichenden Maße in einerley Brennpunct gesammelt hätte, und weil außerdem die Kugel, welche er gebraucht hätte, von einem ungeheuern Halbmesser hätte seyn müssen. Der Mangel einer solchen Kugel konnte schlechterdings nicht dadurch ersetzt werden, daß er mehrerer Gläser dieser Art sich zugleich bedient hätte. Denn alle diese Gläser mußten, um einen gleichzeitigen Brand hervorzubringen, zu gleicher Zeit der Sonne ausgesetzt seyn; mußten einerley Krümmung haben, einerley Brennpunct und einerley Lage, sowohl in Absicht auf die Sonne als auf den Gegenstand, der angezündet werden sollte. Hieraus sieht man, daß sie sich einander wechselseitig würden ausgeschlossen haben.

Durch ähnliche Betrachtungen verwerfen Descartes, und die ihm folgen, den katoptrischen Spiegel, indem sie bemerken, wie auch richtig ist, daß um die Strahlen auf die Weite des Bereichs, das heißt, auf eine Entfernung von ungefähr hundert und funfzig Fuß, zu vereinigen, der Halbmesser der sphärischen Rundung hätte von dreyhundert Fußen seyn müssen. Dies macht den Spiegel in der Ausführung, mit ei-

ner gewissen Genauigkeit, unmöglich. Ueberdies würde er nur eine unzureichende Menge von Sonnenstrahlen verschafft haben; und wenn man zur Vermehrung dieser Menge die Ausdehnung des Spiegels vergrößert hätte, so würden alsdann die Sonnenstrahlen nicht mehr sinnlich gleichlaufend über einen größern Raum sich verbreitet, und nach Verhältniß von ihrer Dichtigkeit und Kraft verlohren haben. Endlich würde man in diesem Falle, wie im erstern, nur einen Spiegel allein haben anwenden können.

Stellt man die Untersuchung auf diese Art an, so ist es gewiß, daß Descartes vollkommen Recht behalten wird. Aber warum will man bey den Spiegeln Krümmungen annehmen, welche nur einen einzigen Brennpunct zulassen, und die Verbindung mehrerer Spiegel ausschließen? Ist es nicht möglich, eine große Zahl kleiner ebener Spiegel in Verbindung zu bringen und auf solche Weise zu stellen, daß sie die Sonnenstrahlen auffangen, und nach einem und demselben Puncte oder kleinen Raume hin zurückwerfen, in hinreichender Menge, um Holz-, Tau- und anderes Takelwerk anzuzünden? Wenigstens ist nach der Theorie hierin keine Unmöglichkeit. Und was die Ausführung anlangt, läßt sich denken, daß ein solcher Mann, wie Archimedes, welcher den Geist der Erfindung in der Mechanik im höchsten Grade besaß, um die Erfindung eines Mittels hätte verlegen seyn können, mehrere Stücke Glas unter einander zu verbinden, sie durch Bewegungen eines Gewindes agiren, und beliebig verschiedene Neigungen, nach Erforderniß der Fälle, annehmen zu lassen? Es scheint

mir also die ganze Frage auf den Punct des Factums zurückzukommen, ob Archimedes wirklich die römische Flotte durch Brennspiegel verbrannt hat?

Eines Theils sagen Polybius, Livius und Plutarch hierüber nichts; andern Theils haben es Hero, Diodorus und Pappus bestimmt behauptet. *) Die

*) Die Auctoritäten von beyden Seiten sind, wenn sie alle zusammen gegen einander gehalten werden, fast gleich alt. Hero lebte vor Polybius, Diodorus und Livius lebten zu gleicher Zeit, Pappus später als Plutarch. B. Wider diese Gegeneinanderstellung der Auctoritäten, so wie überhaupt wider die historische Kritik des Verfassers dürfte manches einzuwenden seyn. Zonaras (Tom. III. pag. 46. edit. Bas. 1557.) beruft sich einzig und allein auf die Auctorität des Dio Cassius, dessen Bücher, welche die Belagerung von Syrakus betreffen, wir nicht mehr haben. Tzetzes (Chil. II. sect. 35.) führt zwar den Hero, Diodorus und Pappus zugleich mit dem Anthemius an; aber die drey erstern augenscheinlich nur als Zeugen von den außerordentlichen Maschinen des Archimedes überhaupt, und nicht ausdrücklich als solche von seinen Brennspiegeln. Anthemius bleibt hier also allein übrig; und dieser, dem es bloß um die Auflösung des Problems zu thun ist, nimmt das Factum als wahr an, nach dem übereinstimmenden Zeugnisse der Alten. Er führt aber keinen dieser Alten namentlich an. Von den ältern (noch vorhandenen) Schriftstellern, als Anthemius, reden noch Galenus (de temperam. Tom. I. ed. Bas. pag. 81.) und Lucian (in Hippia. Tom. III. pag. 67. ed. Reitz.) nur beyläufig von einer Verbrennung feindlicher Schiffe durch Archimedes; daß sie aber die römische Flotte meynen, und daß die Verbrennung durch Brennspiegel bewirkt sey, läßt sich aus ihren Worten nicht genügend darthun. Also gegen jene spätern und unsichern, und diese schwankenden und undeutlichen Zeugnisse dürften die negativen Beweise, welche aus dem Stillschweigen eines Plutarch, Livius, und besonders eines Polybius, der

Schriften der Erstern, in denen sie von der Belagerung von Syrakus reden, sind noch vorhanden. Die Schriften der Letztern sind verlohren gegangen; aber sie waren noch im zwölften Jahrhundert vorhanden, und die Stellen, worin besonders von dem Spiegel

zu Archimeds Zeiten lebte, hergenommen sind, den meisten Lesern überwiegend scheinen. Betrachtet man also die ganze Erzählung als eine bloße später entstandene Sage: so ist die Frage natürlich: was denn den spätern Schriftstellern zu der Erzählung Anlaß gegeben habe? Diese, glaube ich, kann man also beantworten. Archimedes, der so manche sinnreiche Aufgabe ausgeführt hat, (man erinnere sich nur seiner berühmten mechanischen Aufgabe, worüber er zum Hiero sagte: Da mihi ubi consistam, et terram dimovebo! seiner Aufgabe in der Sandrechnung u. a. m.) hatte vielleicht auch folgende katoptrische Aufgabe: ein feindliches Schiff in einer größern Entfernung, als der Bereich der Geschützmaschinen beträgt, durch die Sonnenstrahlen zu verbrennen; entweder in einer eigenen Schrift, oder in der Katoptrik, die er (nach Theo in Ptolem. pag. 10) geschrieben haben soll, vorgetragen. Oder diese Aufgabe war bloß aus mündlicher Ueberlieferung vom Hero in seiner Katoptrik vorgetragen. Vielleicht konnte Archimedes gar selbst, wie er sonst wohl auf König Hiero's Veranlassung zu thun pflegte, einen Versuch mit der wirklichen Ausführung gemacht haben. Nun ging Archimeds Schrift früh verlohren; des Hero Schrift ebenfalls, oder kam nur verstümmelt und in Excerpten in die Hände einiger späterern Schriftsteller. Aber der Ruf von jener berühmten Aufgabe erhielt sich, und veranlaßte die Erzählung von der wirklichen Verbrennung feindlicher Schiffe. Diese feindlichen Schiffe verwandelten spätere Schriftsteller in die römische Flotte. Auch trug die Sage von des Proklus nachahmender Ausführung zur Erneuerung und Verbreitung einer ältern Anekdote vom Archimedes bey, welche überdies von dem Genie dieses außerordentlichen Mannes so ganz charakteristisch ist.

des Archimedes die Rede war, sind von Zonaras und Tzetzes, Schriftstellern aus jener Zeit, nacherzählt. Das Stillschweigen des Polybius, Livius und Plutarch gehört zu den negativen Beweisen, die einer affirmirenden Aussage nachstehen müssen, wenn das ausgesagte Factum nichts unmögliches an sich hat. Da überdies Plutarch ganz im Allgemeinen mit Bewunderung von der Wirkung der Maschinen des Archimedes redet, ohne eine derselben genauer anzugeben: so kann es seyn, daß er unter jenen die Brennspiegel mit verstanden hat. Wie dem auch sey, Zonaras und Tzetzes, welche sehr mittelmäßige Schriftsteller sind, verdienen eben deswegen völliges Zutrauen. Sie konnten nichts erfinden, und ihr Zeugniß muß als das eigene Zeugniß der von ihnen angeführten Schriftsteller angesehen werden. Zonaras behauptet nun, nach jenen alten Schriftstellern, daß Archimedes vermittelst der Sonnenstrahlen, die von einem polirten Spiegel gesammelt und zurückgeworfen wurden, die römische Flotte in Brand gesteckt habe; nachher fügt er hinzu, daß nach diesem Beyspiele Proklus mit Spiegeln von Metall die Flotte des Vitalianus, welcher im Jahre 514, unter der Regierung des Anastasius, Constantinopel belagerte, verbrannt habe. Tzetzes, der sich auf eben dieselben Auctoritäten beruft, gibt eine nähere Erklärung über den Mechanismus der Spiegel des Archimedes. *) „Als Marcell,

*) Ich gebe diese Stelle in einer so viel möglich wörtlichen Uebersetzung. Die Worte von der Stellung des Spiegels: mitten in die Strahlen der mittägigen Sommer-

„sagt er, seine Schiffe außerhalb des Bereichs der
„(Archimedischen) Geschützmaschinen gebracht hatte,
„verfertigte der Greis (Archimedes) einen sechseckich-
„ten Spiegel. Und indem er in abgemessenen Ab-
„ständen von diesem Spiegel dergleichen kleinere Spie-
„gel, von denen jeder aber vier und zwanzig Winkel
„hatte, anbrachte, welche durch Bänder und Char-
„niere bewegt wurden; stellte er jenen Spiegel mit-
„ten in die Strahlen der mittägigen Sommer- und
„Winter-Sonne. Wie nun die Sonnenstrahlen in
„demselben gebrochen und zurückgeworfen wurden,
„bewirkten sie einen fürchterlichen Brand auf den
„Schiffen, wodurch diese gänzlich in Asche verwandelt
„wurden, obgleich sie um die Weite eines Pfeilwur-
„fes entfernt waren." (J. Tzetzes in Chiliad. II.
sect. 35.) Es mag nun diese Stelle eine genaue
oder mangelhafte Beschreibung der Spiegel des Ar-
chimedes enthalten; sie mag, wenn man so will, die
Wirkungen derselben übertreiben: so zeigt sie doch

und Winter-Sonne, würde ich für eine bloße Phrase
ansehen, bey der Tzetzes selbst sich nichts bestimmteres dachte.
Statt bloß zu sagen: Archimedes stellte den Spiegel der Sonne
entgegen, wollte er sich gelehrt und wortreicher ausdrücken.
Dupuy (in d. Mém. de l'Acad. Tom. XLII. p. 428 ff.) zeigt,
daß Tzetzes des Anthemius Schrift gelesen, aber deren Inhalt
nur halb verstanden und behalten hatte. Sonach dürfte jeder
Versuch, einen vernünftigen Sinn den Worten des Tzetzes zu
geben, immer sehr mislich seyn. Die eben angef. Worte gibt
Hr. Bossut nach Melots Uebersetzung (Mém. de l'Acad. an. 1747.
p. 99.): il plaça ce miroir de manière qu'il étoit coupé en son
milieu par le méridien d'hiver et d'été.

wenigstens ungefähr die Art und Weise an, nach der die Theile des Spiegels bewegt wurden, um in eine in Absicht auf ihren Gegenstand erforderliche Lage zu kommen; die Stellung, welche der Spiegel hatte gegen die Sonne, und endlich die Entfernung, in der er zündete. Alles dies sind Umstände, die möglich und wahrscheinlich sind.

Einige Personen, die zwar durch diese Beweisgründe überrascht wurden, aber noch immer in Ansehung des Factums etwas ungläubig blieben, haben einen Einwurf gemacht, auf den man mehr Gewicht legt, als er in der That hat. Zugestanden, hat man gesagt, daß Archimedes die Schiffe der Römer hätte in Brand stecken können, wenn sie unbeweglich an einer Stelle geblieben wären; so hätte er es doch nicht thun können, wenn man, wie nothwendig ist, annimmt, daß ein Schiff sich bald nähert und bald entfernt. Denn, setzt man hinzu, für jede Bewegung, welche es macht, ist eine beträchtliche Zeit erforderlich, um den Facetten des Spiegels die Lagen zu geben, welche den veränderten Entfernungen des Spiegels von dem Gegenstande, welcher angezündet werden soll, entsprechen. Hierauf erwiedere ich Folgendes. 1. Hatte Archimedes einmal den zur Ansteckung günstigen Augenblick benutzt, ohne daß die Römer einige Kenntniß von seinen angewandten Mitteln hatten: so konnte er auch seine Absicht sehr schnell ausführen, und eher, als man dagegen Vorkehrungsmittel gebrauchen konnte. 2. Bey allen den Hülfsquellen, die seinem Geiste zu Gebote standen, fand er ohne Mühe ein Mittel, die Neigung der Facetten

des Spiegels sich verändern zu lassen, um das Schiff, welches zu entweichen suchte, wenigstens eine Zeitlang zu verfolgen. 3) Endlich konnte er mehrere Spiegel von verschiedenen Brennpuncten in Bereitschaft haben, und zwar (welches hier möglich ist) für alle Fälle, die sich ereignen konnten, und die er leicht vorhersehen mochte. Die Beweglichkeit der Schiffe ist also kein unübersteigliches Hinderniß für die Wirksamkeit der Spiegel; und neuere Gelehrte haben, ohne Rücksicht auf diesen Einwurf zu nehmen, geglaubt, die Realität der in Frage gebrachten Wirkungen durch Versuche, wo die anzuzündenden Gegenstände unbeweglich sind, begründen zu können.

Der Jesuite Kircher sagt in seiner Ars magna lucis et umbrae *), daß er, nach der Beschreibung des Tzetzes, einen Spiegel habe verfertigen lassen, welcher aus mehreren Plangläsern zusammengesetzt war, die, indem sie alle das Sonnenlicht nach einem und demselben Puncte hin zurückwarfen, in demselben eine beträchtliche Hitze hervorbrachten.

Buffon führte im Jahre 1747 (Mémoires de l'acad. des sciences, an 1747, pag. 82.) denselben Versuch im Großen aus, und dadurch hat er unwiderruflich den Wirkungen der Spiegel des Archimedes das Siegel der Wahrheit aufgedrückt. Er ließ durch einen vortrefflichen Opticus, Passemant, einen Reflexionsspiegel verfertigen, der aus hundert und acht und sechzig Plangläsern zusammengesetzt war, die in Charnieren beweglich waren, und die

*) Pag. 171 sqq.

man entweder alle zugleich oder nur theilweise konnte agiren lassen. Vermittelst dieser Sammlung zündete Buffon, im Aprilmonat, durch sehr schwache Sonnenstrahlen, das Holz in einer Entfernung von hundert und funfzig Fußen; schmolz er das Bley in einer von hundert und vierzig Fußen: Resultate, die mehr als hinreichend sind, um alle Gründe, welche man wider ein evident mögliches Factum vorgebracht hat, zu vernichten.

So stand die Streitsache, als im Jahr 1777 der gelehrte Dupuy, Mitglied der Academie des Belles Lettres, die Uebersetzung des Fragments des Anthemius über eben denselben Gegenstand bekannt machte (Académie des Belles Lettres, Tom. XLII. p. 392) *). Bekanntlich lebte Anthemius unter dem Kaiser Justinian (536 n. Chr. Geb.) Er gehörte zu den seltnen Menschen, wegen seiner tiefen Kenntnisse in der Mathematik und besonders in der Mechanik. Er führte anfangs mit Isidorus, und nachher, nach dem Tode dieses seines Gehülfen, allein, den Bau der berühmten Basilika der heiligen Sophia zu Constantinopel. Man legt ihm die erste Erfindung der Kuppelgewölbe bey. Das von Dupuy übersetzte Fragment enthält einige Aufgaben aus der Optik; und Anthemius behandelt darin besonders diejenige von den Spiegeln des Archimedes, über de-

*) Fragment d'un ouvrage grec d'Anthemius sur les Paradoxes de Mecanique. Revu et corrigé sur quatre Msts., avec une Traduction françoise et de Notes. Par Mr. Dupuy. Par. 1777. 4.

ren Wirkungen er keinen Zweifel macht noch übrig läßt. Er fängt mit der Bemerkung an, daß Archimedes keinen hohlen katoptrischen Spiegel habe anwenden können; 1) weil ein solcher Spiegel von übermäßiger Größe würde haben seyn müssen; 2) weil bey dieser Art von Spiegeln der anzuzündende Gegenstand zwischen dem Spiegel und der Sonne aufgestellt seyn müsse, die Stellung der römischen Schiffe gegen Syrakus aber eine solche Anordnung unmöglich mache. Zuletzt erklärt er den von Archimedes gebrauchten Mechanismus der Spiegel, beynahe eben so, wie Tzetzes ihn angegeben, und Buffon ihn ausgeführt hat.

Vielleicht bin ich etwas zu weitläuftig über diesen einzelnen Gegenstand gewesen. Ich glaubte aber, eine so merkwürdige Aufgabe, über welche noch einige Dunkelheit vorhanden war, so viel möglich, in ein helleres Licht setzen zu müssen. Ich schließe nun mit einigen allgemeinen Bemerkungen.

Untersuchung der Frage, ob die Alten Brillen und Fernröhre gekannt haben?

Es herrscht in der Folge der menschlichen Kenntnisse ein unglückliches Verhängniß; die nützlichsten, die nothwendigsten für unsere Bedürfnisse zeigen sich fast immer zuletzt. Die Alten, welche die Eigenschaft der Gläser zum Anzünden mit so vieler Kunst und so großem Erfolge anzuwenden wußten, kannten den viel wichtigern und vortheilhaftern Gebrauch nicht, den man heutiges Tages von ihnen macht, zur Vergrößerung der Gegenstän-

de und zur Unterstützung eines schwachen Gesichts. Ich weiß, daß diese Aeußerung nicht mit der Behauptung der enthusiastischen Verehrer des Alterthums übereinstimmt, welche durchaus wollen, daß die Alten alles erfunden und uns nur die traurige Ehre übrig gelassen haben sollen, ihre Ausleger und Erklärer zu seyn. Der Geschichtschreiber der Acad. des Belles Lettres (Tom. I. pag. 111.) drückt sich, nach dem bloßen Zeugniß des gelehrten Valois (Valesius), und ohne irgend einen Alten als Gewährsmann anzuführen, folgendermaßen aus: „Man liest, daß der König von Aegypten, Ptolemäus, einen Thurm oder eine Sternwarte hatte „bauen lassen, auf der Insel, auf welcher der „Leuchtthurm von Alexandrien stand, und daß er „eben auf diesem Thurme Fernröhre von einer so „außerordentlichen Sehweite hatte aufstellen lassen, „daß er auf sechzig Meilen weit feindliche Schiffe, „welche eine Landung an der ägyptischen Küste beabsichtigten, entdeckte." Wären aber die Alten wirklich in dem Besitze einer so schönen, so nothwendigen und so einfachen Erfindung gewesen, ist es wahrscheinlich, daß diese selbst in den Zeiten der größten Barbarey sollte verloren gegangen seyn? Sollten von derselben nicht sehr deutliche Spuren in den alten Schriftstellern vorhanden seyn? Sollte sie nicht in jenen Sprachen, eben so wie in den neuern Sprachen, eine Menge sich dahin beziehender figürlichen Redensarten veranlaßt haben? Wie wäre es möglich, daß Seneca, der nach einem solchen Ptolemäus und dessen angeblichen Ferngläsern

lebte, weil ja Aegypten nach dem Tode der Cleopatra eine römische Provinz ward, wie wäre es möglich, sage ich, daß Seneca von denselben Kenntniß gehabt hätte, indem er bloß sagt, *) daß kleine Schriftzüge, durch eine mit Wasser gefüllte gläserne Kugel betrachtet, vergrößert erscheinen, ohne das geringste hinzuzufügen, was Bezug auf Vergrößerungsgläser hätte? Die Alten, durch ihre schlechte Physik über die Natur des Sehens irregeleitet, ahndeten nicht, daß man durch einen ähnlichen Mechanismus, wie derjenige, wodurch die Sonnenstrahlen zu einem Brennpuncte versammelt werden, diese auch zu einem sanften und geschwächten Lichte vereinigen und einen Grad von Klarheit hervorbringen könnte, welcher der Verrichtung der Augen zu Hülfe kommt, ohne sie anzugreifen. Hält man sich an sichere Beweise, und nicht an bloße Wahrscheinlichkeiten, welche man immer durch eine erzwungene Auslegung einiger Stellen der alten Schriftsteller finden kann: so wird man in der Ueberzeugung beharren, daß die Erfindung der Nasenbrillen erst aus dem Ende des dreyzehnten Jahrhunderts ist. Die Erfindung der großen Ferngläser, der astronomischen Fernröhre und Teleskope ist noch um ungefähr dreyhundert Jahre jünger. Die zu diesen Werkzeugen erforderlichen Gläser müssen entweder aus sehr großen Kugeln bestehen, deren Anwendung sehr unbequem und beynahe unmöglich seyn würde, oder aus sehr kleinen

*) Quaest. Nat. lib. I. cap. 6.

Stücken großer Kugeln. Dies letztere gewährt eine leichte Verfahrungsart, die wirklich befolgt wird. Aber hier wird die Kunst des Glasschneidens vorausgesetzt; und diese Kunst scheint den Alten, welche nur Glas zu blasen und Vasen daraus zu verfertigen verstanden, völlig unbekannt gewesen zu seyn.

Zusätze.

Von den optischen Schriften des Euklides, Hero, Ptolemäus und Heliodor.

Gegen die Aechtheit der optischen Schriften des Euklides sind sehr erhebliche Zweifel vorgebracht, die hauptsächlich von der schlechten Beschaffenheit dieser Schriften selbst hergenommen sind. Wollte man auch seine physikalischen Hypothesen und Irrthümer dem Verfasser nachsehen: so ist doch selbst der mathematische Theil der Optik und Katoptrik so unvollkommen bearbeitet, alle Sätze sind so wenig bestimmt und befriedigend ausgeführt, daß man diese Bücher in der Gestalt, wie wir sie besitzen, dem scharfsinnigen Verfasser der Elemente unmöglich beylegen kann.

Man darf daher wohl annehmen, entweder Euklides hat diese Schriften nicht selbst verfaßt, sondern sie sind erst später aus seinem mündlichen Vortrage von einem seiner Schüler aufgesetzt; wie dies auch die der Optik vorgesetzte Einleitung zu bestätigen scheint, die von einem andern Verfasser ist: oder besorgte Euklides wirklich selbst ihre Herausgabe, so haben sie ver-

muthlich dasselbe Schicksal gehabt, was nach des Pappus Bericht (lib. VIII. praefat.) die mechanischen Schriften des Hero und die meisten Werke der Alten über die angewandte Mathematik schon im vierten Jahrhundert betroffen hatte. Sie waren schon damals nur noch in sehr mangelhaften und verstümmelten Abschriften oder Excerpten vorhanden, die nachher vom Theon und mehreren andern wieder ergänzt seyn mögen.

In der eben erwähnten Einleitung zur Euklidischen Optik werden die Sätze: daß das Licht seinen Weg in geraden Linien nimmt; daß auch die Sehestrahlen in geraden Linien gehen, jedoch nicht parallel; daß also kein Gegenstand auf einmal gesehen werde; daß wir durch aus dem Auge gehende Lichtstrahlen sehen u. s. w. nach den Beweisen, womit Euklides sie zu unterstützen pflegte, ausgeführt.

Die in der Optik vorkommenden Sätze betreffen Untersuchungen über die scheinbare Größe, Gestalt und Lage der Gegenstände, nach den Winkeln, unter welchen sie dem Auge erscheinen. Z. B. S. 6 wird gezeigt, daß von gleichen und parallelen Größen in ungleichen Entfernungen die dem Auge näher liegende größer erscheint. S. 10. daß von einer Ebene, über welcher das Auge erhaben ist, die entferntern Theile höher erscheinen. S. 23. ff. Wie viel man von der Oberfläche einer Kugel, eines Cylinders, Kegels sehen kann, mit einem Auge oder beyden u. s. w. S. 52 — 58. betreffen die Erscheinungen bey Bewegungen; z. B. wenn mit den Gegenständen zugleich das Auge nach ebenderselben Richtung bewegt wird, daß diejenigen, welche mit gleicher Geschwindigkeit, als das

Auge, bewegt werden, zu ruhen scheinen rc. Von diesen Sätzen, meynte Keppler (Paralipom. pag. 332. sqq.) habe Euklides eine Anwendung zur Begründung des copernicanischen Weltsystems gemacht, welches er von den Pythagoräern angenommen habe.

Aus der Katoptrik hebe ich folgende Sätze aus. S. 1 — 3. daß die Strahlen unter einem Winkel zurückgeworfen werden, der dem Einfallswinkel gleich ist, bey ebenen, hohlen und erhabenen Spiegeln. S. 7. ff. über aufrechte oder umgekehrte Lage der Bilder, in den drey verschiedenen Arten von Spiegeln. S. 13. ff. daß einerley Gegenstand durch beliebig viele Spiegel gesehen werden kann. S. 16. ff. daß der Ort des Bildes in dem Einfallslothe liegt. S. 29. enthält die bekannte merkwürdige Erscheinung am Hohlspiegel, wo das Bild des Gegenstandes verkleinert und verkehrt zwischen dem Zuschauer und dem Spiegel in der Luft schwebend erscheint. (M. vergl. Klügel in Priestleys Gesch. d. Opt. S. 8.). S. 31. daß Hohlspiegel, der Sonne entgegengesetzt, eine zündende Kraft haben. In dem Beweise dieses Satzes zeigt der Verfasser, daß alle Strahlen, welche von einem Puncte der Sonne in gleicher Entfernung von der Axe auf den Hohlspiegel fallen, bey ihrer Zurückwerfung in einem Puncte der Axe zwischen dem Mittelpuncte und dem Spiegel zusammenlaufen. Statt hier nun zu bemerken, welches ihm doch sehr nahe lag, daß es einen Punct auf der Axe in der Mitte zwischen dem Spiegel und seinem Mittelpuncte giebt, wo die Strahlen nahe zusammen kommen, setzt er den Brennpunct des Spiegels in den Mittelpunct desselben, weil von jedem Puncte der

Sonne ein Strahl dadurch gezogen, wieder durch diesen Mittelpunct zurückgeworfen wird. Es war aber doch sehr auffallend, daß es im Mittelpuncte des Spiegels höchstens noch einmal so warm, als ohne Spiegel daselbst ist. (Klügel Zus. z. Priestley. S. 24.).

Hero von Alexandrien hatte ebenfalls ein Werk über die Katoptrik geschrieben, das wir aber nicht mehr haben. In dem Werke des Heliodorus von Larissa sind indessen noch verschiedene Stellen aus demselben aufbehalten. Die merkwürdigste davon findet sich im letzten Capitel des ersten Buchs, wo Heliodor eine Vergleichung des Lichtes aus den Augen mit dem Sonnenlichte anstellt. Hier führt er den von Hero in seiner Katoptrik bewiesenen Satz an, daß die geraden Linien, welche von einem Puncte nach einem andern hin unter gleichen Winkeln an eine zurückwerfende Ebene gezogen werden, kleiner sind als alle andre unter ungleichen Winkeln zwischen diesen zwey Puncten an die zurückwerfende Ebene gezogene. Hieraus erhelle, daß wenn die Natur unsern Sehestrahl keinen Umweg machen lassen wolle, die Zurückwerfung desselben unter gleichen Winkeln geschehen müsse. Und eben so müsse es sich mit der Zurückwerfung der Sonnenstrahlen verhalten.

Nach dem Zeugnisse Heliodors hat Ptolemäus ein Werk über die Optik geschrieben. Roger Bacon, der es oft anführt, sagt, der Araber Alhazen habe seine Optik ganz darauf gegründet (Rog. Baconis Perspect. ed. Combach. p. 52.). Es war noch vorhanden zu Regiomontans Zeiten, der es herausgeben wollte. Ptolemäus handelte in fünf Büchern: 1.

Vom Lichte und dem Sehen. 2. Von sichtbaren Sachen, wie sie erscheinen. 3. Von ebenen und erhabenen Spiegeln. 4. Hohlen Spiegeln und Zusammensetzungen aus mehreren Spiegeln. 5. Strahlenbrechung. Diese Nachricht gibt G. Hartmann in s. Ausgabe von J. Pechams Perspect. comm. Norimb. 1542. S. Kästners Gesch. d. Math. B. 2. S. 264.

Das Werk des Heliodorus von Larissa ist eine bloße Compilation aus Euklids, Hero's und anderer optischen Werken, mit so weniger Beurtheilung gemacht, daß die folgenden Sätze mit den vorhergehenden oft nicht zusammenstimmen. In dem ersten Buche werden die Sätze ausgeführt, daß das Sehen durch Licht, das vom Auge ausgeht, bewirkt werde; daß das Licht in geraden Linien gehe, und einen Kegel bilde; daß dieses Kegels Axe mehr Licht habe, als die äußern Linien; daß alle Gegenstände unter rechten oder spitzen Winkeln gesehen werden, nicht aber unter stumpfen; daß wir durch die Strahlen der Axe am deutlichsten sehen u. s. w. Das letzte Capitel dieses 1 Buchs handelt sehr umständlich von der Natur und den Theilen der Optik, und scheint größtentheils aus Hero's Schrift entlehnt zu seyn. Im zweyten Buche folgen nun fast alle Sätze aus Euklids Optik, nur in veränderter Ordnung, und zuweilen bestimmter ausgedrückt und vollständiger.

*) Schneiders Anmerkungen z. s. Eclog. phys. S. 207 ff.

Siebentes Capitel.

Ursprung und Fortgang der Akustik.

Der Name Akustik, welcher bey den Alten nicht gebräuchlich war, ist von den Neuern eingeführt, um denjenigen Theil der Mathematik zu bezeichnen, welcher die Bewegung des Schalles, die Gesetze seiner Fortpflanzung und die Verhältnisse verschiedener Töne unter einander betrachtet. Es findet eine sehr kenntliche Analogie zwischen der Akustik und der Optik statt, so wohl von Seiten der Theorie, als auch der Werkzeuge, durch welche man dem Gehör oder dem Gesichte zu Hülfe kommt.

Die Luft ist das Mittel des Schalles. Schlägt man auf einen schallenden Körper (corps sonore), so erzittert er, macht Schwingungen, welche er der ihn umgebenden Luft mittheilt, und dieses Fluidum bringt sie durch successive wellenförmige Bewegungen, welche vermöge seiner Elasticität entstehen, bis zur Trommelhaut des Ohres, in welchem die Gehörnerven sich endigen. Der Schall ist desto voller oder

stärker, je nachdem der schallende Körper dichter und elastischer ist und heftiger bewegt wird.

Eine Reihe von Tönen, welche ungleich und ohne Ordnung auf einander folgen, bewirkt ein bloßes, oft unangenehmes Geräusch. Finden aber zwischen den Tönen abgemessene Zwischenräume und Verhältnisse, die beständigen und regelmäßigen Gesetzen unterworfen sind, statt: so entsteht daher eine Uebereinstimmung (Harmonie) und eine Abänderung derselben (Modulation), welche dem Ohre gefällt. Dies ist die Quelle des Vergnügens, welches die Musik allen Völkern gewährt.

Vergleicht man gegenseitig zwey Töne, so ist der eine hoch oder tief in Beziehung auf den andern. Dieser Unterschied rührt von der größern oder kleineren Zahl der Schwingungen her, welche der schallende Körper in einer gegebenen Zeit macht. Man nehme z. B. zwey Violinsaiten, die gleich gespannt und von gleicher Dicke sind, von denen aber die eine doppelt so lang als die andre ist, und reiße sie aus ihrer geradlinigten Richtung, um sie in Schwingung zu setzen: so wird, während die einfache Saite zwey Schwingungen macht, die doppelte Saite nur eine Schwingung machen. Der erste Ton heißt ein hoher, der letztere ein tiefer Ton. Man nennt ferner von solchen zwey Tönen (wie sie eben bestimmt sind) den einen die Octave zum andern; weil sie die äußersten der acht Töne des musikalischen Schlüssels bilden. Der beyden Saiten mehr oder weniger starke Spannung, die aber für beyde immer gleich seyn muß, bringt mehr oder weniger starke Töne

hervor, welche aber dasselbe Verhältniß unter einander behalten.

Die Verhältnisse der acht musikalischen Töne erhält man, wenn man acht Saiten nimmt, gleich gespannt und von gleicher Dicke, deren Längen sich verhalten, wie die Zahlen 1, $\frac{5}{6}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{1}{2}$. Die Zahl der Schwingungen, welche diese acht Saiten in einer und derselben Zeit machen, sind wechselseitig (umgekehrt) den vorstehenden Zahlen proportionirt; und man hört den Grundton oder den tiefsten von allen, die kleine Tertie, die große Tertie, die Quarte, die Quinte, die kleine Sexte, die große Sexte und die Octave.

Die nämlichen Verhältnisse kann man vermittelst einer Saite erhalten, wenn man sie auf eine verschiedene Weise spannt, so daß die spannenden Kräfte sich verhalten, wie die Zahlen 1, $\frac{36}{25}$, $\frac{25}{16}$, $\frac{16}{9}$, $\frac{9}{4}$, $\frac{64}{25}$, $\frac{25}{9}$, 4.

Alle diese Sätze und mehrere andere fließen aus folgendem Theorem: *Die Zahl der Schwingungen, welche eine Saite in einer gegebenen Zeit macht, verhält sich allgemein wie die Quadratwurzel aus dem Gewichte, wodurch sie gespannt wird, dividirt durch das Product aus dem Gewichte der Saite und ihrer Länge.* Wenn gleich dieses Theorem erst durch neuere Mechaniker erfunden ist, so glaubte ich es doch hier anführen zu müssen, weil wir uns desselben bedienen werden, um die Versuche des Pythagoras, dem man die ersten Entdeckungen in dieser Lehre zuschreibt, zu würdigen.

Nikomachus (J. 400 v. Chr. G.),*) der Verfasser der Arithmetik, erzählt, daß Pythagoras, als er einst vor einer Schmiede vorbeyging, in welcher die Arbeiter Eisen auf einem Ambos hämmerten, mit Verwunderung Töne vernahm, welche nach den Intervallen der Quarte, Quinte und Octave zu einander stimmten; und daß er beym Nachdenken über die Ursache dieses Phänomens urtheilte, daß dieselbe von den Gewichten der Hämmer abhange. Er habe darauf die Hämmer wiegen lassen, und gefunden, daß wenn man das Gewicht des gröbsten Hammers, der dem Grundton entspricht, zu 1 ansetzte, die Gewichte der drey Hämmer, welche der Quarte, Quinte und höhern Octave entsprechen, sich wie die Zahlen $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$ verhielten. Nikomachus setzt noch hinzu, Pythagoras habe bey seiner Nachhausekunft diese erstere Erfahrung durch folgenden Versuch bestätigen wollen. Er befestigte an einem festen Puncte eine Saite, und ließ sie in horizontaler Richtung über einen Steg gehen; durch Anhängung verschiedener Gewichte spannte er sie bald mehr bald weniger. Hierbey setzte er sie in Schwingung, und fand, daß

*) Nikomachus lebte im 2. Jahrh. nach C. G. Die folgende Anekdote steht in s. Manual. Harmonic. pag. 10. sqq. der Meibomischen Sammlung. Wiederholt ist sie von Jamblichus in s. Introd. in Nicomach. Arithm. pag. 171. (ed. S. Tennulii). Die Hämmer konnten unmöglich anders, als durch ein wahres Wunderwerk die angegebenen Verhältnisse richtig haben. Und was Pythagoras hätte hören können, war nicht der Ton der Hämmer, sondern des Ambos oder des darauf gelegten Eisens. S. Forkels Gesch. d. Musik. Th. I. S. 320.

die der Quarte, Quinte und höhern Octave entsprechenden Gewichte in demselben Verhältnisse unter einander waren, als die Gewichte der Hämmer in der Schmiede.

Wendet man auf diese Versuche jenes Theorem an, so erhellt, daß sie entweder nicht genau angestellt, oder unrichtig nacherzählt sind. Die Längen dreyer Saiten von einer und derselben gleichmäßigen Dicke, welche durch ein und dasselbe Gewicht gespannt die Quarte, Quinte und höhere Octave geben, verhalten sich wie die drey Brüche $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{1}{2}$; um aber von einer und derselben Saite durch Anhängung verschiedener Gewichte die Quarte, Quinte und höhere Octave zu erhalten, müssen die Gewichte sich wie die Zahlen $\frac{16}{9}$, $\frac{9}{4}$, 4 verhalten. Es ist also ein Irrthum entweder in den Verhältnissen, wie sie Pythagoras unter den Gewichten der Hämmer gefunden hat, oder in der Erzählungsart dieser Versuche. Man muß ohne Zweifel geglaubt haben, daß die drey verschiedenen Gewichte, welche zur Spannung einer und derselben Saite angewandt, die Quarte, Quinte und Octave geben, sich unter einander verhielten, wie die Längen dreyer verschiedener aber gleich gespannter Saiten, welche die nämlichen drey Töne geben. Dies ist aber unrichtig. Wie dem auch sey, es ist gewiß, daß diese ersten Ideen des Pythagoras die wahre Quelle der Theorie der Musik gewesen sind. Da diese im eigentlichsten Verstande sogenannte Kunst nur sehr wenige Hülfsmittel aus der Mathematik entlehnet, so werde ich mich nicht weiter über die Musik der Alten ausbreiten,

deren Geschichte man außerdem in mehreren Werken, und besonders in den Memoiren der Académie des Belles Lettres behandelt findet. *) Ich werde aber in der Folge auf die geometrische Theorie von den schwingenden Saiten und von der Bewegung der Luft in einer Röhre zurückkommen; eine Theorie, welche in diesen letztern Zeiten erfunden ist.

*) Mém. de l'Acad. d. Inscript. T. VIII. p. 27. T. X. p. 111. T. XV. p. 293. T. XVII. p. 31. Roussier Mém. sur la Musique des Anciens. Par. 1774. Barthelemi Entretiens sur l'état de la Musique Grécque. Amst. 1777. Burney's Abh. üb. d. Musik der Alten, übers. m. Anm. v. Eschenburg. Leipz. 1780. J. N. Forkels allgem. Geschichte der Musik. I. Th. Leipz. 1788.

Zweyter Zeitraum.

Zustand der Mathematik, seit ihrer Wiederherstellung bey den Arabern bis gegen das Ende des funfzehnten Jahrhunderts.

Die mathematischen Wissenschaften blüheten noch immer in Griechenland und besonders in der Schule zu Alexandrien, als kurz vor der Mitte des siebenten Jahrhunderts (638 n. C. Geb.) gegen sie ein schreckliches Ungewitter sich erhob, das ihnen einen gänzlichen Untergang in diesen Ländern drohete. Die Nachfolger Mohammeds, voll von der Schwärmerey, welche eine kriegerische Religion ihnen einflößte, verwüsteten den ungeheuren Länderstrich vom Oriente bis zu dem mittäglichen Theile von Europa. Die Künstler und Gelehrten, welche von allen Orten her im Museum zu Alexandrien versammelt waren, wurden auf eine schmähliche Weise vertrieben. Einige wurden die Opfer der Gewaltthätigkeiten der Eroberer. Andre flüchteten sich, um den übrigen Theil ihres Lebens in entfernten Län-

dern im Elende hinzuschleppen. Man zerstörte die Gebäude und die Instrumente, welche eine ungeheure Menge von astronomischen Beobachtungen zu machen gedient hatten. Endlich die Bibliothek der Könige von Aegypten, diese kostbare Niederlage menschlicher Kenntnisse die schon unter Julius Cäsar einen Brand erlitten hatte, wurde von den Arabern gänzlich den Flammen übergeben. Der Khalife Omar befahl, alle diese Bücher zu verbrennen; denn, sagte er, stimmen sie mit dem Koran überein, so sind sie unnütz; sind sie aber demselben entgegen, so müssen sie verabscheut und vernichtet werden. Ein Raisonnement, das eines fanatischen Räubers ganz würdig ist.

Es schien um die Wissenschaften, welche in dem Mittelpuncte ihres Reiches angegriffen und zerstört waren, geschehen zu seyn. Aber eben dieser Wechsel, der so viel Unglück und Verbrechen hervorbringt, führt auch zuweilen für das menschliche Geschlecht wohlthätige Revolutionen herbey. Von dieser Art war die Veränderung, welche sich bald darauf in den Sitten der Araber ereignete. Diese Völker, wie alle morgenländische, hatten ehedem einige Begriffe von den Wissenschaften und besonders von der Astronomie gehabt. Erstickte der Fanatismus einer blutdürstigen Religion auch anfangs diese kostbaren Keime, so ließ er doch einige Wurzeln derselben noch unversehrt. Sobald diese verschiedenen Nationen müde wurden, sich wechselseitig zu vertilgen, so milderte sich ihre Wildheit, und die Muße des Friedens rief den thätigen Geist der Araber zu Beschäftigungen zurück, die weniger leer und mehr anziehend, als die Streitigkeiten über die

Lehrsätze des Alkorans, waren. Kaum waren hundert und zwanzig Jahre seit Mohammeds Tode verflossen, als sie die Künste und Wissenschaften, welche sie hatten ächten wollen, selbst zu treiben anfingen. Sie hatten bald Dichter, Redner, Mathematiker rc. Man zählt unter diesen mehrere Khalifen bey den Arabern, und in der Folge mehrere Kayser bey den Persern, als dieses letztere Volk von dem erstern sich getrennt hatte.

Die Araber schöpften aus einem anhaltenden Studium der griechischen Schriftsteller die Grundlehren aller Theile der Mathematik. Versehen mit diesen Kenntnissen wurden sie Nacheiferer ihrer Lehrer, und setzten sich in den Stand, sie zu übersetzen, zu commentiren, und ihren Entdeckungen zuweilen etwas hinzuzufügen. Mehrere griechische Werke sind im Wesentlichen nur durch die Uebersetzungen der Araber auf uns gekommen. Eben dieses Volk unterrichtete andre, und die Wissenschaften erneuerten sich mit einem Erfolge, den die Nachwelt nie vergessen darf. Wir wollen in einige nähere Erörterungen eingehen.

Erstes Capitel.

Arithmetik und Algebra der Araber.

Das sinnreiche System der arithmetischen Numeration, dessen alle neuern Völker sich bedienen, ist ein Geschenk der Araber. *) Es hat vor allen ältern Systemen den Vortheil der Deutlichkeit und Einfachheit. Man weiß, daß man mit zehen Zeichen, welche man verschiedene Stellen einnehmen läßt, ein Zahl, die

*) Diese Meynung, daß unser arithmetisches Numerations-System den Griechen und Römern nicht bekannt gewesen, sondern eine Erfindung der Araber oder Indier sey, ist zuletzt von Kästnern mit starken Gründen ausgeführt und gegen Einwendungen vertheidigt. Kästners Gesch. d. Math. 1. Th. S. 32. ff. 2. Th. S. 695. ff. Vergl. Berlin. Blätter, herausgegeb. v. Biester. 1797. S. 7. ff. S. 111. ff. S. 129. ff. Ich glaube nicht, was in dieser Streitsache von Andern (auch schon früher) gegen jene Behauptung alles vorgebracht ist, hier anführen zu dürfen. Sehr erhebliche Zweifel gegen dieselbe hat aber neuerlich die Schrift des Hrn. Prof. Mannert: De numerorum quos arabicos vocant vera origine Pythagorica. Norimb. 1801. 8 erregt, deren ich daher oben in den Zus. zum 1. Cap. des I. Zeitraums Erwähnung thun mußte.

nach der Menge ihrer Einheiten ungeheuer groß ist, auf die bequemste Weise ausdrücken kann. Einige Schriftsteller behaupten, daß die Araber diesen Gedanken von den Indiern erhalten hätten. Die Gründe, welche sie dafür anführen, scheinen mir nicht sehr überzeugend. Ohne mich in diese unnütze Untersuchung einzulassen, will ich bloß bemerken, daß wir die Arithmetik in der Gestalt, wie wir sie heutiges Tages ausüben, unmittelbar den Arabern verdanken. Der berühmte Gerbert, der nachher unter dem Namen Silvester II. Pabst ward, brachte die Kenntniß derselben aus Spanien, wo damals die Araber herrschten, nach Frankreich, und verbreitete sie durch den übrigen Theil von Europa, um das Jahr 960.

Die ersten Begriffe der Algebra, welche man im Diophant findet, wurden durch die Araber weiter entwickelt. Cardan betrachtet dies Volk sogar als die eigentlichen Erfinder der Algebra. Der berühmte Analyst Wallis stimmt dieser Meynung bey, *) und gibt als Grund an, weil die Araber in der Benennung ein vom Diophant verschiedenes System befolgen; woraus er schließt, daß also auch die Principien verschieden sind. Von dem Griechen wird die zweyte Potenz quadratus (δυναμις), die dritte cubus (κυβος), die vierte quadrato-quadratus (δυναμο-δυναμις), die fünfte quadrato-cubus (δυναμο-κυβος), die sechste cubo-cubus (κυβο-κυβος) genannt; so daß jede Potenz ihre Benennung von denjenigen beyden niedern Potenzen erhält, deren Product sie ist. Bey den Ara-

*) Wallisii opp. Tom. II. pag. 4 et 5.

dern hingegen heißen sie: quadratus, cubus, quadrato quadratus, primus super-solidus, quadrato-cubus, secundus super-solidus etc. *) woraus man sieht, daß diejenigen Potenzen, welche kein Product zweyer Potenzen von einerley Grade sind, supersolidus genannt sind. Z. B. beym Diophant bildet der quadrato-cubus oder das Quadrat mit dem Cubus multiplicirt, die fünfte Potenz. Die Araber aber verstehen unter demselben Ausdrucke das Quadrat des Cubus, oder den Cubus des Quadrats, welches die sechste Potenz ist. Ich überlasse dem Leser, die Stärke dieser von Wallis vorgebrachten Muthmaßungen zu würdigen.

Wir wissen nicht genauer, wie weit die Fortschritte der Araber in der Algebra gingen. Aber nach einigen Anzeigen zu urtheilen, sind sie bis zur Auflösung der Gleichungen vom dritten Grade und einiger besondern Fälle vom vierten gekommen. Hierin sind sie also weiter gegangen als Diophant, der nicht über den zweyten Grad hinausgeht. Zum Beweise versichert man, daß in der Leydner Bibliothek ein arabisches Manuscript vorhanden ist, mit der Ueberschrift:

*) Ich gebe diese Ausdrücke der Deutlichkeit halber so, wie sie lateinisch übersetzt werden; muß es aber unentschieden lassen, ob im Arabischen quadrato-quadratus (die vierte Potenz) und quadrato-cubus (die sechste Potenz) nicht anders flectirt werden, nämlich quadrati quadratus und quadrati-cubus; wenigstens sollen sie das letztere bedeuten. Des Wallis Beweisgrund leidet dabey nicht, der überdies der Meynung ist, daß die Araber schon vor Diophant die Algebra gekannt haben. Wallisii opp. Tom. II. pag. 4 et 5.

Algebra cubicarum aequationum, ſive de proble-
matum ſolidorum resolutione. *)

*) Von Omar Ben Ibrahim. Als die älteſten arabiſchen Schriftſteller über Algebra führt man an: Mohammed Ben Muſa und Thebit Ben Corrah, die im neunten Jahrhundert lebten. Nach dieſen folgten mehrere, deren Namen und Schriften man aus dem Verzeichniſſe arabiſcher Mathematiker kennen lernen kann, welches Montucla (H. d. M. T. I. p. 403.) mittheilt.

Zweytes Capitel.

Geometrie der Araber.

Man zählt mehrere gelehrte Geometer unter den Arabern. Ihre erste Sorge war, die Elementarwerke der Griechen zu übersetzen. Dergleichen sind die Elemente des Euklides, die Bücher de Sphaera et Cylindro von Archimedes, die Sphaerica von Theodosius, die Schrift von den sphärischen Dreyecken von Menelaus u. s. w. Bald darauf erhoben sie sich zu der höhern Geometrie der Alten. Sie wurden mit der Lehre von den Kegelschnitten des Apollonius vertraut; und wir besitzen selbst das fünfte, sechste und siebente Buch dieses Werks nur nach einer arabischen Uebersetzung. Nach und nach dehnten sie ihre Kenntnisse auf die Statik und Hydrostatik aus. Das Werk des Archimedes de Humido insidentibus ist nur durch sie auf uns gekommen.

Vervollkommnung der Trigonometrie durch die Araber.

Die praktische Geometrie und die Astronomie haben den Arabern es auf immer zu verdanken, daß

sie dem trigonometrischen Calcul die jetzige einfache und bequeme Form gegeben haben. Sie brachten die Lehre von der Auflösung der Dreyecke, der geradlinichten sowohl als der sphärischen, auf eine kleine Zahl leichter Sätze zurück; und durch die von ihnen eingeführte Substitution der Sinus in die Stelle der Sehnen der doppelten Bogen, welche man bisher gebraucht hatte, brachten sie in die Rechnungen unschätzbare Abkürzungen für diejenigen, welche eine große Zahl von Dreyecken aufzulösen haben. Man legt diese Entdeckungen insonderheit einem Geometer und Astronomen, Mohammed-Ben-Musa bey, dem Verfasser eines noch vorhandenen Werkes, de Figuris planis et sphaericis; und einem andern mehr bekannten Geometer und Astronomen, Geber-Ben-Affla, welcher im elften Jahrhundert lebte, und von dem wir einen Commentar über den Ptolemäus haben.

Wir haben über die Feldmeßkunst ein kleines Werk von Mahomet von Bagdad, welches einige Schriftsteller dem Euklid beygelegt haben, ohne irgend einen Grund dafür anzugeben.

Zusatz.

Die hier angeführte Schrift des Geber-Ben-Affla sind seine libri IX de Astronomia, per Girardum Cremonensem latinitate donati, welche zugleich mit der Schrift: Instrumentum primi mobilis a Petro Apiano. Norimb. 1534. f. abgedruckt sind. In dieser Schrift erklärt Geber, was Sinus sind, und deren Gebrauch. Die Schrift des Mohammed-Ben-Musa scheint nicht bekannt zu seyn. Dagegen zeigt Kästner (Gesch. d. Math. 1. B. S. 519. ff.), wie auch schon Montucla bemerkt hat, daß Albatenius, der vor Geber, schon im neunten Jahrhundert lebte, zuerst halbe Sehnen bey halben Bogen, statt der ganzen bey ganzen gebraucht habe. S. Albaten. de motu stellar. Norimb. 1537. Bl. 6; ebenfalls Albat. de scientia stellar. Bonon. 1645. p. 10. Ein eigner Name für diesen Kunstgriff kommt beym Albatenius selbst nicht vor. Andre Araber, die sich nach Albatenius desselben bedienten, mögen eine Benennung eingeführt haben, die nachher von den lateinischen Uebersetzern durch Sinus gegeben ist.

Drittes Capitel.

Astronomie der Araber.

Die Astronomie ist derjenige Theil der Mathematik, den die Araber am meisten bearbeitet, und in welchem sie die merkwürdigsten Entdeckungen gemacht haben. Sehr viele ihrer Khalifen waren selbst vortreffliche Astronomen. Nichts kommt an Pracht den Sternwarten und den Instrumenten gleich, welche sie zur Beförderung dieser Wissenschaft einrichten ließen, die mehr als alle die übrigen der Unterstützung der Regierungen bedarf.

Ich werde mich hier auf die Anführung der vorzüglichsten arabischen Astronomen einschränken, und unter diesen werde ich besonders die Khalifen, welche es verdienen, auszeichnen, weil die Beyspiele der Fürsten, welche mit dem Ruhme einer guten Regierung noch den der Aufklärung des menschlichen Geistes und der Erweiterung seiner Kenntnisse vereinigen, ein besonderes Recht auf die Achtung, Bewunderung und Dankbarkeit der Nachwelt haben.

Die Araber theilten die Zeit nach den Bewegun-

gen des Mondes ein. Ihre Monate waren wechselsweise von 29 und von 30 Tagen; welches 354 Tage für die Dauer des Mondenjahrs gab. Da aber der synodische Monat, oder die Dauer von jeder Mondsumwälzung in Beziehung auf die Sonne, 29 Tage 12 Stunden 44 Minuten 3 Secunden beträgt: so war die Dauer des arabischen Mondenjahres um 8 Stunden 48 Minuten 36 Secunden kürzer, als die wahre Dauer von zwölf Mondumwälzungen in Beziehung auf die Sonne. Um also diesen Unterschied, um den der Mond hinter der Sonne, in ihren Bewegungen von Westen nach Osten, zurückblieb, verschwinden und die Lagen dieser zwey Gestirne zusammentreffen zu lassen, fügte man zu der Periode von 354 Tagen von Zeit zu Zeit einen Tag hinzu.

Unter den verschiedenen Theilen der Astronomie zog gleich anfangs die Theorie der Sonne die Aufmerksamkeit der Araber auf sich, und beschäftigte sie eine lange Zeit. Sie sahen bald ein, daß Ptolemäus die Schiefe der Ekliptik ein wenig zu groß gefunden oder vorausgesetzt hatte. Flamsteed erzählt, in seiner Histoire céleste, den Verfolg ihrer Arbeiten über diesen Gegenstand. Man sieht sie, sich der Wahrheit beständig nähern; und endlich nach ungefähr siebenhundert Jahren gelangen sie zur Bestimmung der Schiefe der Ekliptik, beynahe in eben derselben Schärfe, welche die besten neuern Beobachtungen ergeben: ein Resultat, das noch um so merkwürdiger ist, da ihnen nicht, wie uns, der Gebrauch der Fernröhre zu statten kam.

Almansor reg. 753 — 775.

Einer der vorzüglichsten arabischen Astronomen war der Khalife Abou - Giafar, mit dem Beynamen Almansor oder der Siegreiche: ein philosophischer und arbeitsamer Fürst, ein Freund aller Wissenschafcen und insonderheit der Astronomie, der er alle nach der Erfüllung seiner Regentenpflichten ihm übrige Muße widmete. Seine Regierung ist die Epoche, in der jedes System menschlicher Kenntnisse bey den Arabern einen Antrieb erhielt, welcher mehrere Jahrhunderte hindurch stets zunahm.

Raschid, kommt z. Reg. 786, stirbt 809.

Fast alle Nachfolger Almansors hatten denselben Sinn für Wissenschaften. Sein Enkel Harun, mit dem Beynamen Al- Raschid, bearbeitete die Mechanik und Astronomie. Durch eine feyerliche Gesandtschaft, welche er an Karl den Großen wegen seines großen Ruhms schickte, ließ er ihm ein Geschenk mit einer sehr sinnreich eingerichteten Klepsydra oder Wasseruhr machen. *) Zwölf Thürchen, welche in dem Zifferblatte ausgeschnitten waren, bildeten die Eintheilung der Stunden; jedes dieser Thürchen öffnete sich zur Stunde, welche es anzeigte, und ließ Kugeln durch, welche nach einander auf eine metallene Glocke fielen und die Stunde schlugen; jedes Thürchen blieb offen bis zur zwölften Stunde, wo

*) S. Hamberger de horologiis in Beckmanns Beyträg. z. Gesch. d. Erfind. S. 159.

zwölf kleine Ritter zugleich hervorkamen, die Runde um das Zifferblatt machten, und die Thüren verschlossen. Dieses Kunstwerk erregte in Europa die höchste Bewunderung, wo die Anstrengungen des Geistes nur theologische oder grammaticalische Kleinlichkeiten zum Gegenstande hatten.

Almamun, k. z. Reg 813. st. 833.

Harun hatte zwey Söhne, welche nach einander ihm in der Regierung folgten. Der zweyte Almamun, welcher von einem christlichen Arzte Musva *) war unterrichtet worden, suchte auf alle Weise, durch Wohlthaten, durch Ermahnungen und durch sein eigenes Beyspiel seine Unterthanen zum Studium der Wissenschaften anzureitzen. Er ließ alle griechischen Werke, welche er sich verschaffen konnte, übersetzen, und insonderheit den Almagest des Ptolemäus. Einige Schriftsteller erzählen, daß er sogar in einem Friedensschlusse, in welchem er dem griechischen Kayser Michael III. Gesetze vorschrieb, die Ueberlieferung verschiedener griechischen Manuscripte, welche die Kayser von Constantinopel besaßen, verlangte. Er machte theils selbst Beobachtungen; theils ließ er solche nach seiner Angabe von andern anstellen, wenn er selbst seiner Regierungsgeschäfte wegen sie nicht verfolgen konnte. So wurden auf seinen Befehl zu Bagdad und Damaskus Beobachtungen über die Schiefe der Ekliptik angestellt. Man fand dieselbe zu drey und

*) Jahia Ebn Masawaih (Mesve) der ältere, ein Syrer.

zwanzig Graden und fünf und dreyßig Minuten; welches Resultat der Wahrheit näher kommt, als alle vorhergehende der alten Astronomen. Er ließ in der Ebene Singiar die Messung eines Grades der Erde anstellen. Unglücklicherweise ist das Verhältniß unserer Toise und des dort gebrauchten arabischen Maßes nur auf eine sehr unbestimmte und ungewisse Art bekannt; und man weiß also nicht, wie weit jener damals gefundene Werth mit dem neuerlich gefundenen übereinstimmt. Um endlich das Studium und die Fortschritte der Astronomie immer mehr und mehr zu erleichtern, ließ Almamun von den größten Gelehrten in dieser Wissenschaft ein Werk ausarbeiten, welches überschrieben ist: Astronomia elaborata a compluribus D. D. jussu Regis Maimon, und noch im Manuscript in mehreren Bibliotheken vorhanden ist. Die Stadt Bagdad, welche beynahe in derselben Gegend mit dem alten Babylon belegen ist, ward durch ihn verschönert und erweitert, und wurde der gewöhnliche Sitz der Khalifen. In dieser Stadt waren Unterrichtsanstalten für alle Wissenschaften, und besonders für die Astronomie. Almamun nahm den Ruhm mit in sein Grab, der leutseligste, weiseste und gelehrteste Fürst gewesen zu seyn, der noch den Thron der Khalifen eingenommen.

In dem Jahrhundert des Almamun lebten mehrere berühmte Astronomen, unter denen man insonderheit Alfraganus, Thebit Ben Corrah und Albatenius bemerkt.

Alfraganus (J. 850) schrieb Elemente der Astronomie; ein Werk, das ehemals, selbst im Oe-

cidente, beynahe classisch war, und seit der Erfindung der Buchdruckerkunst mehrmals herausgegeben ist. *) Er verfaßte auch Schriften über die Sonnenuhren, und über das Astrolabium, welche in einigen Bibliotheken in Handschriften erhalten sind. Man erzählt, daß er eine außerordentliche Fertigkeit in Ausführung der verwickeltsten Rechnungen besaß; daher er den Beynamen Calculator erhielt.

Thebit (J. 860.) war Analyst, Geometer und Astronom. Man führt von ihm eine Beobachtung der Schiefe der Ekliptik an, die er zu drey und zwanzig Graden drey und dreyßig Minuten und dreyßig Secunden fand. Er erdachte, die Bewegung der Sonne nicht auf die Aequinoctialpuncte, welche beweglich sind, sondern auf Fixsterne zurückzuführen; und er gelangte zu einer Bestimmung der Länge des Sternjahres, welche beynahe mit der übereinstimmt, wie sie heutiges Tages gefunden wird: ein glückliches Resultat, das man wohl nur dem Zufalle zuschreiben

*) Sein eigentlicher Name ist: Ahmed Ebn Cothair al Fergani (aus Fergana in der Landschaft Sogdiana). Seine Astronomie ist nur ein Auszug aus dem Ptolemäus. Die Ausgaben derselben sind: Brevis et perutilis compilatio Alfragani, totum id continens, quod ad rudimenta astronomica est opportunum. Ferrariae. 1493. 4. (Rudimenta astronomica Alfragani, item Albategnius de motu stellarum. Norimb. 1537. 4. (mit Zusätzen von Regiomontanus. Die Uebersetzung ist von Plato Tiburtinus). Muhamedis Alfragani chronologica et astronomica elementa ed. Jac. Christmann. Francof. 1590. u. 1618. 8. Endlich im Original: Muhammedis fil. Ketiri Ferganensis elementa astronomica arab. et lat. ed. Jac. Golius. Amst. 1669. 4.

kann; denn Ptolemäus, dessen Lehren die Araber im Allgemeinen folgten, hatte die Elemente dieses Problems ein wenig in Verwirrung gebracht. Diese Bemerkung erhält noch mehr Wahrscheinlichkeit, wenn man überlegt, daß Thebit keine sehr richtige Vorstellung von der Lage der Gestirne in Beziehung auf das feste Himmelsgewölbe hatte. Er glaubte, mit Hipparch und Ptolemäus, daß sie eine kleine Bewegung von Westen nach Osten hätten; aber er fügte hinzu, und seine Meynung fand Glauben, daß sie nach Ablauf einer gewissen Zeit denselben Weg zurückbeschrieben, darauf wieder ihre erstere Richtung annähmen, um von neuem rückwärts zu gehen, und so immer wechselsweise. Hieraus ging eine Art von Trepidation hervor, deren partielle Bewegungen desto mehr Ungleichheiten unterworfen waren. Dies System ist durch die Beobachtungen vernichtet. Thebit nahm eine ähnliche Trepidation in der Schiefe der Ekliptik an.

Albatenius *) (J. 879.) gehört zu denjenigen Astronomen, welche ihre Wissenschaft am weitesten gebracht haben. Seine zahlreichen Beobachtungen und die wichtigen Kenntnisse, welche er aus jenen gezogen hat, haben ihm den Beynamen des arabischen Ptolemäus verschafft: eine Vergleichung, die, von Seiten des Genies betrachtet, für den griechischen Ptolemäus vielleicht ehrenvoll seyn dürfte. Albatenius war Statthalter der Khalifen in Sy-

*) Sein eigentlicher Name: Mohammed Ben Dscheber Al Bateni (aus Baten in Mesopotamien).

rien, und er stellte seine Beobachtungen theils zu Antiochien an, theils zu Aracta, einer beträchtlichen Stadt in Mesopotamien. Hier eine kurze Darstellung seiner Arbeiten.

Eine genaue Untersuchung der ältern Beobachtungen und eine Vergleichung derselben mit seinen eigenen ließen ihn bemerken, daß Ptolemäus die Bewegung der Fixsterne in Länge zu langsam angesetzt hatte, wenn er sie in hundert Jahren nur zu einem Grade annahm. Er fand beynahe dasselbe Resultat mit Hipparch, daß nämlich diese Bewegung einen Grad in siebzig Jahren betrage. Nach den neuern Beobachtungen beträgt sie einen Grad in zwey und siebzig Jahren.

Albatenius näherte sich der Wahrheit noch mehr in der Untersuchung über die Excentricität der Sonnenbahn. Es fehlte nur sehr wenig, so hätte er sie so genau gefunden, als die neuern Beobachtungen sie ergeben. Einige unserer jetzigen Astronomen halten sogar die Bestimmung des Albatenius für sehr genau, die kleinen, auch in den Resultaten der bessern Beobachtungen unvermeidlichen Irrthümer abgerechnet.

Seine Berechnung der Länge des Jahres von 365 Tagen 5 Stunden 46 Minuten 24 Secunden weicht wenigstens um 2 Minuten von der wahren Länge ab. Allein Halley*) hat gezeigt, daß der Irrthum des Albatenius von seinem zu großen Zutrauen zu den Beobachtungen des Ptolemäus herrührt, und

*) Philos. Transact. ann. 1693. No. 204.

daß wenn er seine eignen Beobachtungen unmittelbar mit Hipparchs Beobachtungen verglichen hätte, er der Wahrheit weit mehr nahe gekommen seyn würde.

Vor diesem arabischen Astronomen sah man das Apogeum der Sonne als unbeweglich an. Albatenius zeigte, daß dieser Punct eine kleine Bewegung hat nach der Ordnung der Zeichen, welche um ein weniges größer ist als die Bewegung der Fixsterne: ein schwieriger Gegenstand, dessen Nothwendigkeit und Einfluß durch die neuern Beobachter und durch die Theorie der allgemeinen Gravitation bewiesen ist.

Da endlich Albatenius das Unzureichende und Fehlerhafte der Theorien des Ptolemäus über die Bewegungen der Planeten erkannt hatte: so wandte er alle Sorgfalt an, um sie zu verbessern und zu vervollkommnen. Die Entdeckung, welche er von der Bewegung des Apogeums der Sonne gemacht hatte, veranlaßte ihn, ähnliche Ungleichheiten in den Bewegungen der andern Planeten zu ahnden; und die neuern Theorien haben seine Ahndung in Gewißheit verwandelt. Mit Hülfe aller dieser Kenntnisse setzte Albatenius neue Tafeln an die Stelle der Ptolemäischen, und dadurch leistete er den Astronomen einen wesentlichen Dienst durch die Erleichterung oder Abkürzung ihrer Rechnungen, auf einige Zeit. Ich sage, auf einige Zeit; denn man weiß, daß selbst heutiges Tages auch die besten Tafeln eine Verbesserung und Berichtigung nöthig haben, in dem Maße, wie die Beobachtungen sich vervielfältigen und vervollkommnen. Die Werke des Al-

batenius sind in einen Band gesammelt *) unter dem Titel: De scientia stellarum, wovon man zwey Ausgaben hat, 1537 und 1645.

Man führt noch eine ganze Reihe arabischer Gelehrten auf, welche mehrere Jahrhunderte hindurch nach einander fortfuhren, den Himmel zu beobachten und alle Theile der Astronomie zu vervollkommnen. Dieses Volk bearbeitete nicht nur selbst die mathematischen Wissenschaften, sondern suchte dieselben auch überall bekannt zu machen. Sie brachten sie mit und verbreiteten sie bey allen Völkern, welche ihrer Herrschaft unterworfen wurden. Montucla gibt in seiner Histoire des Mathematiques ein weitläuftiges Verzeichniß von Mathematikern, welche entweder von arabischer Nation oder Schüler der Araber waren, und einige Nachrichten von ihren Schriften. Da der größte Theil hiervon nur fremde Namen enthält, deren Aufzählung die Leser ermüden würde: so schränke ich mich auf die hauptsächlichsten ein, welche zum Beweise dienen können, wie viel die Wissenschaften den Arabern verdanken.

In Aegypten machte der Astronom Ibn-Jonis, unter dem Schutze des Khalifen Azir-Ben-Akim, mehrere Beobachtungen, welche zugleich mit den Beobachtungen verschiedener andern Astronomen

*) In der lateinischen Uebersetzung von Flato Tiburtinus, und mit Zugaben von Joh. Regiomontanus — bey der Ausgabe des Alfraganus. Norimb. 1537. 4. Darauf erschien Albatenius allein: Mahometis Albatenii de scientia stellarum liber, c. aliquot additionibus J. Regiomontani. Bonon. 1545. 4.

in einem Werke von ihm noch vorhanden sind, das eine Art von einer Geschichte des Himmels ist. Die Leydner Bibliothek besitzt es in einer Handschrift. In diesem Werke findet man acht und zwanzig Beobachtungen von Sonnen- und Mondfinsternissen, welche von arabischen Astronomen in den Jahren 829 bis 1004 gemacht sind; sieben Beobachtungen der Nachtgleichen, von 830 bis 851; eine Beobachtung des Sommersolstitiums vom Jahr 832. Drey Finsternisse, welche in der Nähe von Kairo in den Jahren 977, 978 und 979 beobachtet sind, haben ein merkwürdiges Resultat gegeben, den Beweis, daß die mittlere Bewegung des Mondes einer kleinen Beschleunigung unterworfen ist, welche, da sie in dem Verlauf mehrerer Jahrhunderte sich anhäuft, mit in die Elemente des astronomischen Calculs gezogen werden muß. Da dieser ganze reichhaltige Inhalt des Werkes das National-Institut von Frankreich auf die Mittheilung der Leydner Handschrift begierig gemacht hatte, so ließ die batavische Republik durch ihren Gesandten diese Handschrift dem Institute übergeben. Man hat sie mit Sorgfalt untersucht, aber darin weiter keine Beobachtungen, als die angegebenen, gefunden. Auch gibt sie nicht, wie man hoffte, Aufklärungen über die Instrumente der Araber und ihre Art zu beobachten. Indessen erhielt man doch aus derselben einige interessante Correctionen für das Fragment, von welchem Delisle eine Abschrift erhalten hatte, die gegenwärtig in den Händen des Bürgers Messire, Mitglieds des National-Institutes, ist. Von diesem Fragment hat der Bürger Caussin, Professor der arabischen Sprache

am College National de France, eine Uebersetzung gemacht, welche man mit dem Texte zur Seite abdrucken läßt. Ibn-Jonis hatte auch astronomische Tafeln verfertigt, welche lange Zeit im Oriente im Gebrauch waren.

Die Araber, welche im achten Jahrhundert in Spanien, wovon sie den größten Theil erobert hatten, lebten, trieben daselbst die Wissenschaften mit ebendemselben Eifer und glücklichem Erfolge, wie im Orient. Die Astronomie war hauptsächlich der Gegenstand ihrer Arbeiten. Sie erbauten Sternwarten in mehreren Städten Spaniens. Arsachel (J. 1020), einer der ausgezeichnetesten unter ihnen, vervollkommnete die Theorie der Sonne. Durch eine einfachere Methode, die zugleich mehr Genauigkeit zuließ, als des Hipparchus und Ptolemäus Methoden, machte er einige glückliche Abänderungen in den Dimensionen, welche diese der Sonnenbahn gegeben hatten. Man glaubt auch, daß er in der Bewegung der Sonne gewisse Ungleichheiten entdeckte, deren Existenz die neuern Beobachtungen und die Newtonische Theorie seitdem außer Zweifel gesetzt haben. Man schätzt ihn daher als einen sehr genauen und aufmerksamen Astronomen. Er verfertigte eine Sammlung von Tafeln, welche Tabulae Toledanae von der Stadt Toledo, wo er lebte, genannt sind.

Alhazen (J. 1100), ein andrer in Spanien lebender berühmter Araber, hat ein Werk über die Optik hinterlassen, *) welches den ersten Versuch einer

*) Sein optisches Werk in 7 Büchern, so wie s. Schrift de

Theorie über die Strahlenbrechung und die Dämmerung enthält. Er läßt sie nicht von den in der Nähe des Horizonts angehäuften Dünsten abhängen, sondern von der verschiedenen Durchsichtigkeit, welche in der die Erde umgebenden Luft, oder in einer darüber befindlichen Aether-Materie Statt findet. Er lehrt auch ein Verfahren, wie man durch Beobachtung den Unterschied, den die Refraction zwischen dem scheinbaren und wahren Orte eines Gestirns hervorbringt, finden kann. *) Nach ihm hat man nicht in der Refraction die Ursache der außerordentlichen Größe der Sonne und des Mondes am Horizont zu suchen, sondern vielmehr das Gegentheil. Malebranche hat nachher dieselbe Theorie in Anwendung gebracht und weiter entwickelt, und da er den Alhazen nicht anführt, so muß man annehmen, daß er dessen Werk nicht kannte. Einige Schriftsteller behaupten, daß Alhazen nur ein Werk des Ptolemäus über denselben Gegenstand übersetzt und erläutert habe, welches Werk von andern arabischen Schriftstellern angeführt werde und jetzt ver-

crepusculis et nubium ascensionibus — in Tesauro opticae ed. F. Rissner. Bas. 1572. f. Von Alhazen handeln Priestley in s. Gesch. d. Optik S. 12. Kästner, Gesch. d. Math. 2. B. S. 253 ff. Alhazen (lib. V. prop. 39 sqq.) hat die Aufgabe versucht, bey krummen Spiegeln die Stelle zu finden, auf welche von einem gegebenen Gegenstande ein Strahl fallen muß, um in ein gegebenes Auge reflectirt zu werden. Diese Frage ist unter dem Namen Alhazens Aufgabe berühmt.

*) Dies Verfahren besteht darin, daß man die Declination eines Sterns beym Aufgange und nahe beym Zenith beobachten soll.

loren gegangen sey. Diese Meynung leidet aber Widerspruch, weil die alten Astronomen und Ptolemäus selbst auf die Wirkung der Refraction in astronomischen Beobachtungen gar nicht sahen; und wenigstens hat Alhazen das Verdienst, diese Wirkung deutlich angezeigt und die Nothwendigkeit, sie in Betrachtung zu ziehen, dargethan zu haben.

Fast um dieselbe Zeit lebten in Spanien noch mehrere andre arabische Mathematiker. Z. B. Geber, der sehr unrichtig, wegen seines Namens, als der Erfinder der Algebra angesehen worden ist. Er ist Verfasser einer Uebersetzung des Almagest, und zweyer zur Auflösung rechtwinklichter Dreyecke sehr bequemen Theoreme der sphärischen Trigonometrie. Almansor oder Almeon, der eine sehr gute Beobachtung der Schiefe der Ekliptik gemacht hat. Averroes, ein berühmter Arzt zu Cordoba, der den Ptolemäus abgekürzt und commentirt hat, und in der Physik und Mathematik für seine Zeit sehr gelehrt war; u. a. m.

Einige dieser arabischen Gelehrten wanderten aus Neigung aus in die nördlichen Länder von Europa. Die Kenntnisse, welche sie dahin mitbrachten, vermengten sich mit den Kenntnissen ihrer Schüler; und heutiges Tages ist es unmöglich, welche von jenen oder diesen sich herschreiben, zu unterscheiden.

Viertes Capitel.

Mathematische Wissenschaften bey den Persern.

Die Perser, welche bis gegen die Mitte des elften Jahrhunderts nur ein Volk mit den Arabern ausgemacht hatten, verließen, nachdem sie das Joch der Khalifen abgeschüttelt hatten, mitten unter den Unruhen des Krieges doch nicht das Studium der Wissenschaften. Sie haben Algebristen, Geometer, und besonders sehr ausgezeichnete Astronomen gehabt.

Der Geometer Coggia Nassir oder Lehrer Nessir hatte mehrere zu seiner Zeit sehr geschätzte Werke verfaßt. Es ist von ihm noch ein Commentar über Euklides vorhanden, welcher 1590 in der Originalsprache, nämlich in arabischer abgedruckt ist. *) Ein andrer mehr bekannter Geometer, Nassir-

*) Es scheint, der Verf. hat hier aus dem bekannten Nassir-Eddin von Thus, dessen Uebersetzung des Euklides zu Rom 1594 in arabischer Sprache gedruckt ist, zwey Personen gemacht. Vergl. Chardin voyage en Perse. T. II. p. 7. u. T. III. p. 161.

Eddin, hatte mehrere sehr sinnreiche Beweise des sieben und vierzigsten Satzes des ersten Buchs der Euklidischen Elemente gegeben, welche Clavius mitgetheilt hat. *) Sie beruhen auf einer einfachen Versetzung der Theile, aus denen Nassir-Eddin sowohl das Quadrat der Hypotenuse als die Quadrate der beyden andern Seiten des rechtwinklichten Dreyecks zusammensetzt. Er verfertigte eine sehr sorgfältige Uebersetzung der Kegelschnitte des Apollonius, und begleitete sie mit einem Commentar, dessen sich Halley bey seiner Uebersetzung des fünften, sechsten und siebenten Buches dieses wichtigen Werks mit vielem Nutzen bedient hat. **)

Man findet in derselben Zeit einen andern sehr berühmten persischen Geometer, Maimon-Raschid. Er hatte über den Euklid commentirt. Sein Enthusiasmus für die Geometrie war so groß, daß er beständig gewisse Lieblingsfiguren auf den Aermeln seiner Kleidung trug.

Alle diese alten persischen Geometer hatten mit vieler Sorgfalt die Schriften der Griechen gesammelt, und deren Wissenschaft sich vollkommen zu eigen gemacht. Man behauptet, daß noch heutzutage mehrere griechische Werke, die wir nicht besitzen, in Persien aufbewahrt werden.

*) M. s. Kästners G. d. Math. B. I. S. 369. Im Clavius finde ich nichts. Ueber Nassir-Eddins Versuch, den Satz von den Parallelen zu beweisen, sehe man Kästnern ebend. S. 374. ff.

**) Die von Halley gebrauchte Uebersetzung des Apollonius war von Thebit-Ben-Corrah, und von Nassir-Eddin revidirt.

Fünftes Capitel.

Von der Astronomie der Perser insbesondere.

Die alten Perser hatten, seit den Zeiten des Darius Ochus, *) eine große Zahl von Beobachtungen gemacht. Sie hatten sich besonders angelegen seyn lassen, die Länge des Sonnenjahres zu bestimmen, auf welches sie alle Zeitabmessungen zurückführten. Sie hatten seine Dauer zu 365 Tagen 6 Stunden festgesetzt; sie ließen die 6 Stunden als Bruch eines Tages wegfallen, und schalteten dafür alle hundert und zwanzig Jahre einen Monat von dreyßig Tagen ein; welches auf die Einschaltung eines Tages alle vier Jahre im Julianischen Jahre zurückkommt. Noch setzten sie den dreyzehnten Einschaltungsmonat nach und nach als den ersten, dann als den zweyten des Jahres und

*) Nach Montucla (Hist. des Math. T. I. p. 386. welche Stelle ich oben im 5. Cap. des I. Zeitr. übersehen hatte) nimmt der Verf. den Diemschid der Zend-Avesta für den durch die Griechen uns bekannten Darius Ochus an. Bailly Hist. de l'Astron. anc. p. 129. ff.

so weiter an, so daß er durch das ganze Jahr herumkam, und zu verschiedenen religiösen Ceremonien Anlaß gab. Wie die Perser den Arabern unterworfen wurden, ward der Gebrauch der Sieger, das Jahr nach Mondumläufen zu berechnen, auch bey den Besiegten eingeführt. Als aber diese letztern ihre Freyheit erlangt hatten, nahmen sie ihre alte Methode wieder an, gegen das Jahr 1079. Damals erdachte der persische Astronom Omar-Chejan, um den alten Calender seiner Nation, welcher auf die Voraussetzung einer ungefähr um 11 Minuten zu großen Jahreslänge gegründet war, zu berichtigen, daß man siebenmal nach einander einen Tag alle vier Jahre, und darauf einen Tag erst in dem fünften Jahre hinzufügen sollte. Dies der Wahrheit sich sehr nähernde System ward angenommen, und hat sich bey den Persern erhalten.

Mehrere Kayser dieser Nation beschützten lebhaft die Astronomie. Dies gehörte gewissermaßen zur Religion des Staats. Ein griechischer Schriftsteller, Chioniades, welcher im dreyzehnten Jahrhundert lebte, meldet, daß die Perser auf ihre Kenntnisse in diesem Theile so eifersüchtig waren, daß es durch ein Gesetz verboten war, solche Ausländern mitzutheilen, ausgenommen in gewissen sehr seltenen Fällen, die von der Entscheidung des Kaysers abhingen. Dieses Verbot hatte seinen Grund in einer Weissagung, daß die Christen durch Hülfsmittel, welche aus der Wissenschaft der Astronomie genommen seyn würden, das persische Reich dereinst zerstören würden. Chioniades hatte selbst sehr viele Mühe, um zum Unterrichte der

persischen Astronomen zugelassen zu werden, ob er gleich durch den Kayser von Constantinopel empfohlen war, der damals durch Freundschaft und Interesse mit dem persischen Kayser verbunden war. Aus diesem Verkehr mit den persischen Astronomen brachte er nach Griechenland astronomische Tafeln, welche nach Bouillauds*) Versicherung sehr genau sind, in Rücksicht auf die Zeit, zu welcher sie berechnet waren.

Ein Nachkomme Dschinkischans, Hulaku Ilecan, oder, wie ihn einige nennen, Holaku-Ilecu-Can, welcher gegen das Jahr 1264 Persien eroberte, achtete die Wissenschaften, welche in diesem Lande cultivirt wurden, und schien den übrigen Theil seines Lebens mit nichts mehr beschäftigt, als sie in den unermeßlichen Ländern seiner Herrschaft in Aufnahme zu bringen. (Reg. von 1254 bis 1269.) Er ließ in der Stadt Maragha, ohnweit Tauris, der Hauptstadt in Medien, eine Sternwarte erbauen, bey welcher er eine Menge Astronomen unter der Aufsicht des schon erwähnten Nassir-Eddins anstellte. Diese Einrichtung war eine Art gelehrter Gesellschaft, und um so blühender, da sie alle möglichen Ermunterungen von einem großen und selbst sehr gelehrten Fürsten erhielt. Nassir-Eddin verfaßte mehrere astronomische Werke, unter andern eine Theorie der himmlischen Bewegungen, eine Abhandlung vom Astrolabium, und astronomische Tafeln, welche er ilecanische Tafeln nannte, um ein Denkmal seiner Dankbarkeit gegen seinen Wohlthäter zu hinterlas-

*) Astronom. philolaica in proleg. p. 15.

sen.*) Man erzählt, daß Hulaku, als er sich dem Tode nahe fühlte, sich in die Versammlung der Gelehrten bringen ließ, und in ihren Armen seinen Geist aufgeben wollte, indem er sie als seine Kinder und die wahren Herolde seines Ruhms betrachtete.

Sein Beyspiel ward durch einen tartarischen Fürsten, dem berühmten Ulugh-Beigh, Tamerlans Enkel, noch übertroffen (Reg. v. 1420 bis 1449.) Ulugh-Beigh beförderte die Wissenschaften nicht bloß als Fürst, sondern er selbst wird zu den gelehrtesten Männern seines Jahrhunderts gerechnet. Er errichtete in seiner Hauptstadt Samarkand eine zahlreiche Gesellschaft oder Akademie von Astronomen, und ließ zu ihrem Gebrauche die größten und vollkommensten Instrumente, welche man noch bis dahin gesehen hatte, verfertigen. Er unterrichtete sich von allen ihren Arbeiten, und beobachtete selbst unausgesetzt den Himmel. Einige Geschichtschreiber erzählen, daß er zur Bestimmung der Breite von Samarkand einen Quadranten gebraucht habe, dessen Halbmesser der Höhe der Kirche der h. Sophia zu Constantinopel, welche ungefähr 180 Fuß beträgt, gleich kam. Allein die Verfertigung eines so großen Quadranten ist physisch unmöglich. Es hat ganz den Schein, daß die Geschichtschreiber, welche diese Nachricht geben, der Astronomie wenig kundig waren, und einen bloßen Gnomon für einen Quadranten genommen haben. Die Breite von Samarkand ward zu 29 Graden 37 Minuten ge-

*) Shah Cholgi Comment. in tabulas Ilechanicas ed. J. Gravius. Lond. 1652. 4.

funden. Vermittelst desselben Instruments bestimmte man die Schiefe der Ekliptik zu 23 Graden 30 Minuten 20 Secunden. Dies Resultat, welches um ungefähr zwey Minuten das der neuern Beobachtungen übertrifft, hat den Gedanken veranlaßt, daß die Schiefe der Ekliptik im Abnehmen ist. Ueber diesen Punct ist man aber noch nicht hinlänglich unterrichtet. Ulugh-Beigh hat mehrere Werke geschrieben, die theils gedruckt, theils in Handschriften in einigen Bibliotheken befindlich sind. Die vorzüglichsten davon sind ein Fixsternenverzeichniß und astronomische Tafeln, die vollkommensten, welche man damals im Orient kannte. *) Dieser Fürst verdiente durch seine Tugenden und Talente die Huldigungen der ganzen Erde. Er ward von seinem eignen Sohn ermordet, im acht und funfzigsten Jahre seines Lebens.

Die Unruhen, welche auf diese schreckliche Begebenheit folgten, stürzten Persien in Unwissenheit zurück. Bald verschwanden die Gelehrten. Die Astronomie sank in diesen Ländern immer tiefer, so sehr, daß sie heutzutage nichts weiter als eine Sammlung von astrologischen Traumgesichten ist, und daß die Perser kaum eine Finsterniß, nach einem bloß durch Uebung erlangten Verfahren, welches auf Theorien, von denen sie keine Einsicht haben, gegründet ist, im Groben zu berechnen verstehen.

*) Ulugh Beigh tabulae astronomicae; tabulae latitudinis et longitudinis fixarum, ed. Th. Hyde. Oxon. 1665. 4.

Sechstes Capitel.

Mathematische Wissenschaften bey den Türken.

Einige Strahlen von der Wissenschaft der Araber drangen durch zu den Türken. Seit der Gründung ihres Reichs gegen das Jahr 1220 n. C. G. bildeten sich bey ihnen Mâdrâs oder Schulen, in welchen man in der Geometrie und Astronomie Unterricht gab und noch heutzutage gibt. Der erste Stoß brachte anfangs die Türken in alten Theilen der Mathematik weit genug. Allmählich aber ließen sie nach, wie ihre Lehrer. Die Türken sind indessen auch heutzutage nicht völlig so unwissend, wie man gewöhnlich glaubt. Ein italienischer Schriftsteller, Toderini, in seiner Schrift Della Litteratura Turquesca, versichert, daß sie in der Arithmetik wohl bewandert sind, daß sie ihre Zahlenrechnungen mit außerordentlicher Fertigkeit führen; daß einige unter ihnen es in der Algebra eben so weit gebracht haben, als wir; daß die Geometrie mit Erfolg in ihren Mâdrâs gelehrt wird; und daß sie auch die Astronomie cultiviren, aus zwey mächtigen Beweggründen, von denen

der eine die Nothwendigkeit die Zeit zu bestimmen ist, der andre die Neigung, die sie zu der Astrologie haben, welche nicht ohne die Hülfe der Astronomie bestehen kann. Mehr sage ich von ihnen nicht, und ich werde nicht wieder auf diese Nation zurückkommen, welche überall niemals irgend eine Entdeckung in den Wissenschaften gemacht hat.

Siebentes Capitel.

Mathematische Wissenschaften bey den Chinesern und Indiern.

Käme es darauf an, die hohe Meynung zu untersuchen, welche man von den Kenntnissen der Chineser in jeder Art der Wissenschaft bis auf unsere Zeiten gehabt hat, so würde man zu ihrer Behauptung keine starken Beweise in dem jetzt abzuhandelnden Zeitraume finden. Die Arithmetik und die Geometrie dieser Nation bleiben immer sehr unvollkommen. Keine neue Theorie und keine interessante Anwendung der Principien der Mechanik. Freylich haben die Chineser sehr viel den Himmel beobachtet. Aber alle ihre Beobachtungen betreffen nur die gemeinsten Gegenstände der Astronomie; wie Finsternisse, Lagen der Planeten, Solstitialhöhen der Sonne, Bedeckungen der Fixsterne durch den Mond: und man sieht aus ihnen kein für den Fortgang dieser Wissenschaft erhebliches Resultat hervorgehen. Ich will bloß bemerken, daß der Kayser Kobilai, der fünfte Nachfolger des Dschinkischan in China, welcher auch die

Dynastie der Iven gründete, im Jahr 1271, ein großer Beschützer der Astronomie war. Er war ein Bruder des schon erwähnten Hulaku, und hatte mit diesem fast dieselben Neigungen. Er stellte zum Vorsteher des Collegiums der mathematischen Wissenschaften Co-Cheon-King an, einen emsigen Beobachter, der in die chinesische Astronomie eine Genauigkeit brachte, zu der man bisher noch nicht gekommen war. Aber dieser Glanz war nur vorübergehend. Die chinesische Astronomie fiel wieder in ihre vorige Unthätigkeit zurück, und erhob sich nach ungefähr einem Jahrhundert erst ein wenig wieder, unter den Kaysern aus einer neuen Dynastie, welche die Aufsicht über das Collegium der Mathematik mohammedanischen Astronomen übertrugen.

Wir können uns über die Geschichte der Wissenschaften bey den Indiern aus diesen Zeiten noch kürzer fassen. Ihre Kenntnisse waren nie über die Elementarmathematik hinausgekommen; ihre Astronomie hatte ungefähr dasselbe Schicksal, wie die persische nach dem Tode des Ulugh-Beigh.

Achtes Capitel.

Mathematische Wissenschaften bey den neuern Griechen.

Die Gelehrten, welche nach der Zerstörung der Schule zu Alexandrien durch alle Theile von Griechenland sich zerstreut hatten, trugen anfangs dazu bey, den Geschmack für die Mathematik hier zu unterhalten. Aber in dem Zustande der gänzlichen Verlassung, worin sie hier sich befand, mußte sie hier immer tiefer sinken. *) Es vergingen in der

*) Leo des Weisen, der selbst über die Kriegskunst schrieb, und seines Sohnes Constantinus Porphyrogenitus Bemühungen, die Wissenschaften in Aufnahme zu bringen, waren von sehr geringem Erfolge. Von den wenigen griechischen Mathematikern, die von dieser Zeit an bis zum funfzehnten Jahrhundert lebten, mögen hier noch angeführt werden: Michael Psellus, im Anfange des 12. Jahrhunderts, dessen Schrift de quatuor mathematicis scientiis mehrmals gedruckt ist — gr. et lat. c. not. Guil. Xylandri. Basil. 1554. 8. Barlaam, im Anfange des 14. Jahrhunderts, der eine Logistik schrieb, in der man das Verfahren der Griechen mit sechzig-theiligten Brüchen sehr genau vorgetragen findet. Sie ist gedruckt: Barlaami Monachi Lo-

That mehrere Jahrhunderte, ehe irgend ein neuerer Grieche den geringsten Funken des Geistes zeigte, welcher einen Euklides, Archimedes, Apollonius u. a. m. belebt hatte. Zonaras und Tzetzes, deren bey Gelegenheit der Brennspiegel des Archimedes Erwähnung geschehen ist, sind bloß Compilatoren, die von den Gegenständen ihrer Behandlung oft nicht einmal hinreichend unterrichtet sind. Endlich zu Anfange des funfzehnten Jahrhunderts (J. 1420) machte ein griechischer Mönch, Emanuel Moschopulus, die sehr sinnreiche Entdeckung der magischen Quadrate *) Sie ist freylich von keinem praktischen Nutzen; aber sie gehört zu denjenigen theoretischen und feinen Speculationen, welche durch Unterhaltung den Geist üben: und ich kann mich daher nicht enthalten, hier einiges davon zu sagen. Ich werde zugleich eine allgemeine Uebersicht der Arbeiten der neueren Geometer über diese Lehre folgen lassen, um nicht zu wiederholten malen auf einen Gegenstand der bloßen Neugierde zurückkommen zu dürfen.

gistica, gr. et lat. c. schol. J. Chamberi. Par. 1600. 4. Maximus Planudes, im 14. Jahrhundert. Seine Scholien zum Diophant stehen lateinisch in Xylanders Ausgabe. Seine ψηφοφορια κατ' Ινδους, Logistica secundum Indos, ist noch handschriftlich in verschiedenen Bibliotheken vorhanden, und verdiente als die älteste Schrift über die arabische Zifferrechnung eine nähere Untersuchung.

*) Des Eman. Moschopulus Schrift ist in einer Handschrift in der Pariser Bibliothek. Nach Montucla hatte de la Hire sie übersetzt, und wollte sie herausgeben.

Man verzeichne auf einer verticalen Ebene ein geometrisches Quadrat. Jede Seite desselben sey durch eine gegebene Zahl, z. B. 5, dargestellt. Man theile jede horizontale oder verticale Seite in fünf gleiche Theile, und verbinde die Theilungspuncte durch verticale und horizontale Linien: so wird das verticale Quadrat in 25 gleiche kleine Quadrate oder Zellen getheilt seyn. Schreibt man nun in diese Zellen die Progression der Zahlen 1, 2, 3, 4, 5, 6 ꝛc., und zwar so, daß man von einer Eckzelle anfängt, und durch alle Zellen nach einander entweder in den horizontalen oder verticalen Reihen der Zellen fortgeht: so wird die letzte Zelle die Zahl 25 oder das Quadrat von 5 erhalten. Diese Vertheilung der Ziffern nach der natürlichen Ordnung bildet also ein natürliches Quadrat. Die Zahlen einer jeden Zellenreihe machen eine arithmetische Progression aus, und die Summe einer jeden solchen Progression ist verschieden. Hebt man aber die Ordnung der Zahlen auf, und setzt sie so, daß alle Reihen (horizontale und verticale), so wie auch die beyden Diagonalreihen, jedesmal einerley Summe ergeben, so heißt das Quadrat ein magisches. Diese Benennung kann von der besondern Eigenschaft dieser Quadrate herrühren, in einer Zeit, wo die Mathematik als eine Art der Magie angesehen wurde. Vielleicht rührt sie aber auch von den abergläubischen Anwendungen her, welche man in den Zeiten der Unwissenheit zur Verfertigung der Talismane von diesen Quadraten machte. Zum Beyspiel, Cornelius Agrippa, welcher im funfzehnten Jahrhundert lebte, hat in seinem Buche

de philosophia occulta die magischen Quadrate der Zahlen von 3 bis 9 gegeben. Nach ihm und den Anhängern seiner Lehre beziehen sich nun diese Quadrate auf die Planeten. Das Quadrat von 3 gehört zum Saturn, das von 4 zum Jupiter, das von 5 zum Mars, das von 6 zur Sonne, das von 7 zur Venus, das von 8 zum Mercur, das von 9 zum Monde. (Histoire de l'Acad. 1705. p. 71.)

Des Moschopulus Methoden zur Bildung der magischen Quadrate schränken sich nur auf gewisse besondere Fälle ein. Sie bedurften daher noch, allgemein gemacht zu werden. Bachet de Mezeriac (geb. 1577, gest. 1638), ein sehr gelehrter Analyst, im Anfange des 17ten Jahrhunderts, erfand eine Methode für alle Quadrate, deren Wurzel ungerade ist, z. B. 25, 49, 81 rc., deren Wurzeln, 5, 7, 9 rc. sind. In den Fällen dieser Art hat man eine Centralzelle, welche die Auflösung des Problems erleichtert. Bachet konnte es nicht vollständig für Zahlen, deren Wurzeln gerade sind, auflösen. *)

Frenicle de Bessi (Anc. Mém. de l'Acad. Tom. V.) **) eines der ersten Mitglieder der Acad. des Sciences, ein tiefsinniger Arithmetiker, vermehrte beträchtlich die Zahl der Fälle und der Combinationen, welche magische Quadrate ergeben, so-

*) Bachet machte seine Methode bekannt in s. Problêmes plaisans et délectables, qui se font par les nombres. Lyon. 1613. 8.

**) Auch in den Ouvrag. adoptés par l'acad. roy. des sciences. Tom. II.

wohl für ungerade als für gerade Zahlen. Zum Beyspiel, ein geschickter Algebraist hatte geglaubt, daß die sechszehn Zahlen, welche die Zellen des natürlichen Quadrats der 4 ausfüllen, nur 16 magische Quadrate ergeben könnten. Frenicle zeigte aber, daß sie solcher 880 geben konnten. Bey Gelegenheit dieser Untersuchung fügte er noch eine neue Schwierigkeit hinzu. Hat man z. B. eins der magischen Quadrate der Zahl 7 gemacht, und nimmt nun von den 49 Zellen, aus denen es besteht, die beyden äußersten horizontalen und die beyden äußersten verticalen Zellreihen, das ist, die äußere Einfassung des Quadrates, weg: so wird ein Quadrat übrig bleiben, das in allen Fällen nicht ein magisches seyn wird, ein solches aber seyn kann, wenn man dem gemäß das ursprüngliche magische Quadrat auswählet. Frenicle lehrt, wie man diese Auswahl treffen kann. Nach seiner Methode nimmt man eine Einfassung eines magischen Quadrates weg, und auch beliebig jede andre Einfassung, wenn man dazu deren genug hat, oder endlich mehrere Einfassungen auf einmal, und das übrig bleibende Quadrat ist noch ein magisches. Er kehrt auch diese Bedingung um, und verlangt, daß eine gewisse beliebig genommene Einfassung, oder mehrere von dem Quadrate unzertrennlich sind, das heißt, daß wenn man sie wegnimmt, das Quadrat aufhört ein magisches zu seyn, wenn man hingegen andre wegnimmt, es ein solches bleibt.

Poignard, Domherr zu Brüssel, gab 1703 eine Schrift über die magischen Quadrate heraus, in

welcher er zwey Neuerungen macht, wodurch dies Problem interessanter und allgemeiner wird. 1) Anstatt alle Zahlen zu nehmen, die das Quadrat ausfüllen, z. B. die 36 auf einander folgenden Zahlen, welche alle Zellen des natürlichen Quadrats, dessen Seite 6 ist, ausfüllen, nimmt er nicht mehr auf einander folgende Zahlen, als Einheiten in der Seite des Quadrats sind, d. h. hier 6 Zahlen. Die 6 Zahlen allein vertheilt er auf solche Weise in die 36 Zellen, daß keine derselben in einer und derselben Reihe, diese sey nun horizontal, vertical oder diagonal, zweymal vorkommt; woraus nothwendigerweise folgt, daß alle Reihen, man mag sie nehmen, wie man will, immer einerley Summe geben. 2) Anstatt diese Zahlen bloß nach der Folge der natürlichen Zahlen zu nehmen, das heißt, in arithmetischer Progression, nimmt er sie auch in geometrischer oder harmonischer Progression. Aber bey diesen letztern Progressionen ändert sich nothwendigerweise der magische Kunstgriff. In den Quadraten, die mit Zahlen in geometrischer Progression ausgefüllt sind, müssen die Producte aller Zellreihen einander gleich seyn; und in der harmonischen Progression befolgen die Zahlen aller Zellreihen beständig diese Progression. Poignard macht auf gleiche Weise Quadrate aus wiederholten Progressionen bey allen diesen drey Arten. *)

*) D. h. Poignard wendet auch auf die in geometrischer oder harmonischer Progression gegebenen Zahlen die erste Bedingung an; so daß er z. B. von den gegebenen 36 Gliedern einer

La Hire, Geometer der Académie des Sciences, ward von allen diesen Untersuchungen sehr eingenommen, in denen man aber oft nur ein bloßes Probiren angewandt hatte. Er entwickelte daher und bewies die Principien derselben in zweyen sehr sinnreichen Abhandlungen. Er fügte auch mehrere neue Aufgaben hinzu, wodurch diese Untersuchung immer mehr und mehr zu einer Allgemeinheit erhoben wurde, welche den Freunden der Combinationen der Zahlen interessant seyn muß. (Mém. de l'Acad. 1705.)

Da die Beweise aller jener Gelehrten zu verwickelt und zu wenig unter einander verbunden schienen, so unternahm es Sauveur, ein andrer Geometer der Académie des Sciences, diese Theorie dem analytischen Calcul zu unterwerfen, und auf gleichförmige Methoden zu bringen, aus denen man alsdann als Folgerungen einfache und leichte Verfahrungsarten zur Construction der magischen Quadrate in allen Fällen herleiten könnte. (Mém. de l'Acad. 1710.). Pajot Osembrai betrachtete die Untersuchung unter eben demselben Gesichtspuncte. Man verdankt ihm eine neue analytische Methode für die bloß geraden magischen Quadrate, denn die andern waren schon hinreichend untersucht. (Mém.

geometrischen Progression, die alle Zellen des natürlichen Quadrates von 6 ausfüllen würden, nicht mehr als 6 Glieder nimmt, und diese allein in die 36 Zellen vertheilt rc. Dies heißt hier, nach Poignard, eine wiederholte Progression (progression répétée).

de l'Acad. 1750.) Endlich hat Rallier des Ourmes alle diese Methoden noch vervollkommnet und erweitert in einer vortrefflichen Abhandlung, die er der Académie des sciences vorgelegt hat (Mém. de mathem. et de phys. présent. à l'Acad. Roy. des Sc. Tom. IV. Par. 1763. p. 196). Man hat alle Ursache, diesen Gegenstand für erschöpft anzusehen.

Diese Entdeckung der magischen Quadrate von Moschopulus war gleichsam der letzte Hauch der griechischen Mathematiker. Nach der Eroberung von Constantinopel durch Mohammed II. verschwanden sie aus diesen Ländern.

Neuntes Capitel.

Mathematische Wissenschaften bey den abendländischen Christen, bis zum Ende des dreyzehnten Jahrhunderts.

Die Christen haben überhaupt lange Zeit hindurch eine große Abneigung gegen die Wissenschaften gezeigt. Seit dem Ursprunge des Christenthums einer Menge superstitiöser Meynungen zugethan, welche den Menschen gewissermaßen zu einem bloß betrachtenden Automat machten, sahen sie alle Beschäftigungen, welche mit den Gegenständen des religiösen Cultus oder mit den zum Lebensunterhalt unumgänglich nothwendigen Arbeiten in keiner Verbindung standen, mit Verachtung oder Gleichgültigkeit an. Nachdem sie indessen anfingen, die Araber aus Spanien zu vertreiben, zu Anfange des zehnten Jahrhunderts, erzeugte der freywillige oder erzwungene Verkehr, den sie mit diesem Volke hatten, das electrische Feuer des Genies auch unter den Christen; und mehrere von ihnen suchten bey eben diesen Mauren Unterricht zu nehmen, deren Religion sie verabscheuten. Wir haben schon bemerkt,

daß der Pabst Silvester II. die Kenntniß der Arithmetik aus dem Umgange mit den Mauren in Spanien geschöpft hatte. Alphonsus X., König von Castilien, (reg. von 1252 bis 1284) gründete in seiner Hauptstadt eine Art von Unterrichtsanstalt zur Beförderung der Astronomie; und er vertraute die Hauptdirection Arabern an. Er selbst beobachtete und rechnete mit ihnen. Durch diese gemeinschaftliche Arbeit entstanden die Alphonsinischen Tafeln, welche genauer und vollständiger sind, als alle vorhergehenden. *) Das Studium der Astronomie erhielt sich in Castilien noch lange Zeit nach Alphonsus Tode. Aber das Interesse des Ehrgeitzes, dem nichts widersteht, nährte beständig den Samen des Hasses und der Zwiespalt unter den Christen und Arabern. Die erstern verloren niemals das Project, ganz Spanien wieder zu besitzen, aus den Augen, und gewannen von Tag zu

*) Die Direction dieser Arbeiten führten Alkabiti und Aben Ragel aus Toledo. Doch soll Rabbi Isaac Aben Said einen wichtigen Antheil an derselben gehabt haben. Die Tafeln erschienen 1252, da Alphonsus die Regierung antrat. Man hatte in ihnen die Hypothese des Thebit von dem motu trepidationis der Fixsterne mit einigen Aenderungen angenommen. Aber ein Astronom, Aboacen, vertheidigte die Theorie des Albatenius von der Gleichheit der Bewegung der Fixsterne so gründlich, daß die Alphonsinischen Astronomen die erste Ausgabe der Tafeln durch eine neue 1256 zu vertilgen suchten. Auch diese verbesserte Ausgabe war voll von Fehlern; und es scheint, die Verfasser haben sich begnügt, nach Theorien, die sie vor sich fanden, zu rechnen, ohne den Himmel selbst zu beobachten. Im Druck sind die Tabulae Alphonsinae erschienen: Venet. 1483. 4. Par. 1545. 4. Matriti. 1641. 4.

Tag mehr land. In dem Maße, wie ihre Siege häufiger wurden, neigten sich die Wissenschaften zum Verfall. Endlich erhielten diese gleichsam den tödtlichen Streich, als die Mauren durch den Verlust von Grenada gänzlich aus Spanien vertrieben wurden (J. 1492). Ein trauriges Ereigniß in den Annalen des menschlichen Geistes, das allein der christlichen Religion, die auf den Trümmern des Mahometismus ihre Herrschaft erweiterte, vortheilhaft war.

Wir finden in den übrigen christlichen Ländern von Europa mehrere Männer, welche verdienen bemerkt zu werden, entweder wegen des Umfangs ihrer Kenntnisse in Rücksicht auf die Zeit, in der sie lebten, oder wegen der Beweise von Genie, die sie gaben, und woraus die menschliche Gesellschaft den größten Nutzen würde haben ziehen können, wofern nicht die kirchliche Gewalt durch ihre Intoleranz und den Schrecken ihres Bannstrahls die freyen Flüge des Geistes nur zu oft gehemmt oder unterdrückt hätte.

Die Italiener erscheinen hier zuerst. Die Algebra zog zuerst durch einen besondern Umstand ihre Aufmerksamkeit auf sich. Ein reicher Kaufmann zu Pisa, Leonard, machte in Geschäften seiner Handlung öftere Reisen nach dem Orient. Die Verhältnisse, in denen er mit den Arabern stand, gaben ihm Gelegenheit, mit der Algebra sich bekannt zu machen, die man damals als den höhern Theil der Arithmetik ansah. Er verbreitete seine Kenntnisse unter seinen Landsleuten, gegen den Anfang des dreyzehnten Jahrhunderts. Nach Vossius und einigen neuern italienischen Schriftstellern, hatte man bis jetzt geglaubt, daß Leonard von

Pisa erst gegen das Ende des vierzehnten Jahrhunderts gelebt habe. Aber Hr. Cossali, Domherr zu Parma, hat (in ss. Werke: Origine, transporto in Italia e primi progressi in essa del Algebra. Parma 1797.) von diesem Algebraisten ein Manuscript vom Jahre 1202 entdeckt, welches im Jahre 1228 vermehrt wieder herausgegeben ist. Leonard von Pisa war in der Algebra und besonders in der Analyse der Art von Problemen, welche man Diophantische nennt, sehr geschickt. Der Auszug, den Cossali von seinem Manuscripte gibt, zeigt, daß er es in der Algebra bis zu der Auflösung der cubischen Gleichungen, und der höhern Gleichungen, welche sich auf quadratische oder cubische reduciren lassen, gebracht hatte.

Dieser Stoß, den die Algebra erhalten hatte, pflanzte sich in Europa fort, und verbreitete sich über die andern Theile der Mathematik. Das dreyzehnte Jahrhundert brachte eine große Zahl von Gelehrten in allen Fächern hervor, in Italien, in Frankreich, in Deutschland und in England. Ich will die vornehmsten derselben, welche zur Beförderung der Mathematik beygetragen haben, anführen.

Jordanus Nemorarius (J. 1230) zeichnete sich in Rücksicht auf seine Zeit in der Arithmetik und Geometrie aus, wie seine Schrift de Planisphaerio und seine sechs Bücher von der Arithmetik urtheilen lassen.

Er hatte einen mehr bekannten Zeitgenossen, Johannes von Halifax, gemeiniglich Sacrobosco genannt, welches in dem barbarischen Latein jener Zeiten einer-

ley bedeutet. *) Sacrobosco, der in England gebohren war, kam nach Paris und lehrte daselbst die Mathematik. Wir haben von ihm eine Schrift über die Sphäre, welche von Clavius commentirt und sehr häufig gedruckt ist. Auch hat er Schriften über das Astrolabium, über den Calender und über die arabische Arithmetik hinterlassen. Er starb zu Paris 1256. Vor der französischen Revolution sah man noch daselbst sein Grabmal in dem Kloster des Mathurins.

Campanus von Novara (1250) übersetzte und commentirte Euklids Elemente; schrieb ein Werk, de Sphaera; ein andres, de Theoricis Planetarum, dessen Absicht war, die alte Astronomie kennen zu lehren, und die Verbesserungen, welche die Araber in derselben gemacht hatten, zu zeigen rc.

Vitellio (J. 1260) war in Polen gebohren, lebte aber in Italien. Er hinterließ ein Werk über die Optik in zehn Büchern. Dies Werk ist im Grunde Alhazens Werk, nur deutlicher und methodischer abgefaßt. **)

Wir haben aus derselben Zeit noch ein Werk über die Optik von Thomas Pecham, ***) der aus einem

*) Halifax hieß damals Holywood. Sacrobosco ist daher sein richtiger Name, und Sacrobusto, wie man oft findet, falsch. Jo. de Sacro Bosco Sphaera Mundi. Ferrariae, per Andream Gallum. 1472. 4. wird für die erste Ausgabe dieses lange als Compendium sehr beliebten, und daher häufig gedruckten und commentirten Buches gehalten.

**) Herausgegeben in Rißners Tesauro Opticae zugleich mit Alhazens Optik.

***) Nicht Thomas, sondern Johann Pecham oder Peccam,

bloßen Franciscanermönche Erzbischof zu Canterbury wurde. Dies Werk ist mehrmals gedruckt, und lange Zeit ein classisches Buch gewesen.

Die Wissenschaften fanden einen eifrigen Beschützer an dem großen Kayser Friedrich II. (reg. von 1219. bis 1250), mitten unter den unaufhörlichen Kämpfen, welche er gegen die Päbste zu bestehen hatte. Er stiftete die Universität zu Neapel, schrieb selbst verschiedene Werke, und ließ die Schriften des Aristoteles und den Almagest des Ptolemäus ins Lateinische übersetzen. Er gebrauchte zu diesen Uebersetzungen den Gerard von Sabionetta, insgemein Gerard von Cremona genannt, *) von dem wir auch noch eine Uebersetzung von Gebers Commentar über den Almagest **) und von Alhazens Schrift de Crepusculis ***) haben. Man legt ihm auch eine Schrift ****) de Theoricis Planetarum bey.

wie auch Priestley (Gesch. d. O. S. 16.) seinen Namen schreibt. Seine in Kürze mit Beurtheilung abgefaßte Schrift scheint die optischen Kenntnisse seiner Zeiten nicht vermehrt zu haben. Pecham gab sie um 1280 unter dem Titel: Perspectiva communis heraus. Sie ist oft gedruckt. Joannis Archiepiscopi Cantuarensis Perspectivae communis ll. III. Colon. 1580. 4. S. Scheibel. B. 2. S. 280. Kästners Gesch. d. M. B. 2. S. 264.

*) Weidleri Hist. Astron. c. 7. §. 13. unterscheidet die Uebersetzung des Gerard von Cremona von derjenigen, die Kayser Friedrich II. verfertigen ließ.

**) Bey Pet. Apiani instrument. primi mobil. Norimb. 1534.

***) In Rissners Tesaur. opticae.

****) Gegen diese Schrift schrieb Regiomontan disputationes

Albert (J. 1260), der Große genannt von seinen Zeitgenossen, die nicht groß waren, würde hier nicht angeführt werden, wenn er nicht über die Arithmetik, Geometrie, Astronomie und Mechanik einige Werke geschrieben hätte, die zu seiner Zeit nützlich waren, jetzt aber verloren sind. Er zeichnete sich besonders in dem organischen Theile der Maschinen aus. Man erzählt, daß er ein Automat in menschlicher Gestalt verfertigt hatte, welches seine Thüre den Anklopfenden öffnete und einige Töne ausstieß, gleichsam als wenn es die Eintretenden anredete.

Der englische Franciscanermönch, Roger Bacon, (geb. 1214, gest. 1294) verdient mehr die Aufmerksamkeit der Nachwelt zu fesseln. Er hatte zu seiner Zeit einen großen Ruf, den er noch jetzt bey den Gelehrten behauptet. Seine zahlreichen Werke, in denen man viel Genie und Erfindungsgeist bemerkt, sind nach und nach gedruckt worden. Seine Schrift über die Optik *) ist besonders merkwürdig durch die sinnreichen, wahren und damals neuen Ansichten über

super deliramenta Theoricarum Gerardi Cr. bey Purbachii Theoricae nov. Planetar. Bas. 1569. 8.

*) Rog. Baconis Perspectiva — imgleichen R. B. Specula mathematica — ed. Joh. Combach. Francof. 1614. 4. — Rog. Baconis Opus majus — ed. S. Jebb. Lond. 1733. f. Dieses Werk schrieb Bacon zu seiner Vertheidigung an Pabst Clemens IV. und gab darin von allen seinen Entdeckungen Nachricht. Die Perspectiv steht im fünften Theile. — Bacon hat bey sinnreichen und wahren Ansichten auch sehr viele ungereimte und falsche. In s. optischen Schrift ist fast alles aus Alhazen,

die astronomische Strahlenbrechung, über die scheinbaren Größen der Objecte, über die außerordentliche Größe der Sonne und des Mondes am Horizont, über den Ort der sphärischen Brennpuncte rc. Einige Engländer haben aus zu großer Vorliebe für ihren Landsmann in dieser Schrift zu finden geglaubt, daß er eine Kenntniß der Brillen und selbst des Fernrohrs gehabt habe. Allein Smith, *) der competenteste Richter hierin, widerlegt diese Meynung vollkommen, durch eine genaue und gründliche Untersuchung der Stellen, welche dazu Veranlassung gegeben haben. Man hat dem Bacon auch die Erfindung des Schießpulvers beylegen wollen: und in Wahrheit war er nahe daran, denn er war für seine Zeit ein großer Chemiker, und kannte die Wirkungen des Salpeters. Jenes ist aber doch erst einige Jahre nach ihm wirklich erfunden und eigentlich bekannt geworden. **) Er ward von seinen Ordensbrüdern verfolgt, der Magie angeklagt und in ein Gefängniß geworfen, aus welchem er nicht eher befreyt ward, als bis er seinen Obern und dem Pabst Nicolaus IV. bewiesen hatte, daß er niemals mit dem Teufel in Verbindung gewesen sey.

Averroes u. and. Arabern entlehnt. Eine nähere Anzeige derselben gibt Kästners Gesch. d. M. B. 2. S. 275. ff.

*) Smiths Lehrbegriff d. Optik v. Kästner. S. 378. ff.

**) Jebb in der Vorrede zu seiner Ausgabe des Op. maj. und Beckmann in s. Anleit. z. Technologie S. 342. führen Beweise an, daß selbst das Schießpulver lange vor Bacons Zeiten bekannt gewesen ist.

Die Erfindung der Brillen ist aus den letztern Jahren des dreyzehnten Jahrhunderts, und man verdankt sie Italienern. Es sind sichere Beweise vorhanden, daß die ersten Gläser dieser Art von einem Dominicanermönch, Alexander von Spina, verfertigt sind, welcher zu Pisa 1313 starb. *)

*) Smith a. a. O. führt die historischen Zeugnisse hierüber an. Alexander von Spina, der sehr kunstreich war, alles, was er sah und wovon er hörte, nachzumachen, soll ein paar Brillen bey jemanden gesehen haben, welcher ihm das Kunststück nicht habe erklären wollen. Nachher habe er die Erfindung für sich selbst herausgebracht, und habe jedermann gerne damit gedient.

Zehntes Capitel.

Fortsetzung: Mathematische Wissenschaften bey den abendländischen Christen im vierzehnten und funfzehnten Jahrhundert.

Das vierzehnte Jahrhundert war sehr fruchtbar an Theologen, Alchymisten und selbst an schätzbaren Litteratoren; aber eine sehr undankbare Zeit für die Mathematik bey allen abendländischen Nationen von Europa. Man bemerkt indessen in demselben einige Geometer und einige beobachtende oder theoretische Astronomen, welche freylich die Wissenschaften nicht weiter brachten, sie aber doch in Ehren erhielten.

In Italien schrieb Peter von Albano, ein berühmter Arzt, ein Werk über das Astrolabium.*) Cecchi Ascoli, Professor der Mathematik zu Bo-

*) Petrus de Abano, auch P. de Apono genannt, geb. zu Abano im Paduanischen 1250, gest. 1316. Sein Buch, Astrolabium planum, ist astrologischen Inhalts; und umgearbeitet von Joh. Angelus herausgegeben: Aug. Vindel, 1488. 4. u. m.

logna, verfaßte einen Commentar über Johannes de Sacrobosco de Sphaera, der mehrmals gedruckt ward. *) Sie wurden beyde für Zauberer und Ketzer gehalten. Albano ward in effigie verbrannt; Ascoli aber wirklich, zu Bologna 1328 in einem Alter von siebzig Jahren.

In England gab es viele Geometer und Astronomen. Aber von ihren Schriften oder Beobachtungen ist nichts mehr vorhanden, als einige Fragmente, von denen der größte Theil in Handschriften in verschiedenen Bibliotheken zerstreut ist.

In Deutschland schrieb Johannes de Saxonia, ein Augustinermönch, über die Tafeln des Königs Alphonsus und über die Finsternisse. Henricus de Hassia, Professor auf der neuen Universität zu Wien, schrieb über die Theorie der Planeten. **) Aber diese Werke sind nicht gedruckt worden.

Frankreich zeigt auch einige Mathematiker auf, wie Johannes de Muris, ***) der Urheber des Systems unserer neueren Musik, welcher außerdem auch in der Astronomie bewandert war. Denn es ist von

*) Cichi Ascolani Commentar. in sphaeram J. de Sacrobosco. Basil. 1485. f. u. Venet. 1499. f.

**) Georg Tannstetter (in s. Zuschrift vor Tabul. ecclips. G. Purbachii. Viennae 1514.) sagt von ihm: doctissimor. astronomor. Parisiis, Joannis de Lineriis Germani, et Joannis de Saxonia contemporaneus fuit. Scripsit theoricas planetarum et alia quaedam in astronomia — obiit 1397.

***) J. de Muris tractatus de Sole et Luna et corporibus coelestibus, c. tabul. astron. 400 annorum, in der Bibliothek der Cathedralkirche zu Metz. Montfaucon Bibl. Bibl. Msct. Tom. 2.

ihm noch eine Schrift über diese Wissenschaft im Manuscript vorhanden. Johannes de Lignieres, ein Astronom, aus Amiens gebürtig, Professor der Mathematik zu Paris, von dem noch einige Beobachtungen vorhanden sind, welche Gassendi gesammelt hat. *) Nikolaus Oresme, welcher Aristoteles Werk de Mundo übersetzte, und ein Buch de Proportionibus verfaßte, das im Manuscript vorhanden ist. Man hat diesem letztern noch eine andre Verpflichtung. Er war des Königs Karls V., mit dem Beynamen des Weisen, Lehrer gewesen, und hatte den vorzüglichsten Antheil an der Stiftung der königlichen französischen Bibliothek, welche unter diesem Fürsten geschah.

Dieser Stockung ungeachtet, worin sich damals die Theorie der Mathematik befand, brachte die praktische Mechanik doch einige sehr sinnreiche Maschinen hervor, deren wir Erwähnung thun müssen. Man verfertigte seit langer Zeit Papier; aber im vierzehnten Jahrhundert ersann ein Nürnbergischer Rathsherr, Ulmann Strame, eine besondere mechanische Vorrichtung zum Zermalmen der Lumpen, und man hält ihn für den Erfinder der Papiermühlen. **) Die Räderuhren, sowohl feststehende als tragbare, sind aus eben dieser Zeit. Richard Wallingfort, ein englischer Benedictiner, machte für das Kloster Sanct Alban, dessen Abt er war, eine solche Uhr;

*) Opp. Gassendi Tom. VI. p. 512.

**) Ulmann Stromer, gest. 1407. S. Hrn. v. Murrs Journal d. Kunstgesch. u. Litt. Th. 5. S. 136. ff.

sie zeigte die Stunden an, den Lauf der Sonne und des Mondes, die Stunden der Ebbe und Flut etc. Er schrieb hierüber ein Werk, welches im Manuscript in der Bodleganischen Bibliothek vorhanden ist. Nach diesem Beyspiele verfertigte Jacobus de Dondis, ein für seine Zeit in der Medicin, Astronomie und Mechanik sehr gelehrter Bürger aus Padua, für seine Vaterstadt eine Uhr, welche damals als ein Wunderwerk betrachtet wurde. Sie gab, außer den Stunden, den Lauf der Sonne, des Mondes und der Planeten, die Tage, die Monate und die jährlichen Festtage an. Verdankt man alle diese Maschinen ausschließlich diesem Jahrhundert, oder waren sie nur mehr oder weniger vollkommne Nachahmungen der von dem Khalifen Haroun-Raschild an Karl den Großen übersandten Uhr? Hierüber kann man kein entscheidendes Urtheil wagen, weil die nöthigen Urkunden fehlen. *)

Wir gehen zu einer glücklichern Zeit über. Das funfzehnte Jahrhundert hat eine große Zahl gelehrter Mathematiker und besonders gelehrter Astronomen hervorgebracht. Wir wollen mit der Geometrie und Algebra anfangen.

Unter denen, welche damals diese beyden Wissenschaften bearbeiteten, verdient Lucas Paccioli, insgemein Lucas de Borgo genannt, weil er aus Borgo-San-Sapocha in Toscana gebürtig war,

*) Hamberger de horologiis in Beckmanns Beyträgen z. Gesch. d. Erf. B. 1.; J. H. M. Poppe Gesch. d. Uhrmacherkunst, geben mehr Nachrichten hierüber.

eine besondre Auszeichnung. Er war ein Franciscaner-Mönch, und lebte gegen das Ende des funfzehnten Jahrhunderts. Nachdem er lange Zeit im Orient herum gereiset war, es mag nun seyn, um sich zu unterrichten, oder um besondre Aufträge seiner Obern auszurichten, lehrte er die Mathematik zu Neapel und zu Venedig, in der Folge auch zu Mailand, wo er den von Ludewig Sforza, dem Mohren, gestifteten Lehrstuhl der Mathematik zuerst einnahm. Er schrieb mehrere Werke für seine Schüler. Er übersetzte den Euklid ins Lateinische, oder er sah vielmehr die Uebersetzung des Campanus durch, und begleitete sie mit gelehrten Anmerkungen. Im Jahr 1494 gab er in italienischer Sprache ein Werk über die Algebra heraus: Summa de Arithmetica, Geometria, proportioni e proportionalita, etc. *) in welchem man die gewöhnlichen Regeln der Arithmetik, einige Erfindungen von den Arabern z. B. die einfache und gedoppelte Regula falsi, die Auflösung der Gleichungen vom ersten und zweyten Grade, und endlich die Anfangsgründe der Geometrie findet. Man verdankt dem Lucas de Borgo noch zwey andre Werke: das eine de Divina proptortione, **) umfaßt eine Menge Gegenstände aus der Perspectiv, Musik, Architectur rc.; das andre handelt von den regulairen Körpern, unter dem Titel: Libellus in tres partiales tractatus divisus quorumcunque corporum regularium et

*) Venedig fol. Kästners Gesch. d. Math. B. 1. S. 65. ff.

**) Venedig. 1509. fol. Kästners Gesch. d. M. B. 1. S. 417. ff.

dependentium active perscrutationis etc. Venet. 1508 *)

Die Astronomie machte in diesem Jahrhundert große Fortschritte. Die vorzüglichsten Verdienste um dieselbe erwarben sich Johannes de Gmunden, Professor derselben auf der Universität zu Wien, gegen 1416; und der berühmte Petrus de Alliaco, **) welcher auf der Kirchenversammlung zu Costnitz, im Jahre 1414, einige Mittel vorschlug, den sehr fehlerhaft gewordenen Calender zu verbessern, und die Bewegungen der Sonne und des Mondes in Uebereinstimmung zu bringen.

Der Cardinal Nikolaus de Cusa ***) (geb. 1391 gest. 1454) ist unter den Gelehrten dafür bekannt, daß er das System der Pythagoräer über die Bewegung der Erde wieder zu erwecken suchte. Dieser wahre Gedanke war aber noch nicht genug zur Reife

*) Also wird es von Montucla (T. I. p. 552.) als ein besondres Werk angegeben. Vergl. Kästners G. d. M. B. 1. S. 438 ff.

**) Geb. zu Compiegne 1350, Cardinal und Erzbischof zu Cambray. Seine Vorschläge zur Verbesserung des Calenders bestanden darin, daß einige Tage herausfallen, und das Aequinoctium wieder in seine vorige Stelle kommen sollte. Seine Schriften sind gedruckt: Petri de Alliaco concordantia astronomiae cum theologia, concordantia astron. c. historica narratione et elucidarium duorum precedentium. August. Vind. 1490. 4.

***) De Cusa ist auch bekannt durch seine Bemühungen um die Quadratur des Kreises, in s. Schrift: de mathematicis complementis. Auch schrieb er über die Verbesserung des Calenders. Nicolai Cusae opp. Par. 1514. f.

gediehen, welche die Beobachtungen ihm erst geben mußten. Man muß es etwas außerordentlich finden, daß ein Cardinal zu dieser Zeit, ohne daß Jemand daran ein Aergerniß nahm, eine Meynung behauptete, wegen der zweyhundert Jahre nachher Galiläi, der sich noch dazu auf gründliche Beweise stützte, in die Gefängnisse der Inquisition geworfen ward.

Purbach (geb. 1421, gest. 1461) und sein Schüler Regiomontanus werden als die Wiederhersteller oder größten Erweiterer der Astronomie im funfzehnten Jahrhundert angesehen. Der erstere hatte unter Johannes de Gmunden die Astronomie studirt, und zur Vermehrung seiner Kenntnisse in derselben durch den Umgang mit Gelehrten viele Jahre auf Reisen zugebracht. Nach Beendigung derselben lebte er zu Wien, wohin ihn die Wohlthaten Kayser Friedrich III. zogen, und wo er der Nachfolger Johannes de Gmunden in dessen Lehrstelle auf der Universität ward. Von dieser Zeit an unternahm er eine nützliche und nothwendige Arbeit. Diese war eine gute Uebersetzung von des Ptolemäus Almagest. Denn alle bisherigen lateinischen wimmelten von Fehlern, welche durch die Unwissenheit der Uebersetzer in der Astronomie entstanden waren. Er verstand weder griechisch noch arabisch; aber seine vollkommne Kenntniß der Sache diente ihm, diese schlechten Uebersetzungen zu berichtigen, und wenigstens dem Sinne nach das Werk des Ptolemäus ächt wieder zu geben. Bald darauf schrieb er zum Nutzen seiner Schüler verschiedene Werke, betreffend die Arithmetik, die Geometrie, die Solstitialhöhen der Sonne, die Beschreibnng und den Gebrauch trag-

barer Uhren, die Berechnung des Grades jeder Parallele in Beziehung auf den Grad des Aequators, rc. Da er mit theoretischen Kenntnissen Geschicklichkeit in Handarbeiten verband, so verfertigte er selbst zur Gnomonik nützliche Instrumente und Himmelskugeln, auf welchen er die Bewegung der Fixsterne in Länge seit Ptolemäus bis auf das Jahr 1450 bemerkt hatte. Er bestimmte aus seinen eignen Beobachtungen die Schiefe der Ekliptik. Er machte verschiedene Verbesserungen an der Theorie von der Bewegung der Planeten, welche die alten Tafeln auf eine mangelhafte Weise darstellten. Er führte endlich einige Abkürzungen im trigonometrischen Calcul ein. *)

*) Georg Purbach war zu Peurbach an der Gränze von Oesterreich und Bayern 1423 gebohren. Auf die Ermunterung des Cardinals Bessarion, damaligen päbstlichen Legaten zu Wien, arbeitete er an einem abgekürzten und deutlicher (als in den bisherigen lateinischen Uebersetzungen) dargestellten Lehrbegriff der Astronomie nach Ptolemäus, den er aber nur bis zum 6. Buche ausführte, und den später Regiomontan vollendete. Er war, ebenfalls durch Bessarion bewogen, im Begriff mit Regiomontan nach Rom zu reisen, um griechisch zu lernen, als er 38 Jahre alt starb. Zu seinen Verdiensten gehört besonders, daß er in der Trigonometrie von der bisherigen Sexagesimaltheilung zur decimalen den ersten Schritt that. Er nahm den Halbmesser zu 600000 Theilen an, und den sechzigsten Theil des Halbmessers zu 10000 solcher Theile. Nach dieser Voraussetzung berechnete er eine Sinustafel von zehn zu zehn Minuten. Ferner schreibt man ihm die Erfindung des geometrischen Quadrates zu, wobey er zuerst das Bleyloth scheint angebracht zu haben. Tabulae ecclipsium G. Purbachii — Viennae 1514 von Tannstetter herausgegeben. Quadratum geometricum — Norimb.

Sein größter Ruhm ist, daß er den Regiomontanus gebildet hat (Geb. 1436, gest. 1476). Sie beobachteten zehn Jahre lang zusammen in Wien. Nach Purbachs Tode trieb den Regiomontanus sein Genie und seine lebhafte Neigung für alle Wissenschaften nach Rom, um daselbst leichter das Griechische zu lernen, und nicht bloß den Ptolemäus im Original, sondern auch die übrigen griechischen Mathematiker lesen zu können. Seine Fortschritte geschahen so schnell, daß er in sehr kurzer Zeit die Conica des Apollonius, die Cylindrica des Serenus, die Quaestiones mechanicae des Aristoteles, die Pneumativa des Hero, alle Werke des Ptolemäus ꝛc. aus dem Griechischen ins Lateinische übersetzte. Er verbesserte nach dem griechischen Texte die alte Uebersetzung des Archimedes, welche Jacob von Cremona gemacht hatte. Er schränkte sich nicht bloß auf Uebersetzungen ein; sondern schrieb auch selbst mehrere eigene vortreffliche Werke. Seine Schrift über die Trigonometrie ist durch mehreres Neue merkwürdig, und besonders durch die schöne Methode, die überdies die erste ist, welche man gegeben hat, um überhaupt ein jedes sphärische Dreyeck aufzulösen, wenn man die drey Winkel oder die drey Seiten kennt. Der Ruf des Regiomontanus bestimmte den Senat von Nürnberg, ihn nach ihrer Stadt zu berufen. Er richtete daselbst eine

1516 von J. Stabius herausgegeben. Tractatus super propositiones Ptolemaei de sinubus et chordis — Norimb. 1541 von J. Schoner. Theoricae novae planetarum — Vitteb. 1580 u. m.

Sternwarte ein, und versah sie mit vortrefflichen Instrumenten, welche er selbst vervollkommnet oder erfunden hatte. Mit diesen machte er Beobachtungen, welche ihn in Stand setzten, die alten Theorien zu berichtigen und zu erweitern. Mehrere Astronomen hatten nach einigen falsch ausgelegten Beobachtungen, wie er genau zeigte, den Firsternen eine unregelmäßige Bewegung, sowohl nach Osten als in entgegengesetzter Richtung, beygelegt. Regiomontanus widerlegte diese Meynung vollkommen. Im Jahr 1472 hatte er Gelegenheit, einen Kometen zu beobachten, dessen Bewegung anfangs sehr langsam war, bald aber zu einer solchen Geschwindigkeit anwuchs, daß er gegen sein Perigenum in vier und zwanzig Stunden mehr denn dreyßig Grade durchlief. Sein Schweif betrug mehr als dreyßig Grad in Länge.

Der Pabst Sixtus IV. wollte an der Reform des Calenders arbeiten lassen, und lud daher den Regiomontanus nach Rom, um dieses wichtige Geschäfte zu leiten und auszuführen. Er that ihm große Versprechungen, und ernannte ihn zum Bischof von Regensburg. Regiomontanus reiste ab; aber nach einem Aufenthalte von einigen Monaten in Rom, starb er daselbst in einem Alter von vierzig Jahren. Man verbreitete das Gerücht, daß die Kinder Georgs von Trapezunt, eines der Uebersetzer des Ptolemäus und Theon, ihn hatten vergiften lassen, weil er mehrere Fehler ihres Vaters öffentlich aufgedeckt hatte. *)

*) Regiomontanus (sein eigentlicher Name ist: Johannes

Regiomontanus ließ in Nürnberg einen Schüler zurück, der sehr fähig war, seine Plane zu verfolgen und neue hinzuzufügen. Dieser war Walther, (geb. 1430, gest. 1504) ein reicher Bürger, der alle Instrumente, die Regiomontanus angegeben hatte, verfertigen ließ, und nach seines Lehrers Tode dreyßig Jahre hindurch den Himmel zu beobachten fortfuhr.

Alle diese Beobachtungen, welche eine ganze

Müller aus Königsberg in Franken) vollendete die von Purbach angefangene Epitomen in Almagestum Ptolemaei, die nachher Venet. 1496. f. u. m. gedruckt worden ist. Auch in der Trigonometrie setzte er seines Lehrers Arbeiten eifrig fort. Er berechnete von neuem, zuerst für den Halbmesser = 600000, hernach für den Halbmesser = 10 Millionen, Sinustafeln auf einzelne Minuten. Auch führte er zugleich die Tangenten ein. Regiomontans Leben hat Gassendi (Opp. Tom. V. p. 522. sqq.) ausführlich beschrieben. Von seinen vielen noch in Handschriften vorhandenen Werken und Uebersetzungen findet man Tannstetters Nachricht in Weidleri Hist. Astron. cap. XIII. §. 22. Einige derselben sind von Joh. Schoner herausgegeben. Compositio tabularum sinuum per Jo. de Regiomonte. Adjectae sunt et tabulae sinuum duplices p. eund. Regiomontanum — zugleich mit Purbachii tractatus sup. prop. Ptol. etc. Norimb. 1541. f. J. de Regiomonte de triangulis omnimodis libri V. Norimb. 1533. f. De cometae magnitudine, longitudineque ac de loco ejus vero problemata XVI. Norimb. 1531. f. Observationes XXX annorum a Jo. Regiomontano et B. Walthero Norimbergae habitae, ed. J. Schonerus. Scripta J. Regiomontani de torqueto, astrolabio armillari, regula magna Ptolemaica, baculoque astronomico, et observatt. cometar. Norimb. 1544. 4. Tabula primi mobilis J. de Monteregio ist von Tannstetter mit Purbachs tabb. ecclips. Viennae 1514 herausgegeben.

Reihe von mannigfaltigen Erscheinungen darbieten, sind ein köstbarer Schatz für die Astronomen. Unglücklicherweise hatten die astronomischen Instrumente damals noch nicht alle die Vollkommenheit, welche sie in der Folge erreicht haben. Ueberdies mußte man damals auch noch der Fernröhre entbehren. Walther war auf seine astronomischen Kenntnisse sehr eifersüchtig; er theilte sie niemanden mit; und man hat ihn sogar beschuldigt, daß er den Gebrauch der Manuscripte des Regiomontanus, die ihm zur Verwahrung übergeben waren, ausschließlich sich vorbehalten habe. *)

Man findet im vierzehnten Jahrhundert noch mehrere gelehrte Mathematiker. In Frankreich cultivirte Jacob Lefevre mit Erfolg die mathematischen Wissenschaften, und nützte ihnen durch Uebersetzungen und andre Werke. In Italien verfertigte Johannes Bianchini, aus Bologna, astronomische Tafeln, die zu ihrer Zeit geschätzt waren. Jacob Angelo, ein Florentiner, übersetzte die Geographie des Ptolemäus. Dominic Maria Novera, aus Bologna, weihte den Copernicus in die Astronomie ein. In Deutschland gab Johann Engel,

*) Nach Doppelmayer (Nachrichten v. Nürnberg. Mathematicis) war dem damaligen Publico mit Walthers Bereitwilligkeit, Regiomontans Werke herauszugeben, wenig gedient, deswegen er sie weder öffentlich bekannt machte, noch sonst mittheilte. Walther bemerkte auch, daß die Refraction bey Sternen nahe am Horizont beträchtlich sey. Seine Beobachtungen gab J. Schoner heraus mit denen von Regiomontan in d. angef. Sammlung.

ein Bayer, Ephemerides motuum coelestium heraus, und that einen Vorschlag zu einer Reform des Calenders. In Spanien commentirte Ferdinand von Cordoba über des Ptolemäus Almagest. Bernard de Granolachi gab in spanischer Sprache Ephemeriden heraus, welche vom Jahre 1488 anfingen und bis 1550 berechnet waren, u. s. w. Alle diese Arbeiten trugen bey, das heilige Feuer der Wissenschaften zu unterhalten.

Die Navigation im funfzehnten Jahrhundert. Erfindung der Boussole.

Die Navigation ist zu wesentlich mit der Astronomie verbunden, als daß wir, auch ihre besondere Nützlichkeit bey Seite gesetzt, die großen Fortschritte, welche im funfzehnten Jahrhundert, besonders gegen das Ende desselben, von ihr geschahen, mit Stillschweigen übergehen können. Sie verdankt diese vorzüglich dem Gebrauche der Boussole; deren Ursprung und Hülfsmittel, welche sie zur Leitung der Schiffe auf dem Meere gewährt, wir daher zeigen müssen.

Man kannte bey den Griechen von Thales Zeiten her die Eigenschaft des Magneten, Eisen anzuziehen. *) Die Chineser kannten dieselbe auch mehr als fünfhundert Jahre vor der christlichen Zeitrech-

*) Ueber die hierher gehörigen Stellen der Alten s. m. Origine des découvertes attribuées aux Modernes p. M. Dutens. Lond. 1796. p. 146. Auch Montucla H. d. M. T. I. p. 524.

nung. Man wußte aber, wenigstens in Europa, vor Anfang des zwölften Jahrhunderts nicht, daß ein Magnetstein frey aufgehangen oder vermittelst eines Korkes auf dem Wasser schwimmend, sich beständig in einerley Richtung nach den beyden Polen neigt. Man wußte noch weniger, daß der Magnet dieselbe Eigenschaft einer Ruthe oder Nadel von Eisen mittheilt. Es scheint aus den Werken des Guy de Provins, eines unserer Dichter aus dem zwölften Jahrhundert, zu erhellen, daß die französischen Seeleute die ersten gewesen sind, welche die Boussole angewandt haben, den Lauf der Schiffe zu regieren, weswegen sie den französischen Namen Marinette erhielt. Der Gebrauch, die Magnetnadel auf einem Zapfen aufzustellen, ist unter uns sehr alt. Gleichwohl sprechen die Italiener, die Deutschen und die Engländer uns die Erfindung der Boussole ab. Diese gegenseitigen Ansprüche können unterstützt werden, theils weil es möglich ist, daß man zu gleicher Zeit einerley Sache in verschiedenen Ländern entdeckt, theils weil die Boussole erst nach und nach vervollkommnet ist, und folglich jede Nation, welche nach ihrem besondern Nutzen dazu beytrug, geglaubt hat, sich die ganze Erfindung zueignen zu können. Was die Chineser anlangt, so ist es nach den Behauptungen einiger Geschichtschreiber ausgemacht, daß, mögen sie auch lange Zeit vor den Europäern sich der Boussole zur Schiffsahrt bedient haben, sie wenigstens beständig auf eine sehr grobe Anwendung beschränkt gewesen sind. Denn ihr Verfahren, wobey sie geblieben sind, den Magneten auf Wasser

schwimmen zu lassen, ist mit seiner Aufhängung auf einem Zapfen nicht zu vergleichen. *)

Die Alten, welche keinen andern Führer auf dem Meere hatten, als die Beobachtung der Gestirne, wagten es selten, sich von den Küsten auf eine etwas beträchtliche Weise zu entfernen. Mit Hülfe der Boussole verließen die neuern Schiffer nach und nach das langwierige und furchtsame Verfahren, längs den Ufern hin zu schiffen. Durch ihren neuen Führer eben so sicher als bequem geleitet, drangen sie hinaus in das offene Meer; schifften sie bey Nacht sowohl als bey Tage, und bey dem stärksten nebelichten Wetter, mit einem vollkommnen Zutrauen, das durch den Erfolg gerechtfertigt ward. Solchergestalt setzte der Compaß die Menschen in den Besitz der Herrschaft des Meeres, und eröffnete Verbindungen unter allen die verschiedenen Theile der Erdkugel bewohnenden Völkern.

Gegen die Mitte des vierzehnten Jahrhunderts hatten die Spanier angefangen den Atlantischen Ocean zu beschiffen, und hatten die Canarischen oder glückseligen Inseln entdeckt, von denen die Alten Kenntniß gehabt, sie aber wieder verlassen hatten. Seit langer Zeit waren sie gänzlich vergessen. Im funfzehnten Jahrhundert nahm die Navigation einen viel höhern und kühnern Schwung, und sie verdankte diese ersten glücklichen Erfolge in einer neuen Gattung dem Genie und dem Muthe der Portugiesen.

Die Wissenschaften, welche von den Arabern

*) Bailly Hist. d. l'Astron. anc. p. 122.

cultivirt worden waren, hatten sich in Portugal, wie in Spanien, verbreitet, durch die Mauren und Juden, welche in großer Anzahl in diesen Ländern waren. Unter dem Könige Johann I., einem der größten Fürsten, die in Portugal regiert haben, griff eine kleine Flotte die an den Küsten der Barbarey wohnenden Mauren an, (J. 1412) während andre Schiffe beauftragt waren, längs der westlichen Küste von Africa zu schiffen, und dort Länderentdeckungen zu machen. Diese ersten Versuche hatten einen sehr glücklichen Erfolg, und waren das Vorspiel zu den durch sie vorbereiteten großen Entdeckungen.

Heinrich, Herzog von Viseo, vierter Sohn des Königs Johann I., hatte seinen Vater in der Unternehmung gegen die Barbarey begleitet, und sich dabey durch verschiedene Handlungen des Muthes ausgezeichnet. Unterrichtet in allen Wissenschaften seiner Zeit, und besonders in der Geographie durch die Vorträge der vorzüglichsten Lehrmeister und durch die Berichte der Reisenden, hatte er eine tiefe Kenntniß von der Gestalt der Erde sich erworben. Er begriff die Möglichkeit, und umfaßte mit ganzer Seele den Plan, diese ersten Eroberungen viel weiter zu treiben. Er versammelte daher viele und schon sehr erfahrne Seemänner, und theilte ihnen seine Vorschläge mit, die mit Enthusiasmus angenommen wurden. Man rüstete Flotten aus, und indem man weiter gegen Süden schiffte, entdeckte man nicht nur ungeheure und reiche Länder längs der westlichen Küste von Africa, sondern indem man sich auch weiter von dieser Küste nach We-

sten entfernte, fand man mehrere Inseln, wie Madern, die Inseln des grünen Vorgebirges, die Azorischen rc. Als der Prinz Heinrich starb, war man nur noch um fünf Grade von der Aequinoctiallinie entfernt. (J. 1463).

Diejenige Entdeckung des Prinzen Heinrich, welche am eigentlichsten in den Plan dieses Werkes gehört, ist die Erfindung der Seecharten, welche unter der Benennung Plattcharten bekannt sind, um den Weg, den ein Schiff nehmen soll, darzustellen, und dasselbe wirklich nach diesem Wege zu regieren. Der Gebrauch der Erdkugeln war sehr alt. Der Gebrauch der Charten war viel neuer, und hatte den Vorzug, seitdem Ptolemäus und die Araber geometrische Methoden angegeben hatten, die Kreise der Erde auf einer ebenen Fläche zu projiciren. Allein der Prinz Heinrich, welcher die verschiedenen Windstriche eines Schiffes durch gerade Linien bezeichnen wollte, konnte diese Charten dazu nicht gebrauchen, und ward genöthigt, eine andre Construction zu ersinnen. Er setzt voraus, daß die Meridiane durch gerade parallele Linien ausgedrückt sind, und die Parallelkreise des Aequators durch andre gerade Parallellinien, die jene unter rechten Winkeln schneiden. Er verzeichnet auf der Charte die Windrose. Ferner, um den Weg eines Schiffes zu bemerken, von dem er annimmt, daß es einem und demselben Windstrich folge, zieht er von dem Orte der Abreise nach dem Orte der Ankunft eine gerade Linie, und meynt, daß die Linie der Winde, welche jener parallel ist, das Verlangte leiste. Allein diese Charten

können in der Wirklichkeit nur für geringe Ausdehnungen der Kugel Dienste leisten. Wenn aber die Räume beträchtlich sind, so können die Grade der Parallelkreise des Aequators von einem Kreise zum andern nicht durch gleichgroße Linien, wie er voraussetzt, dargestellt werden. Denn bekanntlich nehmen die Bogen dieser Kreise vom Aequator nach dem Pole hin beständig ab. Auch ist der Weg in einem und demselben Windstriche in dieser Construction selbst nicht eine bloße gerade Linie, wofern man es nicht in diesen beyden sehr beschränkten Voraussetzungen will stattfinden lassen, in welchen das Schiff beständig einerley Meridian oder einerley Parallele verfolgen müßte. Man fühlte sehr bald diese Unbequemlichkeiten, und führte, in den beyden folgenden Jahrhunderten, dagegen Verbesserungen ein.

Die Bewegung, welche der Prinz Heinrich der Schifffahrt mitgetheilt hatte, wurde auf den höchsten Grad gebracht. In ganz Europa dachte man auf nichts anders als auf weite Reisen, auf Pläne, neue Länder zu erobern und neue Niederlassungen zu errichten, welche man jenseits der Meere suchte, indem man sich den schrecklichsten Gefahren aussetzte. Beym Tode des Prinzen Heinrich regierte Alphonsus in Portugal, welcher, da er Ansprüche auf die Krone von Castilien zu verfechten und einen Krieg gegen die Mauren in der Barbarey zu führen hatte, nur schwach die Entdeckungen längs der Küste von Africa verfolgen konnte. Diese wurden mit Eifer weiter getrieben von seinem Sohne, Johann II., der ganz den Geist und die Kenntnisse seines Großoheims, des

Prinzen Heinrich, besaß. Im Jahre 1484 rüsteten die Portugiesen eine starke Flotte aus, welche, nachdem sie sich des Königreichs Benin bemächtigt hatte, sehr weit über den Aequator hinaus vordrang, und die Europäer einen neuen Himmel und neue Sterne sehen liß. Zwey Jahre darauf kam Bartholomäus Diaz bis an das Vorgebürge der guten Hoffnung; und 1492 umsegelte Vasco de Gama dasselbe, und gründete mehrere portugiesische Niederlassungen in Ostindien. Nach Westen hin unternahm es (in eben demselben Jahre, 1492) der berühmte Christoph Colon, der in der Schule der portugiesischen Seefahrer gebildet war, eine Reise um die Welt zu machen, mit einer kleinen Flotte, welche auf Kosten der Isabella, Königin von Castilien, und ihres Gemahls, Ferdinand, Königs von Arragonien, ausgerüstet war. Konnte er schon nicht völlig diesen ungeheuren Plan ausführen, so machte er sich doch durch die Entdeckung von America unsterblich; die größte und wichtigste Entdeckung, welche jemals der Schifffahrt Ehre brachte. Die nähern Umstände von diesen berühmten Unternehmungen gehören nicht in dieses Werk.

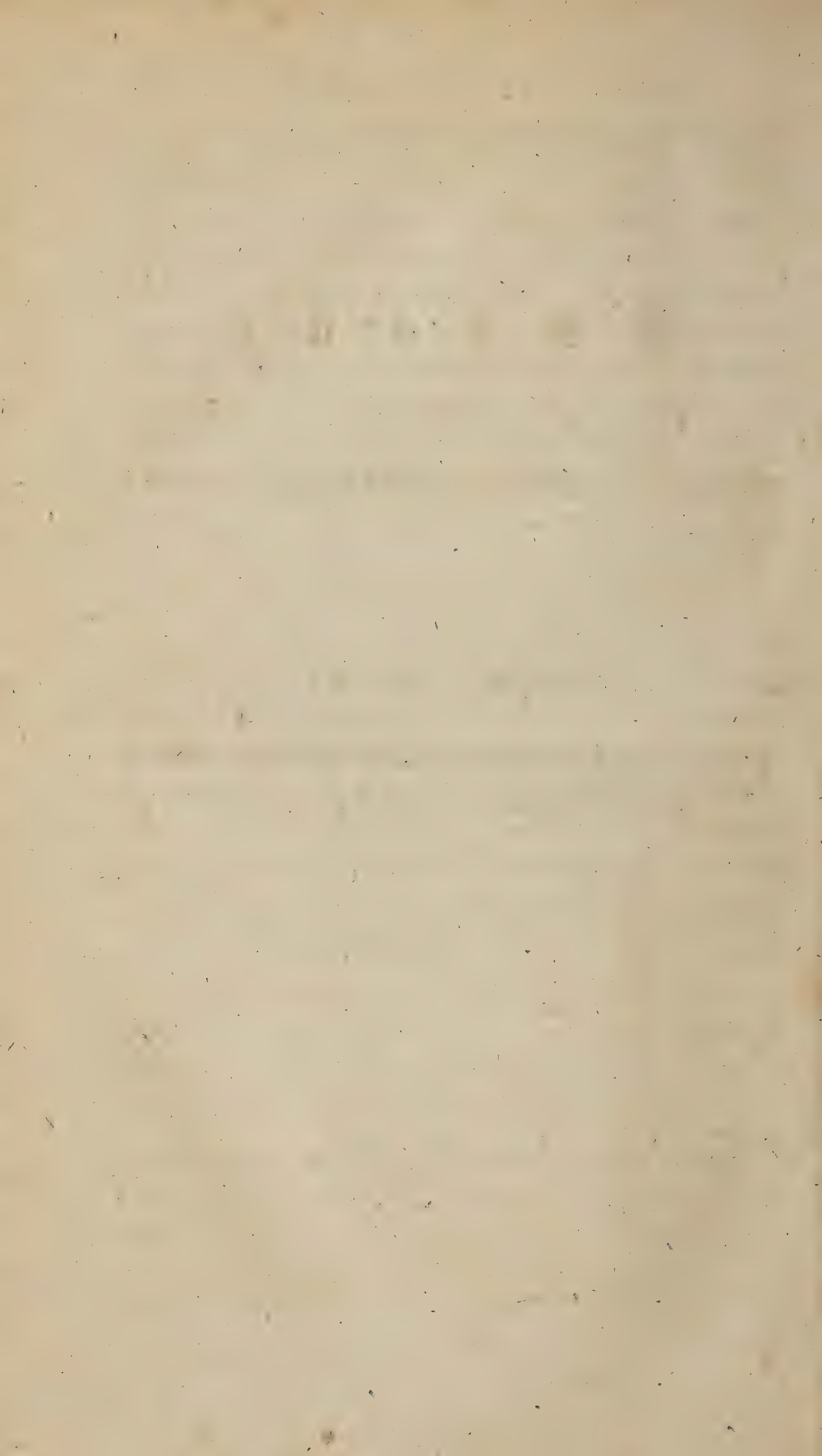
Anhang

zur

Geschichte der Mathematik des ersten Zeitraumes.

Nachrichten

von den Schriften der vornehmsten griechischen und römischen Mathematiker und ihren Ausgaben.



Vor Christi Geburt.

Archytas aus Tarent. c. 390.

Aus seinen Schriften, die wahrscheinlich frühe verloren gingen, müssen sich noch manche Auszüge in den Werken der nachfolgenden Schriftsteller erhalten haben. Seine Auflösung des Problems von der Verdoppelung des Würfels entlehnt Eutocius (ad Archimed. de sph. et cyl. lib. II. p. II.) aus dem geschichtlich-mathematischen Werke des Eudemus. Aus diesem Buche und aus den Werken älterer Pythagoräer mögen die mathematischen und philosophischen Sätze genommen seyn, welche spätere Schriftsteller, Theon von Smyrna, Jamblichus, Boethius, Stobäus u. a. vom Archytas anführen.

Joh. Andr. Schmidt diss. hist. math. de Archyta Tarentino. Jenae. 1683. 4.

Plato. c. 370.

Keine seiner Schriften behandelt eigentlich einen mathematischen Gegenstand; aber in den meisten derselben, besonders in seinen Büchern de Republica und im Timaeus kommen beyläufige Bemerkungen über Mathematik vor, so wie Erläuterungen und Anwendungen aus dieser Wissenschaft; daher man

auch von jeher eine gründliche Kenntniß derselben zum Verständniß seiner Schriften für unentbehrlich gehalten hat. In dieser Absicht schrieb schon im Anfange des zweyten Jahrhunderts Theon von Smyrna eine Expositio eorum, quae in Mathematicis ad Platonis lectionem utilia sunt. Θεωνος Σμυρναιου Πλατωνικου των κατα την μαθηματικην χρησιμων εἰς την του Πλατωνος ἀναγνωσιν — c. vers. lat. et notis ed. Ismael Bullialdus. Par. 1644. 4. Dieses Werk ist gewissermaßen ein Compendium der fünf mathematischen Wissenschaften, nach der Platonischen Eintheilung. Wir haben daraus nur die Arithmetik und Musik. Wünschenswerther wäre die Erhaltung desjenigen Theiles gewesen, der die Stereometrie enthielt. Wir würden daraus manche Aufklärung über die Erfindung der Kegelschnitte bekommen haben.

Plato's eigene mathematische Erfindungen oder Lehren haben sich wahrscheinlich durch mündliche Ueberlieferung erhalten, und sind nachher von Eudemus und andern in ihre Werke aufgenommen worden.

Eudoxus von Cnidos. c. 336.

Von allen seinen Schriften hat sich keine erhalten. Seiner arithmetischen und geometrischen Erfindungen erwähnt Proklus (in Euclid. p. 19.) Archimedes (in praefat. libb. de sph. et cyl.) legt ein für Eudoxus sehr ehrenvolles Zeugniß ab von dem, was er ihm in dieser Schrift verdankte. Ein gleiches Verdienst mag Eudoxus um die Lehren des fünften Buches der Euklidischen Elemente gehabt haben, welches ihm daher, aber mit Unrecht, ganz zugeschrieben worden ist. Sein astronomisches Werk bestand aus zwey Büchern; das erste war ἐνοπτρον, das zweyte Φαινομενα überschrieben. Dieses ist seinem Hauptinhalte nach in dem Gedichte des Aratus erhalten. Vergl. Schaubachs Gesch. d. griech. Astronomie, S. 251. ff. Seine Theorie von der Bewegung der Planeten. Aristotel. Metaphys. l. XII. c. 8. Simplic. comment. in Aristot. lib. II. de coelo p. 30. sq. Seine Sonnenuhr, Arachne Vitruv. lib. IX. c. 9. Vergl. Schaubach S. 331.

Als geographischen Schriftsteller führt ihn Strabo (p. 2 ed. Casaub.) an, und Diogenes von Laerte (l. VIII. segm. 90.) erwähnt seiner Schrift γης περιοδος.

J. A. Schmidt. diss. de Eudoxo. Holmst. 1715. 4.

Aristoteles aus Stagira, einer Stadt an der Gränze Macedoniens und Thraciens. Geb. 384. gest. 321.

Aristotelis loca mathematica ex universis ipsius operibus collecta et explicata. Auct. Jos. Blancano. Bonon. 1615. 4. Ueber seine Mechanik: Aristotelis Mechanica, gr. et lat. comment. illustr. ab H. Monantholio. Par. 1599. 4. Bernardini Baldi in mechanica Aristot. problemata exercitationes. Mogunt. 1621. 4. Joan. de Guevera in Aristot. mechanicas commentarii. Rom. 1627. 4.

Autolycus, aus Pitane in Klein-Asien. c. 334.

Von ihm sind noch zwey Schriften vorhanden: περι κινουμενης σφαιρας, de sphaera, quae movetur, libri II; und: περι ἐπιτολων και δυσεων, de ortu et occasu siderum inerrantium. Beyde sind herausgegeben gr. et lat. von Conrad Dasypodius, in seinen propositionib. doctrinae sphaericae: Argentorati. 1572. 8. Lateinisch erschien die erstere Schrift zuerst, ohne des Autolycus Namen, in dem Werke des Georgius Valla de expetendis et fugiendis. Venet. ap. Ald. 1507. fol. in lib. XVI. cap. 2. — Aus des Zin Eddin Abhari arabischer Uebersetzung von F. Maurolycus, mit dessen Commentar, in einer Sammlung mit Theodosius, Menelaus u. m. Messanae. 1558. f. Der Drucker ist Petrus Spina. Diese Ausgabe ist äußerst selten. Hierauf in einer Uebersetzung aus einem griechischen Exemplar der vaticanischen Bibliothek von Jos. Auria, c. scholiis antiquis et Maurolyci annotationibus. Rom. 1587. 4. Die Sätze ohne Beweise in Marini Mersenni univ. Geometriae

mixtaeque Mathematicae Synopsis. Par. 1644. 4. Die zweyte Schrift erschien lat. p. Jos. Auriam. Rom. 1588. 4. Die lateinischen Ausgaben des Auria enthalten den Autolycus am vollständigsten. Denn die griech. Ausgabe des Dasypodius enthält vermuthlich nur die Sätze.

J. B. Carpzovii de Autolyco Pitaneo Diatribe. Lips. 1744. 4.

Theophrastus von Eresus, Eudemus von Rhodus, und Dicäarchus von Messene in Sicilien.

Alle drey waren Schüler des Aristoteles. Theophrast und Eudemus schrieben viele Werke über alle Theile der damaligen Mathematik, beyde unter dem Titel: ἱστοριαι ἀριθμητικαι, γεωμετρικαι etc., historiae arithmeticae, geometricae etc. Sie bewahrten darin die Sätze und Erfindungen ihrer Vorgänger auf, und in dieser Hinsicht waren ihre Schriften, besonders die von Eudemus eine Hauptquelle, die von den spätern Schriftstellern fleißig benutzt wurde. Von ihren Werken ist nichts mehr übrig. Doch soll ein Fragment aus des Eudemus Werke über die Astronomie sich beym Anatolius (der im dritten Jahrh. n. C. lebte) erhalten haben. Fabricius in s. Biblioth. gr. Tom. III. cap. XI. pag. 278. (edit. Harl. Vol. III. pag. 464.) theilt die ganze Stelle aus dem Anatolius mit, und Weidler in s. Hist. Astronom. p. 115. gibt die Stelle, die von Eudemus seyn soll. Es sind aber nur unbedeutende astronomische Nachrichten, die Anatolius aus dem Eudemus mittheilt. — Vom Dicäarchus weiß man, daß er Höhenvermessungen der Berge in Griechenland und dem Pelopones anstellte. Die zwey Fragmente aber, welche sich von ihm erhalten haben, sind bloß chorographischen Inhalts. Sie sind von Hudson herausgegeben: Geographiae veteris scriptores graeci minores. Oxon. 1703. 8. Vol. 2, wo sich auch eine diss. de Dicaearcho ejusque fragmentis v. H. Dodwell findet.

Aristoxenus.

Von ihm ἁρμονικα στοιχεια, Harmonica elementa, libri III; welche herausgegeben sind in der Sammlung: Antiquae musicae auctores septem. Gr. et lat. ed. Marcus Meibom. Amst. 1652. 2 Voll. 4.

Aristäus.

Von seinen berühmten Schriften, conicorum ll. V. und locorum solidorum ll. V. haben wir bloß einige Nachrichten aus Pappus, in praefat. lib. VII. coll. math. — Eine Restitution des letztern Werks gab Vinc. Viviani, de locis solidis divinatio in libros Aristaei amissos. Flor. 1701. f.

Euklides. 309.

Ausgabe seiner sämmtlichen Werke: Εὐκλειδου τα σωζομενα. Euclidis quae supersunt omnia. Ex recens. Dav. Gregorii. Oxon. 1703. f. Enthält: Elementor. ll. XV. Data, c. praefat. Marini. Introductio harmonica. Sectio Canonis. Phaenomena. Optica. Catoptrica. De divisionibus liber. De levi et ponderoso fragmentum.

Von Euklids einzelnen Schriften:

1. Στοιχειων βιβλ. ιε, Elementorum libri XV. Das 14. und 15. Buch aber ist von Hypsikles. Wir besitzen die Elemente nach der Ausgabe, welche Theon von Alexandrien, im vierten Jahrhundert, davon veranstaltet hat. Theon hat an dem Werke selbst weiter keinen Antheil, als den einer Revision der damals vorhandenen Abschriften. Auch mögen hin und wieder einige Zusätze von ihm herrühren. (Theon in Ptolem. pag. 50.) — Die ältesten lateinischen Uebersetzer der Elemente, deren Uebersetzungen gedruckt sind, sind Campanus und Barth. Zambertus. Der erste hat aus einer arabischen Uebersetzung übersetzt, der zweyte aus dem griechischen Original; beyde

sehr fehlerhaft. Die erste gedruckte Ausgabe der Elemente (durch Erhard Ratdolt. Venet. 1482. f.) ist die lateinische Uebersetzung des Campanus. Vgl. Geometriae Euclidis primam quae post inventam typographiam prodiit editionem, describit A. G. Kaestner. Lips. 1750. 4. Des Zambertus Uebersetzung ist erschienen: Euclidis opera edita a Barth. Zamberto. Venet. 1505. f. Zambertus hat auch die übrigen Schriften des Euklides übersetzt. Beyder Uebersetzungen sind nachher zusammen herausgegeben. Basil. ap. Joh. Hervagium. 1537. f. u. m.

Das griechische Original erschien erst: Basil. ap. Joh. Hervagium. 1533. f. Simon Grynäus hat diese Ausgabe besorgt. Sie ist sehr incorrect. Aber ihr ist der Commentar des Proklus über das 1. Buch der Elemente beygefügt, der sonst nirgends griechisch gedruckt ist."

Von den vielen Uebersetzungen und Erläuterungsschriften führe ich hier nur an: Christoph. Clavii opera math. Tom. I. Mogunt. 1611. In diesem 1. Theile befindet sich der weitläuftige Commentar des Clavius; der aber auch einzeln erschienen ist: Euclidis elementor. ll. XV, auctore Clavio. Colon. 1691. f. Die in kritischer Hinsicht vorzüglichsten lateinischen Ausgaben sind: die von Js. Barrow. Cantabr. 1655. 8., die mehrmals nachgedruckt ist. Die von J. F. Bärmann. Lips. 1743 u. 1769. 8. Die von Robert Simson verbesserte und mit Anmerkungen begleitete Uebersetzung des F. Commandinus. Glasg. 1756. 4. Diese letztere enthält, wie alle Simsonschen Ausgaben, nur das 1 — 6. u. 11. u. 12. Buch. Von Simsons englischer Uebersetzung führe ich hier die vierte Ausgabe an. The Elements of Euclid, viz. the first six books, together with the eleventh and twelfth. Also the book of Euclids Data. By Rob. Simson. Edinb. 1772. 8. Elements of Geometry, cont. the first six books of Euclid, with two books on the Geometry of solids. By J. Playfair. Edinb. 1797. 8.

Euklids Elemente, übers. v. J. F. Lorenz. 2. verm. Ausg. Magdeb. 1798. 8. Dieser Uebersetzung gehöret an: Auszug aus Rob. Simsons Uebersetzung der Elemente v. J. A. Matthias. Magdeb. 1799. 8.

Euklids Elemente, übersetzt von J. K. F. Hauff. Marb. 1797. 8.

2. τα δεδομενα, Data.

Euclidis Data, c. praefat. Marini, gr. et lat. c. scholiis edid. Claud. Hardy. Par. 1625, u. nachmals 1695. 4. In einer lat. Uebersetzung finden sie sich bey Barrows angef. Ausgabe der Elemente. In einer englischen Uebersetzung mit Noten, in der angef. Simsonschen Ausgabe. Daraus deutsch: Euklids Data, verbessert u. verm. v. Rob. Simson; a. d. Engl. übers. u. mit einer Sammlung geometrischer, nach der analyt. Methode der Alten aufgelöster Probleme begleitet, v. J. C. Schwab. Stuttg. 1780. 8.

3. Εισαγωγη ἁρμονικη, Introductio harmonica; und Κατατομη κανονος, Sectio canonis. Von diesen beyden Werken hat man noch folgende besondere Ausgabe. Euclidis rudimenta Musices. Ejusd. sectio regulae harmonicae. Gr. et lat. p. J. Penam. Par. 1557. 4. Auch stehen sie in der Meibomschen Sammlung: Antiquae Musicae auctores. T. 1.

4. Φαινομενα, Fhaenomena. Euclidis Phaenomena, lat. c. scholiis antiquis a Jos. Auria. Rom. 1591. 4.

5. Οπτικα και Κατοπτρικα.

Euclidis Optica et Catoptrica, gr. et lat. p. J. Penam. Par. 1557; und nachmals 1604. 4. Euclidis Catoptrica, gr. c. nova translatione p. C. Dasypodium. Argent. 1557. 4. Den correctesten Abdruck beyder Werke, aber nur der Sätze, liefert Hr. Prof. Schneider in s. Eclog. phys. (Jen. 1800.) mit sehr lehrreichen Anmerkungen.

6. Περι διαιρεσεων, de divisionibus liber. Einer solchen Schrift von Euklides erwähnt Proklus (in Euclid. pag. 20 u. 40.) J. Dee fand ein arabisches Manuscript de divisionibus superficierum von Mahometus Bagdedinus. Er glaubte, daß es von Euklid sey, übersetzte es ins Lateinische, und überließ es an Fed. Commandinus, der es herausgab, Pisauri. 1570.

7. De levi et ponderoso fragmentum. Ist der oben angef. lateinischen Ausgabe, Basil. ap. J. Hervagium. 1537.

zuerst beygefügt. Woher man es bekommen habe, wird nicht angezeigt.

8. Von den verlohrnen Schriften Euklids über die höhere Geometrie sind es die Porismatum libri III. allein, aus denen Pappus in d. Vorrede s. VII. Buchs Auszüge gibt. Da des Pappus Vortrag sehr dunkel ist, dazu noch Lücken hat, und die Figur fehlt: so schienen die Schwierigkeiten einer Restitution dieses tiefsinnigen Werkes einem Halley unüberwindlich. Alb. Girard hatte indessen (in s. franz. Trigonometrie, Haag. 1629. u. in s. Ausgabe von Stevins Werken) eine Wiederherstellung der Porismen versprochen. Es ist aber nichts darüber bekannt geworden. Fermatius theilte einige Sätze als Porismen verschiedenen Geometern mit. Sie sind nachher in s. operib. variis mathematicis. Tolos. 1779. unter der Ueberschrift: Renovata Porismatum doctrina, herausgegeben. Aber Fermatius nimmt die Erklärung der Porismen an, die Pappus jüngern Geometern zuschreibt, und für unrichtig erkennt. Durch des Fermatius Mittheilung war Ismael Bulliald zu einem brevis tractatus de porismatibus veranlaßt worden, welcher die dritte seiner exercitat. geometr. Paris. 1657. ist. Aber auch ihm ist die Erklärung der Porismen nicht gelungen. Endlich nach vieljährigen und oft wiederholten Bemühungen war der große englische Geometer, Robert Simson, hierin vollkommen glücklich. Die nach seinem Tode auf Kosten des Grafen Stanhope herausgegebene Sammlung: Rob. Simson opera quaedam reliqua. Glasg. 1776. 4. enthält pag. 315 — 594. einen tractat. de porismatibus, ein schönes Denkmal seines tiefsinnigen Geistes.

Henr. Savilii praelectiones XIII. in principium elementor. Euclidis. Oxon. 1621. 4.

J. A. Schmidt diss. de Euclide Geometra. Jen. 1685. 4.

Sam. Reyheri diss. de Euclide Στοιχειωτῇ. Kil. 1693. 4.

Scheibels Bibliographie den Euklides betreffend, in s. Einleitg. z. math. Bücherkenntniß. 1. B.

Aratus aus Soli in Cilicien. 270.

Seine im Alterthume sehr beliebten Lehrgedichte, τα Φαινομενα, Phaenomena, und τα διοσημεια, Prognostica, sind, das erstere von Cicero, beyde von Cäsar Germanicus und von Avienus ins Lateinische übersetzt. Mehrere Astronomen, Eratosthenes, Hipparchus, Achilles, Tatius, Leontius, Theon von Alexandrien u. a. schrieben Einleitungsschriften oder Erläuterungen über diese Gedichte. Diese Commentare findet man theils in Petavii Uranolog. theils bey verschiedenen Ausgaben des Aratus. — Hugonis Grotii Syntagma Arateorum. Lugd. Bat. 1600. 4. — Arati Phaenomena et Diosemea (edit. J. Fell) Oxon. 1672. 8. — edit. J. T. Buhle. Voll. II. Lips. 1793. 1801. 8.

Aristarchus von Samos. 264.

Περι μεγεθων και ἀποστηματων, de magnitudinibus et distantiis solis et lunae. Ist zuerst lateinisch erschienen, Georgio Valla interprete. Venet. 1488. f. zugleich mit mehreren; — p. Fed. Commandinum c. notis. Pisauri. 1572. 4. Griechisch gab es endlich J. Wallis heraus, additis Commandini versione et notis, suisque ipsius animadversionibus. Oxon. 1688. 8. Wieder abgedruckt in Tom. III. oper. J. Wallisii. Oxon. 1699. f.

Archimedes geb. 285. ermordet 212.

Wir haben seine Werke nach der Recension, welche Isidorus und sein Schüler Eutocius, welcher sie zugleich mit Commentarien begleitete, im sechsten Jahrhundert veranstalteten. Im funfzehnten Jahrhundert kam durch Nikolaus V., der zu der Zeit der Eroberung von Constantinopel Pabst war, und so viel zur Erhaltung der griechischen Litteratur und ihrer Verbreitung im

Occident that, auch eine griechische Handschrift der Werke des Archimedes in die päbstliche Bibliothek. Auch ließ eben dieser gelehrte Pabst durch Jacobus von Cremona eine lateinische Uebersetzung derselben verfertigen. Diese Uebersetzung war es, welche auch der Cardinal Nikolaus de Cusa von jenem Pabste geschenkt erhielt. Nachher nahm Regiomontanus bey seinem ersten Aufenthalte in Rom eine Abschrift von derselben, verglich das griechische Original und fügte einige Verbesserungen bey. Regiomontans frühzeitiger Tod hinderte ihn, mehr für den Archimedes zu thun; und es scheint, man dachte in den ersten Zeiten der Buchdruckerkunst überhaupt nicht an eine Ausgabe der Werke des Archimedes. Endlich im folgenden Jahrhundert verschaffte sich Wilibald Pirkheymer zu Nürnberg eine Abschrift des griechischen Exemplars aus Rom. Aus dieser Handschrift erschien die erste Ausgabe, die mit dem griechischen Texte zugleich die lat. Uebersetzung des Jacobus von Cremona enthält. Ἀρχιμήδους — Archimedis — Opera quae quidem exstant omnia, nunc primum et gr. et lat. in lucem edita. Adjecta quoque sunt Eutocii Ascalonitae commentaria, item gr. et lat. nunquam antea excusa. Basil. ap. J. Hervagium. 1544. f. Thomas Gechauff, genannt Venatorius, in der Mathematik ein Schüler von Johannes Schoner, besorgte diese Ausgabe. Sie enthält: De sphaera et cylindro libri II; Circuli dimensio; De conoidibus et sphaeroidibus; De lineis spiralibus; Planorum aequiponderantium inventa (de planorum aequilibriis) libri II; De arenae numero; Quadratura parabolae. Ferner: Eutocii commentarius in I. et II. Archimedis de sphaera et cylindro; in circuli Dimensionem; in I. et II. aequiponderantium. Sie umfaßt also alles, was wir von Archimeds Schriften im Original, so wie von seinem Commentator Eutocius, noch besitzen. — Unterdessen hatte Nikolaus Tartalea die zwey Bücher des Archimedes de iis quae in humido vehuntur in einer alten, aber sehr schlechten lateinischen Uebersetzung entdeckt, und das erste derselben (mit drey andern Werken des Archimedes lateinisch) Venet. 1543. 4. herausgegeben. Beyde erschienen nachher vollständig durch Trojanus

Curtius. Venet. 1565. 4.; und sehr verbessert c. commentariis Fed. Commandini. Bonon. 1565. 4. Diese Bücher sind unstreitig vom Archimedes, nach dem deutlichen Zeugnisse des Strabo (lib. I. pag. 54.), der sogar einen Satz daraus anführt. — Eine verbesserte lat. Ausgabe von einigen Schriften des Archimedes (Circuli dimensio, de lineis spiralibus, quadratura paraboles, de conoidibus et sphaeroidibus, de arenae numero) gab Fed. Commandinus: Opera nonnulla Archimedis a F. Commandino in latinum conversa et commentariis illustrata. Venet. 1558. f. — Zu eben der Zeit bereitete Francisc. Maurolycus eine lat. Ausgabe der Werke des Archimedes. Sie erschien aber erst im folgenden Jahrhundert: Admiranda Archimedis monumenta omnia mathematica quae exstant. Ex traditione Fr. Maurolici. Panormi. 1685. f. S. Kästners Gesch. d. Math. 2. B. S. 64. — Archimedis Opera, quae exstant, gr. et lat. novis demonstrationibus et commentariis illustrata per Davidem Rivaltum a Flurantia. Par. 1615. f. In dieser zweyten Ausgabe des griechischen Textes findet man noch die latein. Uebersetzung der Bücher de iis quae in humido vehuntur, und Archimeds Leben von Rivaltus abgefaßt. In eben diesem Jahrhundert gab J. Wallis des Archimedes Arenarius et dimensio circuli c. Eutocii in hanc commentario. Lond. 1676. 4. griechisch mit einer neuen lat. Uebersetzung und vortrefflichen Noten heraus; welche Ausgabe auch nachher in Wallisii opp. Tom. III. Oxon. 1699. f. abgedruckt ist. Opera Archimedis, Apollonii P. Conica etc. — illustrata et succincte demonstrata p. Th. Barrow. Lond. 1675. 4. ist die beste und vollständigste lateinische Ausgabe, welche auch die dem Archimedes beygelegten Lemmata enthält. Diese Lemmata hatte man in einer arabischen Uebersetzung des Thebit Ben Corrah gefunden; und eine lateinische Uebersetzung derselben von J. Greaves hatte S. Foster in seinen Miscellaneis. Lond. 1659. herausgegeben. Eine andre lat. Uebersetzung derselben hatten Abraham Ecchellensis und J. A. Borellus in ihrer Ausgabe von Apollonii Pergaei Conicor. lib. V. VI. VII. Flor. 1661. f. besorgt. Diese Lemmata enthalten einige sehr sinnreiche Sätze

aus der Elementargeometrie. Ob sie aber vom Archimedes sind, ist sehr ungewiß. —

Αρχιμηδους τα σωζομενα. Archimedis quae supersunt omnia, c. Eutocii Ascalonitae commentariis, ex recensione Josephi Torelli, Veronensis, cum nova versione latina. Oxon. e typogr. Clarend. 1793. f. Diese mit Zuziehung vieler kritischen Hülfsmittel von Jos. Torelli sehr sorgfältig bearbeitete Ausgabe umfaßt alle hier angeführten Schriften des Archimedes. Beygefügt ist noch Torelli commentarius in aliquas Archimedis propositiones de iis, quae in humido vehuntur; und Clementis Sibiliati de vita et studiis Josephi Torelli commentarium. Ferner von Abramus Robertson, der den Druck dieser auf Kosten der Oxfordter Akademie erschienenen Ausgabe besorgte, lectiones variantes e codd. Mediceo et Parisiensibus.

Des unvergleichlichen Archimedis Kunstbücher übers. von J. C. Sturm, Nürnberg 1670. f. enthält nur diejenigen Schriften des Archimedes, welche noch im Griechischen vorhanden sind.

Archimedes über Kugel und Cylinder, ebendess. Kreismessung, mit Anmerk. von K. F. Hauber. Tübing. 1798. 8.

Bito. c. 239.

Von ihm eine kleine Schrift: Κατασκευαι πολεμικων οργανων και καταπελτικων, constructiones bellicarum machinarum et catapultarum, welche Beschreibungen verschiedener Arten von Katapulten und andern Kriegsmaschinen, wie sie von einigen damals berühmten Kriegsbaumeistern erbaut waren, enthält, und dem Könige Attalus zugeeignet ist. Sie ist griech. u. lat. erschienen in der Sammlung: Veterum Mathematicorum opera, Par. 1693. f. (p. 105—115.)

Eratosthenes aus Cyrene. c. 226.

Von diesem vielseitigen Gelehrten hat sich nur eine einzige kleine Schrift erhalten, περι καταστερισμων, de Catasterismis;

von der es aber auch noch sehr zweifelhaft ist, ob sie, wenigstens in der Form, in der wir sie besitzen, vom Eratosthenes herrührt. Sie war zuerst herausgegeben von J. Fell: Arati Solensis Phaenomena et Eratosthenis Catasterismi. Oxon. 1672. 8. Hierauf mit einer lat. Uebersetzung von Thom. Gale in der Sammlung: Opuscula physica et ethica. Amst. 1688. 8. (pag. 97. sqq.) Die neueste und vollständigste Ausgabe ist von Hrn. Insp. Schaubach: Götting. 1795. 8.

In einer dieser Ausgabe vorgesetzten epistola des H. J. R. Heyne wird die sehr wahrscheinliche Vermuthung vorgetragen, daß diese Schrift von einer spätern Hand aus den Scholien, welche Eratosthenes zum Aratus geschrieben hat, verfertigt sey. Diese Scholien des Eratosthenes besitzen wir auch nicht mehr in ihrer ursprünglichen Gestalt. Was davon noch übrig ist, ist mit den Scholien des Theon von Alexandrien und anderer durch einander geworfen. Man findet sie in den Ausgaben des Aratus.

J. Fell hat in seiner angef. Ausgabe mehrere Fragmente des Eratosthenes, die sich bey andern alten Schriftstellern erhalten haben, gesammelt. Hierher gehören 1) κοσκινον, Cribrum. Aus Nikomachus (Arithm. pag. 17.), der sie wahrscheinlich aus der Arithmetik des Eratosthenes entlehnt hat, welche Theo von Smyrna, Jamblichus u. a. anführen. Diese Erfindung beschreibt auch Boethius (Arithmet. lib. I. cap. 17.) Eine Abhdlg. über das Cribrum des Eratosthenes von Horsley findet sich in den Philosoph. Transactions v. J. 1772. 2) του κυβου διπλασιασμος, cubi duplicatio. Ist des Eratosthenes Auflösung des Delischen Problems, begleitet mit einem Briefe an den König Ptolemäus und einem Epigramm über seine Erfindung. Ist erhalten beym Eutocius ad Archim. de sph. et cyl. l. II. prop. II. 3) μετρον της γης περιφερειας, Globi terrestris mensura. Ist die Stelle aus Cleomedes (cycl. th. lib. I. cap. 10.), wo dieser die Erdmessung des Eratosthenes beschreibt.

Apollonius von Perga. c. 210.

1. Κωνικων βιβλ. η. — Apollonii Pergaei Conicorum libri octo et Sereni Antissensis de sectione cylindri et coni libri duo (ed. Edm. Halley). Oxon. 1710. f.

Das Werk des Apollonius von den Kegelschnitten ward erst um die Mitte des 15. Jahrhunderts in Europa bekannt. Regiomontanus hatte eine lateinische Uebersetzung desselben in Rom verfertigt, und mit nach Deutschland gebracht. Aber nach seinem frühzeitigen Tode, in den ersten Zeiten der Buchdruckerkunst, dachte man an keine Ausgabe derselben. Allererst 1537 zu Venedig erschien eine lateinische Uebersetzung der 4 ersten Bücher von J. Bapt. Memus. Bald darauf gab F. Commandinus eine bessere heraus, Bonon. 1566. f. mit einer Uebersetzung des Commentars des Eutocius, der Lemmata des Pappus und seinen eignen Anmerkungen. Auch fügte er des Serenus Bücher de sectione cyl. et coni bey. Da man bis jetzt nur die vier ersten Bücher der Kegelschnitte aufgefunden hatte, so dachten verschiedene Mathematiker auf eine Restitution der fehlenden Bücher. V. Viviani arbeitete an einer Wiederherstellung des fünften. Während der Zeit brachten Golius und Ravius arabische Uebersetzungen des Apollonius, welche noch das 5. 6. und 7. Buch enthielten, aus dem Oriente nach Europa. Auch entdeckte Borellus 1658 eine solche arabische Handschrift in der Mediceischen Bibliothek. In dieser war das 5. 6. und 7. Buch von dem Perser Abalphath von Ispahan (im Anfange des 12. Jahrhunderts) auszugsweise verfaßt. Borellus ließ diese Bücher von Abraham Ecchellensis zu Rom ins Lateinische übersetzen, und fügte Anmerkungen hinzu. So erschien: Apollonii Pergaei Conicorum Lib. V. VI. VII. Paraphraste Abalphato Aspahanensi etc. Abrahamus Ecchellens. lat. reddidit. J. A. Borellus curam in geometricis versioni contulit et notas uberior. adjecit. Flor. 1661. f. Unterdessen hatte Viviani, dem von der arab. Handschrift und der Arbeit des Borellus nichts mitgetheilt worden war, seine Divinatio in V. librum Apollonii.

Flor. 1659. f. herausgegeben; und die Vergleichung derselben mit dem arabischen Apollonius fiel für den Schüler des Galiläi ehrenvoll genug aus. Golius führte seinen Vorsatz, eine lat. Uebersetzung seiner arabischen Handschrift, welche die 7 Bücher des Apollonius sehr vollständig enthielt, herauszugeben, nicht aus. Aber Ravius, der eine von dem Perser Abdolmelec aus Schiras auszugsweise verfaßte Handschrift besessen hatte, die ihm nachher (er meldet nicht, wie) aus den Händen gekommen war, gab seine schon 1644 sehr flüchtig gemachte lat. Uebersetzung, auf Sam. Reyhers Anrathen, heraus. Apollonii P. Conicarum sectionum libri V. VI. et VII. in Graecia deperditi, jam vero ex Arab. Mscpto ante quadringentos annos elaborato opera subitanea latinitate donati a Christ. Ravio. Kilonii. 1669 8. Da Ravius damals die Handschrift nicht mehr hatte; da er selbst der Mathematik unkundig war, und bey der Ausarbeitung seiner Uebersetzung keinen Mathematiker hatte zu Rathe ziehen können; da er endlich die Figuren nicht abgezeichnet hatte, und diese also nicht mit lieferte: so mußte seine Arbeit ziemlich unbrauchbar ausfallen. Nach allen diesen unvollkommnen Bemühungen gab Edm. Halley (Oxon. 1710.) eine desto vollendetere Ausgabe. Sie ist die erste und einzige, in der der griechische Text der vier ersten Bücher, so wie der Lemmata des Pappus und des Commentars des Eutocius, erschienen ist. Halley lieferte denselben aus Handschriften der Bodlejanischen Bibliothek, und emendirte ihn mit Zuziehung der arabischen Handschriften. Die folgenden drey Bücher übersetzte er ganz von neuem aus einer Bodlejanischen Handschrift, welche die sehr alte arabische Uebersetzung von Thebit Ben Corrah enthält, die von dem großen Geometer Nassir Eddin (um 1250) durchgesehen und verbessert ist. Auch benutzte er die vorzügliche Handschrift des Golius, und die Handschrift des Ravius, welche in die Bodlejanische Bibliothek gekommen war. Das achte Buch, das schon die Araber nicht mehr gehabt haben, restituirte Halley selbst nach den beym Pappus erhaltenen Lehnsätzen. Noch fügte Halley des Serenus 2 Bücher griechisch mit einer lat. Uebersetzung bey.

2. Von den übrigen geometrischen Schriften des Apollonius haben wir nur noch die Auszüge des Pappus im VII. Buche seiner Coll. math., nach denen mehrere Geometer jene Schriften wiederherzustellen versucht haben. Doch entdeckte Ed. Bernard in der Bodlejanischen Bibliothek eine arabische Handschrift der Bücher περι λογου ἀποτομης, de sectione rationis; und Edm. Halley gab sie ins Lateinische übersetzt, und mit seiner Restitution der Bücher περι χωριου ἀποτομης, de sectione spatii begleitet, heraus. Apollonii P. de sectione rationis libri II., ex arab. msto. lat. versi. Acc. ejusd. de sect. spatii ll. II. restituti — op. et st. Edm. Halley. Oxon. 1706. 8. Schon früher hatte Willebrodus Snellius in seinem Apollonius Batavus. Lugd. 1608. 4. gewissermaßen eine Wiederherstellung dieser beyden Schriften des Apollonius versucht, indem er die sectio rationis und spatii auf die sectio determinata, deren Restitution er eigentlich in diesem Werke beabsichtigte, zurückführte. Allein den Gegenstand eines Buches abhandeln, heißt nicht es wiederherstellen.

3. Die Bücher περι διωρισμενης τομης, de sectione determinata hat, außer dem angef. Snellius, zu gleicher Zeit Marinus Ghetaldus von Ragusa in seiner Variorum problematum Collectio. Venet. 1607. 4. wiederherzustellen versucht. Aber seinen Constructionen fehlt oft Eleganz, und sie scheinen aus algebraischer Rechnung abgeleitet. Ein Italiener Giannini soll, nach Montucla, in seiner Arbeit eine vertrautere Bekanntschaft mit der Methode der Alten bewiesen haben. Er hat, wie Apollonius, seine Auflösungen zuerst durch gerade Linien, und hierauf durch Anwendung der Halbkreise gegeben. Robert Simsons Wiederherstellung übertrifft alles, was sich in der Art von Divination mit höchster Genauigkeit leisten läßt. Roberti Simson opera quaedam reliqua. Glasg. 1776. 4. Simson hat noch zwey Bücher eigener Untersuchungen hinzugefügt, welche verwandte schwere Aufgaben betreffen. Des W. Snellius Wiederherstellung übersetzte ins Englische J. Lawson. Lond. 1772. 4. und Will. Wales fügte dieser Uebersetzung eine neue Restitution der ganzen Schrift bey.

4. Von den Büchern περι επαφων, de tactionibus, gab Fr. Vieta eine Wiederherstellung, die sich durch eine ungemeine Eleganz und Einfachheit auszeichnet, unter dem Titel: Apollonius Gallus. Par. 1600. f. Sie findet sich auch in Fr. Vietae opp. math. Lugd. Bat, 1646. f. pag. 325. sqq.. Neuerlich gab sie wieder heraus Hr. J. W. Camerer, mit sehr lehrreichen Zugaben und einer ausführlichen Geschichte dieser Apollonischen Aufgabe: Apollonii de tactionibus quae supersunt, ac maxime lemmata Pappi edita a J. G. Camerer. Goth. 1795. 8. Eine neue Restitution von Lawson: The two books of Apollonius on tungenties restaured. Lond. 1771. 4.

5. Die Bücher περι νευσεων, de inclinationibus versuchten wiederherzustellen: M. Ghetaldus in s. Apollonius redivivus. Venet. 1607. 4. Man s. auch dessen de resolutione et compositione mathematica libri quinque. Rom. 1630. f. (lib. V. cap. 4.) A. Anderson in s. Schrift: Supplementum Apollonii redivivi. Par. 1612. 4. Sam. Horsley: Apollonii P. inclinationum libri II. Oxon. 1770. 4. Und Reub. Burrow: Restitution of the geometrical treatise of Apollonius P. on inclinations. Lond. 1779. 4.

6. Die Bücher τοποι επιπεδοι, loca plana, gaben in einer Wiederherstellung F. Schooten: Loca plana restituta. Lugd. B. 1656. und Fermat, dessen Arbeit in s. opp. Tolos. 1679. f. erschienen ist. Allein Schootens Ausführung ist größtentheils algebraisch, und Fermats zu unvollständig. Rob. Simson übertraf auch hier, wie überall, seine Vorgänger: Apollonii Perg. locorum planor. libri II. Glasg. 1749. 4. Apollonius von Pergen ebene Oerter, wiederhergestellt von Rob. Simson; aus d. Lat. übers. mit Bemerk. v. J. W. Camerer. Leipz. 1796. 8.

Philo von Byzanz.

Aus einem größern Werke über die Mechanik besitzen wir noch das vierte und fünfte Buch. Das 4. B. gibt Unterricht über den Bau der Geschützmaschinen; das 5. B. über andre

Kriegsmaschinen und Werke, und deren Anwendung bey Belagerung und Vertheidigung der Städte. Sie sind erschienen mit einer lat. Uebersetzung in der Sammlung: Veterum Mathematicorum opera. Par. 1693. f. (pag. 49 — 104.) Pag. 73. beschreibt er eine von Dionysius Alexandrinus zu Rhodus erbaute Catapulta polybola. A. L. F. Meisteri de catapulta polybola commentatio, qua locus Philonis — — illustratur. Götting. 1768. 4.

Athenäus.

Περι μηχανηματων, de machinis liber. Er beschreibt in dieser kleinen Schrift, welche dem M. Marcellus zugeschrieben ist, einige Kriegsmaschinen, so wie sie von ihm selbst oder von andern Mechanikern angegeben waren. Man findet sie gr. u. lat. in Vet. Math. opp. Par. 1693. (pag. 1 — 12.)

Hero von Alexandrien. c. 210.

Das wichtigste Werk dieses berühmten Schülers des Ktesibius, μηχανικαι εισαγωγαι, mechanicae institutiones, welches aus mehreren Büchern bestand, ist verloren gegangen. Vieles ist indessen daraus erhalten im VIII. Buche der coll. math. des Pappus. Ebenso aus seiner Schrift τα κατοπτρικα, Catoptrica, verschiedenes in Heliodors Optik. Heliodors leztes Cap. des I. Buchs, wo von der Natur und den Theilen der Optik gehandelt wird, scheint gänzlich aus Hero entlehnt zu seyn. Seine Schrift Βαρουλκος, Barulcus sive de oneribus trahendis libri III, soll noch in einer arab. Handschrift vorhanden seyn, die Golius aus dem Oriente brachte. Nachricht hierüber gab Ant. Brügmanns. S. Götting. gel. Anzeigen. J. 1785. S. 625.

Hero's noch vollständig vorhandene Schriften sind: τα πνευματικα, spiritalia; τα αὐτοματοποιητικα, de automatorum fabrica; τα βελοποιητικα, de telorum fabrica; της χειροβαλλιστρας κατασκευη, de manubalistae constructione. Diese sind sämmtlich gr. u. lat. herausgegeben in Vet. Math. opp.

Par. 1693. f. Früher erschien: Heronis Belopoeeca, Bernardino Baldo illustratore et interprete. Aug. Vind. 1616. 4. Die Schrift de manubalista ist hier auch griechisch bengefügt; auch Hero's Leben von Baldus. Die Noten des Baldus sind in obige Pariser Sammlung mitaufgenommen.

Hero's Spiritalia sind von F. Commandinus ins Lat. übersetzt erschienen Urbini. 1575. 4. u. mehrmals. Ins Italien. von J. B. Alcottus. Bonon. 1647. 4. u. von a. m.

Oratio Cunr. Dasypodii de disciplinis math. Ejusd. Hieronis Alex. nomenclaturae vocabolor. geometr. translatio etc. Argent. 1579. 8. Cunr. Dasypodii Heron Mechanicus. Argent. 1580. 4. J. A. Schmidt diss. de Herone Alex. Helmst. 1714. 4.

Hipparchus aus Nicäa in Bithynien. 160.

Von dieses verdienstvollen Astronomen Schriften besitzen wir nur noch seinen Commentar über den Aratus, der eigentlich eine Berichtigung der Lehren des Eudoxus und Aratus über Culmination, Auf- und Untergang der Gestirne beabsichtiget. Ἱππαρχου Βιθυνου των Ἀρατου και Ἐυδοξου φαινομενων ἐξηγησεων βιβλ. γ'. Του αὐτου Ἀστερισμοι. — Flor. 1567. f. ist die erste Ausgabe, besorgt von Pet. Victorius. Nachher in Petavii Uranolog. Par. 1630. f. pag. 171 — 256. mit einer lat. Uebersetzung. Die zweyte Schrift von Hipparch, die Asterismi, welche des Victorius Ausgabe noch enthält, hat Petavius nicht mit abdrucken lassen. Man findet sie im 7. Buche der Syntaxis des Ptolemäus (pag. 172. sq.) beynahe wörtlich wieder. Da nun Ptolemäus in diesem 7. Buche vieles aus dem Werke Hipparchs περι των ἀπλανων ἀναγραφαι entlehnt hat: so wird es wahrscheinlich, daß jene Schrift in des Victorius Ausgabe ein Fragment aus diesem verlorenen Werke Hipparchs ist.

J. A. Schmidt diss. de Hipparcho, Theone et Hypatia. Jen. 1689. 4.

Geminus aus Rhodus. 66.

Von ihm hat sich allein erhalten eine εἰςαγωγη εἰς τα Φαινομενα. Gemini elementa astronomiae gr. et lat. interprete Edone Hilderico. Altorphi. 1590. 8. und Lugd. B. 1603. 8. Auch abgedruckt in Petavii Uranolog. pag. 1 — 70.

Er hatte ein größeres sehr vollständiges Werk über die Geometrie nach allen ihren Theilen, so wie auch über die Mathematik überhaupt geschrieben. Da es in einer ähnlichen Art, wie die Schriften des Theophrast und Eudemus, abgefaßt war, so daß Geminus die Erfindungen seiner Vorgänger darin aufbewahrt hatte: so ist der Verlust desselben um so mehr zu bedauern. Wir würden daraus über die Theorien der krummen Linien, der Conchoide des Nikomedes, der Cissoide des Diokles u. a. m. nähern Unterricht erhalten haben. Proklus in seinem Commentar über das erste Buch des Euklides hat dieses Werk des Geminus am meisten benutzt.

Theodosius.

1. Σφαιρικων βιβλ. γ, Sphaericorum libri III. erschienen gr. et lat. per J. Penam. Par. 1558. 4. — und (cura Jos. Hunt) Oxon. 1707. 8. mit der lat. Uebersetzung von Pena. Latein. Ausgaben: von Platon Tiburtinus, Venet. 1518. (eine aus dem Arab. im 11. Jahrh. gemachte Uebersetzung); von Joh. Voegelinus, c. scholiis. Viennae. 1529. 4; von F. Maurolycus zugleich mit Autolycus u. a. Messanae. 1558. f.; c. schol. C. Clavii. Rom. 1586. 4, und in Clavii opp. Tom. I. Mogunt. 1612; in de Chales cursus math. Tom. I. Lugd. 1674; von Js. Barrow. Lond. 1675. 4.

2. περι ἡμερων και νυκτων, de diebus et noctibus. — gr. et lat. v. C. Dasypodius. Argent. 1572. 8. Enthält aber griechisch nur die Sätze. — Lat. ex interpretatione Jos. Auriae. c. schol. antiquis. Rom. 1587. 4.

3. περι οἰκησεων, de habitationibus — ist ebenfalls bloß

lateinisch erschienen; v. F. Maurolycus. Messanae. 1558. f. — ex interpretatione Jos. Auriae. Rom. 1587. 4.

Kleomedes.

Sein Zeitalter ist ungewiß. Seine κυκλικη θεωρια μετεωρων, cyclica consideratio meteorum, erschien zuerst griechisch Par. ap. Conrad. Neobarium. 1539. 4. — Gr. et lat. a. M. Hoppero. Basil. 1547. 1561 und 1585. 8. (zugleich mit Proclus de sphaera u. a.). — Gr. et lat. c. comment. ed. Alb. Balforeus. Burdigalae. 1605. 4.

Nach Christi Geburt.

Menelaus von Alexandrien. c. 98.

Seine Sphaerica in 3 Büchern haben sich nur in einer lateinischen Uebersetzung erhalten. Sie sind herausgegeben v. Fr. Maurolycus in der Smlg. Messanae. 1558. f. Daraus hat sie Mar. Mersennus aufgenommen in s. Synopsis Mathematicae. Par. 1644. 4. (aber nur die Sätze). Edm. Halley bereitete eine neue verbesserte Ausgabe, an deren Vollendung ihn der Tod verhinderte. Sie erschien nachher durch Costards Besorgung Menelai Sphaericorum Libri III. Quos olim, collatis MSS. Hebraicis et Arabicis, typis exprimendos curavit Edm. Hallejus. Praefationem addidit G. Costard. Oxon. 1758. 8.

Kästners geometr. Abhandlg. 2. Samml. S. 360. ff.

Nikomachus von Gerasa in Arabien. c. 110.

Νικομαχου Γερασινου ἀριθμητικης βιβλια δυο. Nicomachi Gerasini Arithmeticae libri duo. Par. in officina Christ. Wecheli. 1538. 4. ist die einzige Ausgabe der von Nikomachus noch übrigen arithmetischen Schrift, die von Apulejus ins Lateinische übersetzt war, und aus der Boethius in seiner Arithmetik vieles ausgezogen hat; über die endlich Heronas, Proklus von Laodicea, Jamblichus,

Asklepius und Joh. Piloponus Commentare geschrieben haben. Die Commentare der drey letztern sind noch jetzt vorhanden, und der des Jamblichus ist edirt.

Joachim Camerarius hat Erläuterungen über beyde Bücher der Arithmetik des Nikomachus gegeben in dem Buche: De graecis latinisque numerorum notis etc. studio Joach. Camerarii. Lips. 1569. 8. Die Erläuterungen des Camerarius hat wieder abdrucken lassen S. Tennulius bey s. Ausgabe des Jamblichus. Arnhemiae. 1668.; der sie mit Tennulii not. in Jamblich. unter einem besondern Titelblatt: Daventriae. 1667. 4. beygefügt sind.

2. Ἁρμονικης ἐγχειριδιον, Harmonices manuale, von eben diesem Nikomachus. Ist edirt von Joh. Meursius (Musici veteres. L. B. 1616. 4.); und nachher von Marc. Meibomius (Musici vett. Amst. 1652. 4.)

Apollodorus. c. 120.

Ἐκ των Ἀπολλοδωρου πολιορκητικα. Poliorcetica excerpta ex libris Apollodori — stehen in der Sammlg: Vet. Math. opp. Par. 1693. f. pag. 15 — 48.

Claudius Ptolemäus. c. 130.

Κλ. Πτολεμαιου μεγαλης συνταξεως βιβλ. ιγ. Θεωνος Αλεξανδρεως εἰς τα αὐτα ὑπομνηματων βιβλ. ια. Claudii Ptolemaei magnae constructionis, i. e. perfectae coelestium motuum pertractationis lib. XIII. Theonis Alex. in eosdem commentariorum lib. XI. Bas. ap. Joan. Vualderum 1538. f. Die einzige griechische Ausgabe dieses wichtigsten astronomischen Werkes des Alterthums und des Commentars von Theon. Simon Grynäus besorgte die Ausgabe nach einer Nürnberger Handschrift, welche Regiomontanus von Bessarion erhalten und aus Italien mitgebracht hatte. Dies Werk des Ptolemäus heißt μεγαλη σ. (in den einzelnen Büchern ist es überschrieben μαθηματικη σ.) auch μεγας ἀστρονομος, Magnus Astronomus; in Beziehung

auf ein andres Werk, welches eine Sammlung astronomischer Einleitungsschriften von Theodosius, Euklides, Autolycus, Aristarchus, Hypsikles und Menelaus war, und μικρος ἀστρονομος, parvus Astronomus, hieß. Die Syntaxis ist ins Arabische, Persische, Indische und Hebräische übersetzt gewesen. Von den Arabern schreibt sich der Name Almagest her, eine Zusammensetzung aus dem arab. Artikel Al und dem griechischen μεγιστον.

Außer dieser griech. Ausgabe des ganzen Werks ist noch das erste Buch mit einer lat. Uebersetzung herausgekommen: Ptolemaei mathematicae constructionis liber primus gr. et lat. editus. Additae explicationes aliquot locorum ab Erasmo Rheinholt. Witteb. 1549. f.

Eine lat. Uebersetzung der Syntaxis aus dem arabischen veranstaltete Kayser Friedrich II. im Jahr 1230. Eine andre verfertigte Gerardus von Cremona. Diese soll gedruckt seyn: Almagestum Cl. Ptolemei — ductu Petri Liechtenstein. Venet. 1515. f.; sehr selten. Eine Uebersetzung aus dem Original verfertigte Georg von Trebisonde, die aber erst nach seinem Tode von seinem Sohne Andreas von Trebisonde herausgegeben ward. Das Jahr dieser Ausgabe ist ungewiß. Eine verbesserte Ausgabe derselben gab Lucas Gauricus. Venet. 1528. f. die auch sehr selten ist. Nachher erschien: Cl. Ptolemaei opp. omnia, praeter Geographiam, latine versa — cur. Hieron. Gemusaeo. Bas. 1541. f. und: Cl. Ptolemaei omnia quae exstant opera, praeter Geographiam — castigata ab Erasm. Osw. Schreckenfuchsio. Bas. 1551. f. die des G. Trapezuntius Uebersetzung enthält, und häufiger vorkommt. Mit der barbarischen Uebersetzung des Trapezuntius war der Cardinal Bessarion nicht zufrieden. Er veranlaßte Purbach, einen astronomischen Lehrbegriff nach Ptolemäus auszuarbeiten. Purbach starb, wie er bis zum 6. Buche gekommen war. Das übrige vollendete Regiomontanus. So erschien nach Regiomontans Tode: Epytoma Joannis de Monte Regio in Almagestum Ptolomei. Venet. 1496. f. wieder abgedruckt Bas. 1543. f. und Norimb. 1550. f.

Etat des étoiles fixes au second siècle, par Cl. Ptolemée, comparé à la position des mêmes étoiles en 1786, avec le

texte grec et la traduction françoise, par Montignot. Strasb. 1787. 4. Enthält die vier Capitel des siebenten Buchs.

Claudius Ptolemäus Beobachtung u. Beschreibung der Gestirne ꝛc. mit Erläut. von J. E. Bode. Berl. 1795. 8.

2. Des Ptolemäus übrige astronomische und astrologische Schriften — Ἁπλωσις ἐπιφανειας σφαιρας, planisphaerium ad Syrum — lat. Ausg. c. comment. F. Commandini. Venet. 1558. 4.

Περι ἀναλεμματος, de analemmate — lat. c. F. Commandini comment. Rom. 1562. 4.

Ὑποθεσις των πλανομενων, de hypothesibus planetarum. — gr. et lat. ed. Joh. Bainbridge. Lond. 1620. 4.

Φασεις ἀπλανων ἀστερων και συναγωγη ἐπισημασιων, apparentiae stellarum inerrantium et collectio significationum — gr. et lat. in Petavii Uranolog. pag. 71.

τετραβιβλος, liber quadripartitus de apotelesmatibus et judiciis astrorum — gr. c. vers. lat. II. prior. ll. a Joach. Camerario. Norimb. 1535. 4. — auch in der lat. Ausgabe von Schreckenfuchsius.

3. Ἁρμονικων, Harmonicor. libri III. — gr. et lat. c. Porphyrii commentario — ed. J. Wallisius. Oxon. 1682. 4. u. in Wallisii opp. T. III.

Hypsikles von Alexandrien.

Ἀναφορικος, de ascensionibus liber — gr. et lat. ed. Erasmus Bartholinus. Par. 1657. 4., zugleich mit den opticis Heliodori Lariss.

Es gab zwey Hypsikles, Vater und Sohn, die beyde Geometer waren. Der Sohn ist der Verfasser des 14. u. 15. Buchs der Elemente.

Diophantus von Alexandrien. c. 160.

Von seinen sechs Büchern Ἀριθμητικων, die nur noch übrig sind, und von seiner Schrift περι πολυγωνων ἀριθμων ist die

erste Ausgabe lateinisch — Guil. Xylandro interprete. Bas. 1575. f. Sie enthält auch zum 1. und 2. Buch die (wenig erheblichen) Scholien des Maximus Planudes, die in den folgenden Ausgaben weggelassen sind.

Diophanti Alex. Arithmeticorum libri sex, et de numeris multangulis lib. unus. N. p. gr. et lat. editi, atque comm. illustrati. Auctore Cl. Gasp. Bacheto Meziriaco. Par. 1621. f.

— — gr. c. interpretat. et comment. Bacheti et observationib. Pauli de Fermat. Tolos. 1670. f. Ist völlig die Bachetische Ausgabe, nur erhält sie dadurch einen bedeutenden Vorzug, daß Fermats Randanmerkungen, die er seinem Exemplar des Diophant beygeschrieben hatte, und einige Aufsätze und Briefe von ihm mit abgedruckt sind.

In Guil. Oughtred opuscul. math. Oxon. 1677. 8. pag. 87 — 130. findet man Quaestiones lib. I. II. III. Diophanti Alex.

Eine franz. Uebersetzung der 6 Bücher Diophants von Simon Stevin u. Alb. Girard — in Oeuvres mathematiques de S. Stevin, augm. p. Alb. Girard. Leyd. 1634. f. pag. 102 — 120.

Jamblichus aus Chalcis in Coelesyrien. c. 270.

Aus seinem größern Werke oder Commentarien in 10 Büchern über die gesammte pythagoräische Philosophie haben sich noch einige Bücher erhalten, aus denen man besonders die Anwendungen, welche die Pythagoräer von der Mathematik machten, kennen lernen kann. Das erste Buch dieser Commentarien ist die Schrift: περι του Πυθαγορικου βιου, de vita Pythagorica — gr. et lat. ed. L. Kuster. Amst. 1707. 4. Das dritte Buch — περι κοινης μαθηματικης ἐπιστημης, de communi mathematica disciplina — steht griechisch in Villoison Anecdot. graec. Tom. II. p. 188 — 225.

Das vierte Buch — περι της Νικομαχου ἀριθμητικης εἰςαγωγης, de Nicomachi arithmetica introductione — — gr. et lat. ed. Sam. Tennulius. Arnhemiae. 1668. 4.

Die folgenden Bücher, welche Physica, Ethica und Theologumena Arithmetices, introductiones musicas, geometricas

und sphaericas enthielten, sind verloren. Doch glaubt man das 7. Buch noch zu besitzen in folg. Schrift:

Τα θεολογουμενα της Ἀριθμητικης. graece. Par. ap. Chr. Wechel. 1543. 4.

Pappus von Alexandrien. c. 390.

Von den mathematischen Sammlungen des Pappus in acht Büchern sind nur noch die sechs letztern Bücher und die letztern Sätze des zweyten Buchs in Handschriften vorhanden. Und die einzige Ausgabe, welche jene sechs Bücher vollständig enthält, ist nur eine lateinische Uebersetzung von F. Commandinus. Sie erschien erst nach seinem Tode; und ist daher nicht mit der Sorgfalt gefeilt, wie seine Uebersetzungen anderer alten Mathematiker, deren Herausgabe er selbst besorgte. Pappi Alexandrini mathematicae collectiones a Federico Commandino Urbinate in Latinum conversae et Commentariis illustratae. Pisauri, ap. Hieron. Concordiam. 1588. f. Die zweyte Ausgabe erschien: Pisauri. 1602. f. Die dritte und letzte: Bononiae. 1660. f. Diese letzte besorgte Carl Manolessius. Alle drey Ausgaben sind im Wesentlichen durch nichts unterschieden.

Griechisch sind nur einzelne Stücke des Pappus bey verschiedenen Schriftstellern erschienen, worüber ich folgende Anzeige geben kann.

1) Das Fragment aus dem 2ten Buche (prop. XV — XXVII) gab J. Wallis aus einer Savilischen Handschrift heraus gr. et lat. c. Notis. Oxon. 1688. — und in s. opp. Tom. III. pag. 595 — 614.

2) Aus dem IV. Buche, prop. XXV — XXIX, welche von der Quadratrix handeln — aus einer Vaticanischen Handschrift, sorgfältig emendirt und mit einer neuen lat. Uebersetzung begleitet von Joseph Torelli — in Josephi Torelli Geometricis. Veronae. 1769. 8. pag. 89 — 104.

3) Aus dem VII. B. der Anfang der Vorrede und die

Inhaltsanzeige von Euklids Datis — in praefat. Dav. Gregorii ad Euclidem. Oxon. 1703. f.

Die ganze Vorrede und die Lemmata zu des Apollonius Schriften de sect. rat. et spat. — mit einer neuen lat. Uebersetzung v. Edm. Halley, vor seiner Ausgabe des Apollonius de sect. rat. Oxon. 1706. 8.

Die Lemmata zu des Apollonius Conica — in Halleys Ausgabe der Conica. Oxon. 1710. f.

Die Inhaltsanzeige vom Apollon. de tactionibus und die Lemmata zu dieser Schrift — aus pariser Handschriften in Camerers Ausgabe des Apollon. de tactionib. Goth. 1795. 8.

Die Inhaltsanzeige vom Apollon. de sect. determ. — vor Willebr. Snellii Apollon. Batav. Lugd. 1608. 4.

Einige Lemmata — in Meibomii dialog. de proportionibus. Hafn. 1655. f. pag. 154. sqq.

Theon von Alexandrien. c. 390.

Von ihm, als Herausgeber der Euklid. Elemente, ist oben geredet. Sein schätzbarer Commentar über des Ptolemäus Syntaxis ist in der griech. Ausgabe dieses Werks Bas. 1538. f. mit erschienen. Die Scholien zum Aratus, die seinen Namen führen, sind in der Gestalt, wie wir sie haben, nicht von ihm; sondern von andern aus seinem Commentar und zugleich aus frühern und spätern Commentatoren zusammengetragen. Sie stehen in vielen Ausgaben des Aratus. Sein Commentar über den μικρος ἀστρονομος, seine Arithmetik u. andre Schriften sind verloren.

J. A. Schmidt diss. de Hipparcho, Theone et Hypatia. Jen. 1689. 4.

Proklus Diadochus Lycius. c. 480.

1. Sein historisch mathematischer Commentar in vier Büchern über das erste Buch der Euklidischen Elemente ist nur einmal griechisch gedruckt in der Ausgabe des Euklides. Basil. ap.

J. Hervagium. 1533. f. — In einer latein. Uebersetzung von Francisc. Barocius. Patavii. 1560. f. — The philosophical and mathematical commentaries of Proclus on the 1 book of Euclids elements — translated by Thom. Taylor. Vol. 1. 2. Lond. 1788. 4.

2. Σφαιρα, Sphaera — gr. et lat. ed. Marc. Hopperus. Bas. 1561. 8. zugleich mit Kleomedes u. a. — gr. c. lat. vers. Joh. Bainbridge. Lond. 1620. 4.

3. Ὑποτυπωσις των ἀστρονομικων ὑποθεσεων, Hypotyposis astronomicarum positionum. — graece Basil. ap. J. Vualderum. 1540. 4. — lat. vers. a Georgio Valla in den lat. Ausgaben des Ptolemäus. Bas. 1541 u. 1551. f.

4. Des Proklus Leben beschrieb sein Schüler Marinus (der Verfasser der Protheoria in Euclidis Data) — Procli vita, scriptore Marino, gr. et lat. ed. J. A. Fabricius. Hamb. 1700. 4.; wo Fabricius auch von den übrigen Schriften des Proklus ausführlich handelt.

Anic. Manl. Torquat. Severinus Boethius — enthauptet 525.

Von ihm de Arithmetica lib. II, de Musica lib. V, de Geometria lib. II. Boethius hat größtentheils nur aus mehreren ältern Schriftstellern zusammengetragen; dabey ist sein Vortrag unordentlich und undeutlich. In der Arithmetik hat er vieles aus Nikomachus und andern Pythagoräern, vieles auch aus Varro entlehnt. In der Musik aus Aristoxenus u. a. In der Geometrie ebenfalls aus Pythagoräern; ferner aus Euklid und Varro. Mit Unrecht aber nennt man ihn einen Uebersetzer des Euklides. Diese seine mathematischen Schriften stehen in den Ausgaben seiner Werke: Venet. 1492. Bas. 1546. Ibid. 1570. f. In der letztern hat Glareanus von den math. Schriften einen verbesserten Abdruck besorgt.

Heliodorus von Larissa. c. 520.

Dies ist nach einigen Handschriften der Name des Verfassers der Schrift: κεφαλαια των ὀπτικων, capita opticorum. Andere Handschriften haben: Damiani Heliodori Larissaei capita opticorum.

Aus dieser Schrift ward zuerst ein Auszug gedruckt, der nur die ersten 14 Capitel enthält, gr. et lat. Flor. 1573. 4. Einen Abdruck dieser Ausgabe gab F. Lindenberg. Hamb. 1610. 4. Th. Gale in der Samlg: opuscula mythol. phys. et eth. Catab. 1671. 8. (In der folgenden Ausgabe dieser S. 1688. ist Heliodor weggelassen); und Ant. Matani. Pistorii. 1758. 8.

Vollständig findet man diese Schrift allein in folg. Ausgabe: Damiani Heliodori de opticis libri II. gr. et lat. c. animadvers. Erasmi Bartholini. Par. 1657. 4. Vergl. Schneiders Eclog. phys. Anmerkungen. Jena. 1801. S. 207. ff.








UNIVERSITY OF ILLINOIS-URBANA
510.9B65EGR C001 V001
VERSUCH EINER ALLGEMEINEN GESCHICHTE HAM
3 0112 016891134